

Dariusz Kwiecień

Efektywne metody nauczania matematyki
dla uczniów gimnazjów
i szkół ponadgimnazjalnych
z wykorzystaniem TIK



Redakcja merytoryczna
Ewa Wroczyńska

Redakcja językowa i korekta
Elżbieta Gorazińska

Projekt okładki
Barbara Jechalska

Redakcja techniczna i skład
Wojciech Romerowicz

© Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2016

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Spis treści

Wstęp	4
Nauczanie i nauczanie efektywne	6
Podział przedmiotów na humanistyczne i ścisłe jest sztuczny.....	6
Odwrócona lekcja.....	9
Przydatne rozwiązania – portale i aplikacje	12
Mail klasowy	12
Portale społecznościowe	12
Edmodo.....	13
Blendspace	14
Prawo autorskie a publikacja cudzych utworów.....	14
Geogebra – tworzenie własnych zasobów i materiałów dydaktycznych.....	15
Cabri II i Cabri 3D – eksperyment matematyczny.....	16
C.a.R – interaktywna geometria na ekranie	17
Inne programy do interaktywnej wizualizacji grafiki	18
Minstructor – tworzenie lekcji interaktywnej	18
LearningApps.....	19
Arkusz kalkulacyjny to nie tylko narzędzie biurowe.....	20
LaTeX językiem zapisu matematycznego	21
Gry i zabawy w edukacji matematycznej	23
Platforma do nauczania zdalnego	27
Nowoczesne technologie na lekcji matematyki – korzyści czy strata czasu?	29

Wstęp

Wyobraźmy sobie naszą podróż wymarzoną, najnowszą i najlepszą modelem samochodu. W pewnym momencie z okolic kół docierają do nas niepokojące dźwięki, które zakłócają komfort jazdy. Podejrzewamy uszkodzenie wymagające potwierdzenia przez mechanika samochodowego, szukamy więc w okolicy warsztatu, w którym moglibyśmy skontrolować stan techniczny wozu. Sprzyja nam szczęście i szybko znajdujemy autoserwis. Specjalista stwierdza zużycie klocków hamulcowych, których wymiana ku naszemu zadowoleniu nie jest ani skomplikowana, ani czasochłonna.

Obserwujemy przygotowania mechanika do pracy. Fachowiec nie używa innych narzędzi prócz młotka i śrubokręta – i to budzi nasz niepokój. Tradycyjne i podstawowe instrumenty nie pasują nam do komfortowego auta, nie zgadzamy się więc na dalszą naprawę i ryzykujemy poszukiwanie innego – profesjonalnego punktu napraw.

Niedaleko znajdujemy salon, który od początku budzi nasze zaufanie. Mechanik, ubrany w czysty kombinezon, przed wejściem do samochodu i rozpoczęciem pracy okrywa siedzenia folią, ustawia pojazd na podnośniku, przyprowadza wózek z różnymi specjalistycznymi narzędziami. Zauważamy też komputery do pomiarów poprawności napraw. I mimo że spodziewamy się wyższej ceny za usługę, decydujemy się na pozostawienie samochodu właśnie tam, bo liczymy, że nasz cenny pojazd zostanie naprawiony, i to z wykorzystaniem najlepszych metod i środków.

Szkoła to także takie miejsce, do którego rodzice przyprowadzają swoje największe skarby – dzieci! A my, nauczyciele, również jesteśmy specjalistami, tyle że nie wymaga się od nas naprawiania powierzonego skarbu. Powinniśmy jednak dysponować warsztatem metodyczno-pedagogicznym, wyposażonym w najnowsze i najlepsze narzędzia oraz oferować umiejętności posługiwania się nimi w konkretnych sytuacjach.

Matematykę jako przedmiot szkolny łączy wiele wymagań metodycznych tożsamy z metodami nauczania pozostałych przedmiotów. Oczywiście więcej cech wspólnych wiąże edukację matematyczną z metodyką nauczania innych przedmiotów ścisłych, mimo że podział specjalności na ścisłe i humanistyczne staje się niekorzystny dla kompleksowego spojrzenia na proces poznawczy.

W artykule przedstawiono kilka pojęć związanych z nauczaniem i jego efektywnością w ogóle, w szczególny sposób odniesiono się do nauczania matematyki. Padają pytania, czy w edukacji matematycznej znajdziemy przestrzeń do wykorzystania nowoczesnych technologii oraz jakie korzyści możemy dzięki temu osiągnąć.

W dalszej części opracowania znajdują się przykłady rozwiązań: od najprostszych, wspomagających skuteczne udostępnianie uczniom gotowych materiałów znalezionych w sieci i ułożonych przez nauczyciela w logiczny cykl, po bardziej zaawansowane. Zostały wskazane konkretne aplikacje oraz miejsca zawierające informacje o sposobach wyko-

rzystania omawianych narzędzi: darmowych programów i narzędzi online, niewymagających instalowania w systemie operacyjnym na urządzeniu użytkownika, umożliwiających proste udostępnianie uczniom materiałów przygotowanych przez nauczyciela.

Przy omawianiu zagadnień związanych z publikacjami poruszono temat praw autorskich. Ze względów praktycznych w tekście znalazły się adresy stron internetowych z publikacjami dotyczącymi wykorzystania nowoczesnych technologii w nauczaniu matematyki.

Nauczanie i nauczanie efektywne

Metodyka nauczania jest dziedziną dydaktyki szczegółowej, zajmującą się poszukiwaniem efektywnych sposobów nauczania, co odbywa się poprzez analizę celów, treści, metod i form organizowania kształcenia. Metodą nauczania jest natomiast sposób współpracy nauczyciela z uczniem, charakteryzujący się celowością i systematycznością stosowania. Dobór skutecznych metod uzależniony jest od wieku uczniów, treści nauczania, zaplanowanych celów oraz dostępnych środków.

Współczesna metodyka wyróżnia wiele metod nauczania: od podstawowych, dawno praktykowanych i poniekąd sprawdzonych, po nowoczesne i eksperymentalne, a w związku z tym stale się rozwijające. Są to zarówno metody podające – oparte na słowie, takie jak wykład czy opowiadanie – metody wynikające z obserwacji i pomiaru, jak i metody polegające na praktycznym działaniu uczniów, a także metody aktywizujące.

Już dawno zbadano, że szeroko praktykowane metody przyjazne percepcji nie dają szczególnych efektów. Wiemy też, że najmniej zapamiętujemy to, co słyszymy, ale włączając kolejne receptory, zwiększamy skuteczność zapamiętywania, a już dużo bardziej ją podnosimy, wykorzystując metody związane z działaniem, znajdujące się na szczycie możliwości. Niestety, bardzo często zapominamy o emocjach – najdoskonalszym katalizatorze percepcji, niezależnie od tego, czy mają one charakter pozytywny czy negatywny. Dzięki zaangażowaniu bodźca emocjonalnego zapamiętanie jest trwalsze, a im wyższy jest poziom zaangażowania emocjonalnego, tym skuteczniejsze staje się zapamiętywanie.

Podział przedmiotów na humanistyczne i ścisłe jest sztuczny

Najważniejsze jest, aby znać wiele metod nauczania i stosować je na przemian, dbając o ich dobieranie odpowiednio do treści i celów, jakie chcemy osiągnąć. Nie można ograniczać się do jednej metody, gdyż z czasem staje się ona coraz mniej skuteczna.

Nauczyciel, pamiętając o generalnym podziale zdolności i przedmiotów na humanistyczne i ścisłe, powinien zmieniać nie tylko metody nauczania. Niezbędne wydaje się różnicowanie akcentów – raz położonych na elementy związane z przedmiotami ścisłymi, innym razem z humanistycznymi, nawet w podczas nauczania jednego przedmiotu, np. matematyki.

Taki sposób postępowania kryje w sobie elementy procesu interferencji, kiedy w trakcie zapamiętywania nowych treści następuje nakładanie się ich na wcześniej przyswojoną wiedzę, przez co czasami dochodzi do jej zapomnienia. Stosując metodę naprzemiennego uczenia się przedmiotów ścisłych i humanistycznych, możemy do pewnego stopnia ograniczyć to zjawisko. Ponieważ nowe treści znacznie różnią się od wcześniej przyswojonych, ich poznawanie nie powoduje zakłóceń w zapamiętywaniu poprzednich.

Nauczyciel, eksponując w matematyce, przedmiocie typowo ścisłym, elementy humanistyczne, zyskuje jeszcze inne przyczółki wspierające nauczanie. Wyobraźmy sobie lekcję, na której chcemy wprowadzić twierdzenie Pitagorasa. Samo twierdzenie nie jest oczywiście trudne nawet dla uczniów zaszufadkowanych i opatrzonych etykietą: „O uzdolnieniach czysto humanistycznych”. Etykieta jest jednak niebezpieczna, a im bardziej identyfikuje się z nią uczeń, tym bardziej może spowodować brak zainteresowania podjęciem wysiłku poznawczego w zakresie wykraczającym poza humanistyczny.

Niestety, błędne zaszufadkowanie możemy jeszcze wzmocnić. Rozpoczynając lekcję od narysowania trójkąta prostokątnego, prostokątów przyległych, podania wzoru matematycznego, posłużenia się innymi skomplikowanymi pojęciami, jak przyprostokątna i przeciwprostokątna, jeszcze przed podaniem nowych treści możemy wywołać reakcję odrzucenia przez część uczniów, tzw. humanistycznych. Możemy sprowokować ich negatywne nastawienie, które wyrażą słowami: „Ja tego nie rozumiem”.

Lekcję na ten sam temat można zaplanować i przeprowadzić inaczej. Nauczyciel może rozpocząć zajęcia od wędrówki w starożytność – opowieści o Pitagorasie i pitagorejczykach czy miejscu, w którym żył Pitagoras. Z pewnością uzyska jeszcze lepszy rezultat, odwołując się do obrazu w formie prezentacji historyczno-geograficznej lub filmu. Taki element lekcji matematyki spowoduje większe zainteresowanie grupy uczniów uznających się za humanistów.

Nauczyciel matematyki nie powinien się oszukiwać i wierzyć, że humanistyczny zakres tematu zrealizują inni nauczyciele na lekcjach historii. Nie może też liczyć na odgórne rozłożenie materiału, sprzyjające realizacji podobnych treści na różnych przedmiotach i w mniej więcej tym samym okresie roku szkolnego. Pomimo prób, z którymi spotykaliśmy się w ramach różnych reform oświaty – powiedzmy sobie uczciwie – nie jest to możliwe; jest to raczej ideał, do którego możemy dążyć, ale nigdy go nie osiągniemy.

Nauczyciel matematyki nie straci cennego czasu, jeśli wprowadzi na swoich lekcjach elementy humanistyczne, które z pozoru wydają się z innej dziedziny. Przeciwnie, być może już na początku wzbudzi u uczniów humanistów zainteresowanie matematyką, ponadto zmieni ich wyobrażenie o sobie. Możliwe, że w świadomości niektórych z nich przekształci się z barbarzyńskiego sługi nierealnego świata cyfr w człowieka w pełni wartościowego.

Istotnym elementem myślenia każdego z nas są, jak się okazuje, resentymenty. Według anegdoty sam Alfred Nobel nie chciał ustanowić nagrody za osiągnięcia w dziedzinie matematyki z powodu swojej niechęci do matematyka Magnusa Gustawa Mittag-Lefflera, z którym rzekomo miała odejść kobieta, którą kochał. Z resentymentami jednak trudno jest walczyć, ale poznając ich naturę, mamy szansę na złagodzenie mocy ich działania. Wprowadzając do nauczania matematyki elementy humanistyczne, dodajemy do lekcji aspekty przeżycia i pozytywnych emocji, przydatnych w procesie uczenia się.

W praktyce szkolnej to one właśnie oznaczają zerwanie ze sztucznym i wygodnym w dziewiętnastowiecznej organizacji kształcenia podziałem przedmiotów na humanistyczne i ścisłe. Ale świat nie jest ani humanistyczny, ani ścisły. To my go oglądamy przez wąską słomkę, która nadaje się do picia lemoniady, ale nie do patrzenia na otaczającą nas rzeczywistość. Taki sposób przyglądania się światu przydatny jest w praktykowaniu wąskiej specjalizacji. Uczeń zaś potrzebuje szerokiego spektrum poznawczego, a im jest młodszy, tym szersze powinno ono być, ponieważ bardziej odpowiada psychologii poznawania świata.

Proponuję zatem nauczycielom wprowadzanie gdzie tylko możliwe nowych zagadnień matematycznych przy akompaniamencie elementów humanistycznych z różnych dziedzin nauczania: historii, geografii, biologii czy muzyki.

Autorzy dobrych podręczników do nauczania matematyki hołdują tej zasadzie. Ważne jest, aby nauczyciele nie rezygnowali z tego podejścia i w miarę możliwości wykorzystywali je jak najszerszej. Współczesna baza wiedzy daje bowiem nauczycielom duże możliwości przygotowania lekcji według takiej właśnie koncepcji. Polecam ogólnodostępne filmy na portalu Youtube:

[youtube.com](https://www.youtube.com/watch?v=1111111111) – film prezentujący pojęcie liczb Fibonacciego w odniesieniu do biologii, astronomii, muzyki, architektury i sztuki;

[youtube.com](https://www.youtube.com/watch?v=2222222222) – film o liczbach pierwszych, przedstawiający tematykę w sposób popularnonaukowy;

[youtube.com](https://www.youtube.com/watch?v=3333333333) – projekt *Matma – zobacz, jakie to proste*;

a także artykuły w dziale *Matematyka wokół nas*, dostępne na stronach:

[Na co dzień](#)

[W przyrodzie](#)

[W sztuce](#)

[W literaturze](#)

[W muzyce](#)

[W kosmosie](#)

Takie podejście do matematyki powoduje prawdziwe zresztą odczucie, że matematyka nie jest oderwaną od rzeczywistości, sztucznie kreowaną dziedziną nauki, przeciwnie – stanowi podstawę zrozumienia otaczającego nas świata. Wiemy przecież, że umiejętności matematyczne są niezbędne do oszacowania liczby ludności, ilości wody czy po-

trzeb paliwowych. A zatem uświadomienie uczniom znaczenia matematyki dla codziennych realiów ma szansę na wyeliminowanie twierdzenia: „Uczę się tego przedmiotu, ale nie wierzę, aby mi się to do czegoś w życiu przydało”.

Rozwój zdolności matematycznych wspomaga, wydawać by się mogło, stojące na przeciwnym biegunie zdolności filologiczne i humanistyczne. W matematyce są widoczne piękno i harmonia – literatura i sztuka nie posiadają więc monopolu na odczucia estetyczne.

Jak ujmuje to specjalista: „Nasza psychika jest skomplikowanym aparatem, którego sprawne działanie uzależnione jest od wzajemnej współpracy wszystkich jego elementów. Pamięć funkcjonuje i rozwija się w ścisłej i wzajemnej zależności od tego, jak funkcjonują i rozwijają się pozostałe zdolności poznawcze. Nie można kształcić pamięci, nie kształtując jednocześnie spostrzegawczości, wyobraźni, uwagi i myślenia”¹.

Odwrócona lekcja

Materiały dostępne w internecie można wykorzystać nie tylko bezpośrednio na lekcji, mogą one stanowić również zasób informacji przygotowujący do tematu omawianego w klasie. Takie możliwości stwarza modna w ostatnich latach metoda lekcji odwróconej, za której prekursora uważa się nauczyciela chemii Jonathana Bergmanna.

Nauczyciel umieszcza w sieci zbiór wiadomości, z którymi uczniowie zapoznają się jeszcze przed lekcją, a dzięki czemu przychodzą do szkoły przygotowani i zainteresowani tematyką zajęć. Nauczyciel nie musi oczywiście tworzyć samodzielnie tych materiałów, może skorzystać z ciągle powiększającej się bazy wiedzy dostępnej w sieci globalnej.

Niewątpliwym plusem takiego rozwiązania jest zindywidualizowanie nauczania – uczeń ma możliwość wielokrotnego wglądu do proponowanych zasobów, tyle razy, ile potrzebują, aż materiał zostanie przez niego zrozumiany. Ponadto uczeń może skorzystać z innych źródeł pomocniczych, poświęconych temu samemu zagadnieniu, w których problem został przedstawiony z innej perspektywy, być może lepszej w indywidualnym odbiorze ucznia.

Technologia informacyjno-komunikacyjna, bez której trudne byłoby zorganizowanie lekcji odwróconej, staje się narzędziem zapewniającym uczniom poczucie bezpieczeństwa, zwłaszcza w razie ich nieobecności w szkole. Uczeń opuszczający lekcję, na której był realizowany nowy temat, w warunkach tradycyjnego sposobu jej prowadzenia ma zaległości, które mogą przyczynić się do niezrozumienia następnych powiązanych tematów. A ten uczeń, który matematyce przyczepił łatkę: „Trudna i nie dla mnie!”, tym bardziej popadnie w zniechęcenie i ostatecznie odpuści sobie przedmiot.

¹ Kandzia J., *Nowe metody nauczania w matematyce*, https://joanna-kandzia.rhcloud.com/wp-content/uploads/2015/09/Nowe-metody-nauczania-w-matematyce_publicacja-projektu.pdf, s. 40.

Trudności w uczeniu się matematyki z czasem wynikają z wyuczonej bezradności. Nawet jeśli uczeń próbuje zrozumieć materiał, ale jest pozostawiony sam sobie, odczuwa negatywne skutki poznawcze, motywacyjne i emocjonalne. Kontakt z kolejną partią materiału, bez poznania i zrozumienia wcześniejszej części, powoduje u niego niepokój, lęk, smutek i niechęć do wykonywania podobnych zadań. Dzięki stosowaniu metody lekcji odwróconej, jeśli proponowane przez nauczyciela materiały są dobrej jakości, problem fizycznej nieobecności ucznia na lekcji można zminimalizować.

Metoda lekcji odwróconej daje również możliwości wykraczania poza treści ujęte w podstawie programowej. Uczniowie, którzy szybko opanują materiał podstawowy, mogą pracować z materiałem rozszerzonym, nawet w fazie wprowadzania do rozszerzonego obszaru, nauczyciel zaś nie musi wtedy angażować uczniów niezainteresowanych szerszym poznaniem zagadnienia.

Nauczyciel stosujący dzisiaj metodę lekcji odwróconej tworzy już inną kulturę nauczania. To dziewiętnastowieczny pedagog był dla swoich uczniów niemal jedynym źródłem informacji i wiedzy. Ale starożytny filozof Platon propagował inne spojrzenie na rolę nauczyciela – twierdził bowiem, że nauczyciel jest jedynie akuszerem prawdy, która sama rodzi się w każdym człowieku, a nauczyciel spełnia jedynie rolę pomocniczą.

Wyniki współczesnych badań dowodzą, że proporcje dziewiętnastowiecznej szkoły już dawno zostały odwrócone, a tylko niewielki procent informacji i wiedzy, który przyswaja sobie młody człowiek, pochodzi ze szkoły. Biegu tych przemian nie odwrócimy i błędem byłaby próba zmiany kierunku obecnych przeobrażeń. Za to rozsądne jest podążanie z duchem czasu i wykorzystanie dostępnej techniki tak, aby ten naturalny proces wpleść w strukturę nauczania, poprawiając jego efektywność. Można zaryzykować twierdzenie, że: „Nie ma dzieci niezdolnych do poprawnego rozumowania matematycznego, jeśli tylko spełniony będzie warunek wyzwolenia ich niewymuszonej aktywności oraz inwencji. Zgodnie z tym podejściem dziecko powinno być aktywne i twórcze, to ono buduje swoją matematykę, nauczyciel zaś wspiera jego działania i rozwój”². Warto też pamiętać, że: „Nauczyciel matematyki, jak każdego innego przedmiotu, powinien kierować się doborem metod wynikających z obserwacji uczących się i nie odrywać sztucznie matematyki od rzeczywistości”³.

W tym kontekście należy zwrócić uwagę na pojęcie nowej technologii. Przyjęto się, że nowa technologia to taka, która powstała za naszego życia. Zgodnie z tą tezą dla wielu nauczycieli internet jest niewątpliwie nową technologią, nie jest nią jednak dla naszych uczniów. Dla nich jest czymś, co po prostu jest naturalnym tworem, gdyż nie znają świata bez internetu. Wykorzystanie komputera i internetu w procesie nauczania jest więc dla uczniów tak samo naturalne jak dla nas korzystanie na lekcji z cyrkla i ekierki. Przeciwnie, niewykorzystywanie nowych technologii stanowi symbol zacofania.

² Ryczek B., *Znaczenie gier i zabaw dydaktycznych w nauczaniu matematyki*, https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=http://www.metodycy.wadowice.iap.pl/word/malczyk/ryczek_mat.doc

³ por. Dybiec Z., (2000), *O pewnej metaforze Zofii Krygowskiej*, „Matematyka”, nr 1, s. 27–28.

Źródła materiałów dla lekcji odwróconej jest wiele i powstaje ich coraz więcej. Flagowym, ciągle się rozwijającym portalem jest Akademia Khana, dostępna pod adresem: pl.khanacademy.org

W wizytówce portalu czytamy: „Nasza matematyczna misja to przeprowadzenie uczniów od przedszkola do rachunku różniczkowego za pomocą nowoczesnych technologii adaptacyjnych, które identyfikują mocne i słabe strony ucznia”.

Polska strona Akademii Khana jest wzorowana na anglojęzycznym portalu prowadzonym od roku 2006 przez Salmana Khana, absolwenta Massachusetts Institute of Technology – khanacademy.org

W polskiej edukacji mieliśmy już wiele prób tworzenia portali edukacyjnych z materiałami dla uczniów i nauczycieli, a jednym z nich jest Scholaris (scholaris.pl). Inne, godne polecenia miejsca w sieci z materiałami do nauczania matematyki, to:

matzoo.pl – ZOO matematyczne, skierowane do uczniów szkół podstawowych;

matemaks.pl – Matemaks, serwis autorstwa Michała Budzyńskiego, podzielony na działy tematyczne, bogaty w materiał wprowadzający w wybrane zagadnienia oraz przykłady rozwiązywania zadań, również w formie filmowej;

batmat.pl – interaktywne ćwiczenia dla gimnazjum i liceum;

superkid.pl – interaktywne ćwiczenia dla dzieci;

matematyka-reaktywacja.pl – matematyka reaktywacja;

math.edu.pl – proste ćwiczenia online przede wszystkim dla uczniów szkół podstawowych;

matematykatv.pl – portal prezentujący rozwiązania zadań w formie krótkich filmów;

ore.edu.pl – e-podręczniki, przygotowane w ramach projektu realizowanego przez Ośrodek Rozwoju Edukacji;

matematyczny-swiat.pl – blog matematyczny, a w nim ciekawostki matematyczne;

portalmatematyczny.pl – portal matematyczny;

matematyka.pisz.pl – matematyka w gimnazjum i liceum.

Przydatne rozwiązania – portale i aplikacje

Portale i aplikacje to tylko niewielka część dostępnych zasobów, które nadają się do wykorzystania w procesie uczenia matematyki. Ponieważ jest ich już bardzo dużo i ciągle przybywa, a także z powodu różnej jakości materiałów, dobrze by było, gdyby uczeń uzyskał od nauczyciela wskazówkę, z której propozycji skorzystać najlepiej, aby przygotować się do lekcji i zrozumieć przerabiany zakres tematyczny.

Mail klasowy

Najprostszą metodą jest skorzystanie z maila klasowego. Zwykle to uczniowie zakładają konto poczty elektronicznej, do którego wszyscy mają dostęp i przesyłają na nie różne pomoce, czasami rozwiązania zadań. Nauczyciel może wykorzystać to konto, wysyłając link do wybranego przez siebie zasobu, wraz z informacją o celu odwiedzenia danego miejsca w sieci. Tego typu współpraca z uczniami nie nosi znamion systematyczności – co jest cechą nauczania zorganizowanego – ale dzięki powszechnemu charakterowi jest pozytywnie odbierana przez uczniów i nadaje się do sporadycznego stosowania.

Portale społecznościowe

Niektórzy nauczyciele wykorzystują w nauczaniu portale społecznościowe, takie jak Facebook, Twitter czy Google+. Na swoich profilach zamieszczają wiadomości dotyczące nauczanego przedmiotu czy odwołania do innych miejsc w sieci z polecanymi materiałami dydaktycznymi. Portal społecznościowy nadaje się do tego typu przedsięwzięć, ponieważ daje możliwość tworzenia grup odbiorców, a to gwarantuje odpowiednio dużą liczbę adresatów. Ponadto uczniowie zwykle posiadają już konta na takich portalach, więc posłużenie się nimi wykorzystuje pozytywne resentymy związane z tymi miejscami w sieci.

Minusem tego rozwiązania jest nadmiar informacji pojawiających się na portalu społecznościowym. W tych warunkach informacja od nauczyciela szybko się dezaktualizuje, przechodzi na niższe pozycje i może pozostać niezauważona przez ucznia.

Niewątpliwym czynnikiem negatywnym jest osłabianie koncentracji ucznia, powodowane obecnością wielu wiadomości. Uczeń zalogowany na portalu społecznościowym ma łatwy dostęp do innych informacji, które go interesują, oraz systemów komunikacji ze znajomymi. Nie można więc liczyć, że materiały do nauki matematyki, ale także każdego innego przedmiotu, zamieszczone na portalu społecznościowym, zawsze wygrają z bogatą konkurencją innego rodzaju doniesień.

Ponieważ korzystanie z popularnych portali społecznościowych jest istotnym czynnikiem dekoncentrującym ucznia, warto skorzystać z portalu ukierunkowanego na wy-

mianę informacji tylko w zakresie nauczanego przedmiotu lub w grupie przedmiotów, pod warunkiem że uda się przygotować naukową szkolną sieć społecznościową.

Edmodo



Możliwości takie stwarza darmowy portal Edmodo, dostępny na stronie: edmodo.com, założony przez Nica Borga oraz Jaffa O'Harę.

Narzędzie to umożliwia utworzenie szkolnej edukacyjnej sieci społecznościowej, z wbudowanym kalendarzem, dziennikiem elektronicznym, serwerem udostępniającym pliki i narzędzia do tworzenia testów oraz quizów.

Edmodo w swojej szacie graficznej jest podobny do portalu Facebook, co może sprawić, że uczniowie poczują się jak w domu i nie odczują dyskomfortu uczenia się obsługi nowego narzędzia. Serwis wysyła powiadomienia na adres e-mail, przypominające o ważnych terminach klasowych. Ponadto aplikacja może być zainstalowana na urządzeniach mobilnych. Jest do pobrania na system Android pod adresem: play.google.com. To podnosi jej atrakcyjność i sprawia, że uczeń w wolnym czasie wykorzystuje smartfon nie tylko dla rozrywki, ale także w celach edukacyjnych, a dzięki temu nauka staje się rozrywką w rozrywkę wkomponowaną.

Portal Edmodo zachęca uczniów do współpracy zarówno w sali szkolnej, jak i online. Od popularnych portali społecznościowych różni aplikację dedykowaną szkołom. Każda grupa (klasa) użytkowników jest moderowana przez nauczyciela, uczniowie komunikują się tylko z innymi uczniami oraz nauczycielem, nie ma anonimowych wpisów.

Platforma Edmodo daje techniczne możliwości budowania sieci współpracy między uczniami i nauczycielami z całego świata. Umożliwia również wygenerowanie kodu dla rodzica, który może uzyskiwać informacje o pojawiających się nowych zadaniach oraz terminach ich realizacji. Portal jest nazywany Facebookiem dla szkół, tyle że lepszym.

Osobom zainteresowanym tworzeniem i wykorzystaniem szkolnej sieci społecznościowej w procesie nauczania matematyki polecamy webinar przygotowany przez grupę aktywnych nauczycieli Superbelfrzy, prezentujący możliwości platformy Edmodo oraz wskazówki, jak z niej korzystać. Film dostępny jest pod adresem: youtube.com

Jeżeli nauczyciel przekona się do wykorzystywania bogactwa materiałów multimedialnych w procesie nauczania matematyki, może skorzystać z wybranej platformy do konstruowania lekcji, na której może zamieszczać gotowe elementy w porządku przyjętym przez siebie. Również i tu mamy wiele darmowych rozwiązań, które przy niewielkim nakładzie czasu i zaangażowania nauczyciela umożliwiają przygotowanie materiałów dydaktycznych przyjaznych od strony graficznej i poznawczej.

Blendspace



Jedną z takich aplikacji jest Blendspace, narzędzie dostępne pod adresem:

[tes.com](https://www.tes.com)

Za pomocą tej bezpłatnej platformy nauczyciel może tworzyć lekcje, wykorzystując elementy multimedialne. Może też przygotować interaktywne quizy, jako elementy powtórzeniowe dla danej lekcji. Platforma umożliwia zakładanie grup (klas) w celu skierowania danego materiału do określonych odbiorców.

Nauczyciel, chcąc wykorzystywać platformę Blendspace, nie musi być biegłym użytkownikiem narzędzi informatycznych, nie musi również posiadać żadnych umiejętności programistycznych – platforma umożliwia intuicyjne stosowanie dostępnych narzędzi.

Krótką instrukcją wideo w języku polskim, dotyczącą zakładania konta na platformie Blendspace, tworzenia i udostępniania lekcji znajduje się w serwisie Youtube pod adresem: [youtube.com](https://www.youtube.com)

Artykuł poświęcony platformie Blendspace znajduje się na stronie:

meritum.mscdn.edu.pl

Z przykładami materiałów przygotowanych za pomocą platformy Blendspace można zapoznać się na stronach:

www.tes.com – funkcja kwadratowa;

www.tes.com – rozwiązywanie równań.

Prawo autorskie a publikacja cudzych utworów

Nauczyciel, tworząc materiały zawierające cudze utwory, powinien zwrócić uwagę na poszanowanie praw autorskich, i to nie tylko obawy na złamanie prawa i poniesienie ewentualnych konsekwencji.

Ponieważ szkoła przygotowuje i edukuje do życia w świecie, w którym przestrzeganie prawa jest istotnym elementem oczekiwanych zachowań, edukacja w tym obszarze ma charakter ponadprzedmiotowy. Nauczyciel publikujący materiały musi więc wziąć pod uwagę podstawową regułę prawa autorskiego, zgodnie z którą każdy utwór z zasady jest przedmiotem prawa autorskiego, czyli jest przez nie chroniony.

Istnieje jednak duża grupa utworów należących do tzw. domeny publicznej lub opieczętowana tzw. wolnymi licencjami. Takie utwory zgodnie z treścią artykułu 34 *Ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych* można publikować na

zasadach dozwolonego użytku, bez uzyskania zgody autora lub właściciela praw majątkowych, pod warunkiem zamieszczenia informacji o źródle i autorze po uwzględnieniu istniejących możliwości ich podania.

Tekst ujednoczony ustawy dostępny jest pod adresem: isap.sejm.gov.pl

W materiałach internetowych można bez ograniczeń podawać linki do cudzych utworów, gdyż nie stanowi to publikacji utworu, a jest opublikowaniem informacji o źródle, co określa *Dyrektywa Trybunału Sprawiedliwości Unii Europejskiej* (sygnatura akt: C-466/12).

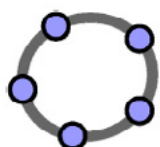
Jeszcze dalej idzie orzecznictwo w tej kategorii spraw, zgodnie z którym: „(...) przy przekierowaniu do artykułu nie ma znaczenia fakt, że internauta może nawet nie wiedzieć, że zapoznaje się z treścią z innego serwisu”.

Informację na ten temat można znaleźć pod adresem: rp.pl

Taka sytuacja może wystąpić, gdy nauczyciel, tworząc lekcję multimedialną, wstawią zewnętrzne aplety. Odczytanie prawdziwego źródła wykorzystanego zasobu zewnętrznego może być utrudnione dla osób, które nie potrafią odczytać wewnętrznego kodu programu. Może powstać wrażenie, jakoby autor lekcji był zarazem autorem wykorzystywanego zasobu. Stąd warto w takich przypadkach umieścić w formie tekstowej dodatkową informację o źródle pochodzenia materiału.

Przy wykorzystaniu zasobów zewnętrznych może pojawić się jeszcze inny problem. Otóż zasób źródłowy może ulec zmianie lub zostać całkowicie usunięty przez autora. Nauczyciel, wykorzystując zasoby zewnętrzne, przed bezpośrednim ich udostępnieniem uczniom powinien sprawdzić, czy nie nastąpiły zmiany.

Geogebra – tworzenie własnych zasobów i materiałów dydaktycznych



GeoGebra

Do tej pory zostały zaprezentowane narzędzia umożliwiające przede wszystkim zestawianie gotowych materiałów dydaktycznych w przewidzianą przez nauczyciela ścieżkę czy lekcję.

Z wykorzystaniem tego typu narzędzi powstają dydaktyczne materiały autorskie złożone z cegiełek różnych innych pomocy. Nie jest jednak tajemnicą, że najlepiej pracuje się na własnych materiałach. Przykładem może być prelegent wykorzystujący prezentację, który najlepiej potrafi przekazać treści wspomagane przez obraz, jeśli jest równocześnie autorem tej prezentacji. Dlatego coraz większą popularnością cieszą się narzędzia umożliwiające tworzenie własnych zasobów i własnych materiałów dydaktycznych.

Jednym z takich narzędzi jest Geogebra – znany w środowisku matematycznym, darmowy interaktywny portal wspomagający nauczanie i uczenie się matematyki. Materiały przygotowane za pomocą tego systemu mogą znaleźć zastosowanie w takich dziedzi-

nach matematyki jak arytmetyka, planimetria, stereometria, geometria analityczna na płaszczyźnie i w przestrzeni, rachunek różniczkowy i całkowy oraz w badaniu funkcji, rozwiązywaniu równań, nierówności i ich układów.

W programie Geogebra można wykonywać konstrukcje za pomocą punktów, wektorów, odcinków, prostych, krzywych stożkowych, posługiwać się zmiennymi liczbowymi, wektorowymi i punktowymi, wyznaczać pochodne i miejsca zerowe oraz ekstrema funkcji. W trakcie powtórnej edycji projektu zmiany są wprowadzane dynamicznie.

Program posiada więc bogate funkcjonalności, dzięki czemu stał się bardzo popularny. Zapewnia dotarcie do wysokiej jakości gotowych materiałów oraz podręczników opisujących możliwości programu i sposoby skorzystania z nich.

Program dostępny jest pod adresem: geogebra.org

Podręczniki dotyczące programu można znaleźć na stronach:

static.geogebra.org – *Wprowadzenie do Geogebry*, wersja 4.2;

dSPACE.uni.lodz.pl – Pawlak R.J., Walczak Z., *Matematyka. Materiały metodyczne*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.

Programy nauczania matematyki w gimnazjum i liceum, oparte na pracy w programie Geogebra, udostępnia na swoich stronach Warszawskie Centrum Geogebry. Materiały te zawierają scenariusze lekcji oraz gotowe aplety, które powstały w ramach trwających trzy lata i zakończonych w 2015 roku projektów współfinansowanych ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, takich jak:

sites.google.com – *Innowacyjny program nauczania matematyki dla gimnazjów*, zawierający elementy zastosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych;

sites.google.com – *Innowacyjny program nauczania matematyki dla liceów ogólnokształcących w zakresie podstawowym*, zawierający elementy zastosowania technologii informacyjno-komunikacyjnych, w tym darmowego oprogramowania Geogebra do nauczania matematyki.

Cabri II i Cabri 3D – eksperyment matematyczny



Interaktywny program komputerowy, wspomagający nauczanie matematyki, przede wszystkim geometrii, a zwłaszcza poznawanie geometrii euklidesowej i analitycznej.

Program ułatwia tworzenie dynamicznych konstrukcji obiektów oraz umożliwia ich mierzenie, wyznaczanie równań i współrzędnych, operowanie obiektami przy pomocy wkomponowanego kalkulatora.

Cabri udostępnia narzędzia rozcinięcia wielościanu i tworzenia jego siatki, umożliwiając tworzenie nowych wielościanów na bazie już skonstruowanych i poznawanie konstrukcji ich siatek, co z kolei ułatwia uczniowi samodzielne wykonanie modelu.

W programie oprócz wielościanów klasycznych, platońskich i archimedesowskich można budować bryły obrotowe. Na ekranie dwuwymiarowym można tworzyć trójwymiarowe rzuty dynamicznych konstrukcji obiektów czterowymiarowych, np. hipersześcianu czy hiperzworościanu, a w najmłodszych klasach – budować wirtualne modele rzeczywistych obiektów przestrzennych, takich jak budynki czy przybory codziennego użycia. Można także konstruować obiekty symulujące zjawiska fizyczne, np. zderzenie kul itp.

Cabri umożliwia obserwowanie obiektów geometrycznych w trakcie poruszania nimi. Po utworzeniu figury można ją „deformować”, „chwytając” jej elementy bazowe i przemieszczając je, przy zachowaniu wszystkich własności przypisanych figurze.

Niewątpliwym minusem programu w porównaniu z wcześniej prezentowanymi rozwiązaniami jest jego odpłatność oraz konieczność instalowania w systemie operacyjnym użytkownika.

Pliki instalacyjne wersji demonstracyjnej można pobrać ze strony: cabri.com

Podręczniki obsługi i wykorzystania programu w języku polskim dostępne są na stronach:

download.cabri.com

download.cabri.com

download.cabri.com

C.a.R - interaktywna geometria na ekranie



Program alternatywny dla komercyjnego rozwiązania Cabri.

C.a.R. – cyrkiel i linijka – rysuj i ucz się jest również instalowany w systemie, do czego narzędzie instalacyjne można pobrać ze strony: car.rene-grothmann.de

C.a.R umożliwia operowanie makroinstrukcjami, co znacznie ułatwia tworzenie skomplikowanych konstrukcji. Parametrami makroinstrukcji są figury geometryczne.

Zarówno definicja, jak i uruchomienie makroinstrukcji są bardzo proste. Dla przykładu zdefiniowanie okręgu opisanego na trójkącie polega na wykonaniu konstrukcji, wybraniu opcji definiującej parametry, kliknięciu w wierzchołki trójkąta, wybraniu opcji definiowania wyniku i kliknięciu w okrąg. Na zakończenie musimy nazwać makroinstrukcję i od tej pory nacreślenie okręgu opisanego na trójkącie sprowadzi się do kliknięcia

w wierzchołki trójkąta, po uprzednim uruchomieniu makroinstrukcji. Zdefiniowane makroinstrukcje są dostępne jako nowe opcje menu.

Polski opis wykorzystania programu można znaleźć na stronach: gajdaw.pl

Inne programy do interaktywnej wizualizacji grafiki

[Geonet](#)

[Geometria](#)

[Cinderella](#)

[Graph](#)

Są to propozycje programów mniej znanych, aplikacje sprzed kilku lat, jednak nauczyciel poszukujący ciekawych, niekonwencjonalnych i darmowych pomocy może w nich znaleźć interesujące dla siebie rozwiązania.

Minstructor – tworzenie lekcji interaktywnej



Innym portalem, którego funkcje umożliwiają i wspomagają tworzenie własnych materiałów dydaktycznych, jest darmowe narzędzie Minstructor, dostępne w polskiej wersji językowej pod adresem: minstructor.pl

Portal ma przyjemną szatę graficzną, przeznaczony jest do zarządzania treścią poprzez umożliwienie nauczycielom publikowania niestandardowych zasobów. Materiały umieszczane w repozytorium stają się dostępne dla innych użytkowników serwisu.

Podobnie jak w portalu Geogebra, jest to bardzo cenna cecha, przyjazna tworzeniu sieci wsparcia przez nauczycieli danego przedmiotu. Każdy opublikowany wcześniej zasób może być skopiowany i zmieniony przez innego użytkownika poprzez dostosowanie do jego potrzeb.

W repozytorium zasoby są podzielone według etapu edukacyjnego, przedmiotów i zgodnie z podstawą programową. Kategorie zasobów są ułożone odpowiednio do chronologii ich dodania, częstotliwości oglądania i oceny przydatności.

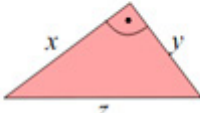
Poniższy obraz zawiera przykład jednego slajdu z zadaniem. Rozwiązanie tego typu zadania polega na przeciągnięciu elementu z lewej strony na okienko znajdujące się pod każdym trójkątem.

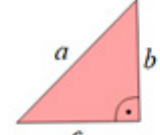
1
2
3
4
5
6
7

Zadanie 2

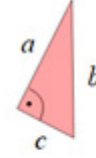
Dopasuj wzory do właściwych trójkątów.


$a^2 + b^2 = c^2$
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $b^2 = a^2 + c^2$
 $x^2 = y^2 + z^2$
 $y^2 = x^2 + z^2$
 $x^2 + y^2 = z^2$
 $k^2 = l^2 + m^2$
 $k^2 + l^2 = m^2$
 $l^2 = k^2 + m^2$







$a^2 = b^2 + c^2$





Aktualne błędy:
Błędy po sprawdzeniu:
Wynik: 0%

Przykłady materiałów dostępnych na portalu Minstructor:

minstructor.pl – układ współrzędnych;

minstructor.pl – równania i nierówności;

minstructor.pl – twierdzenie Pitagorasa.

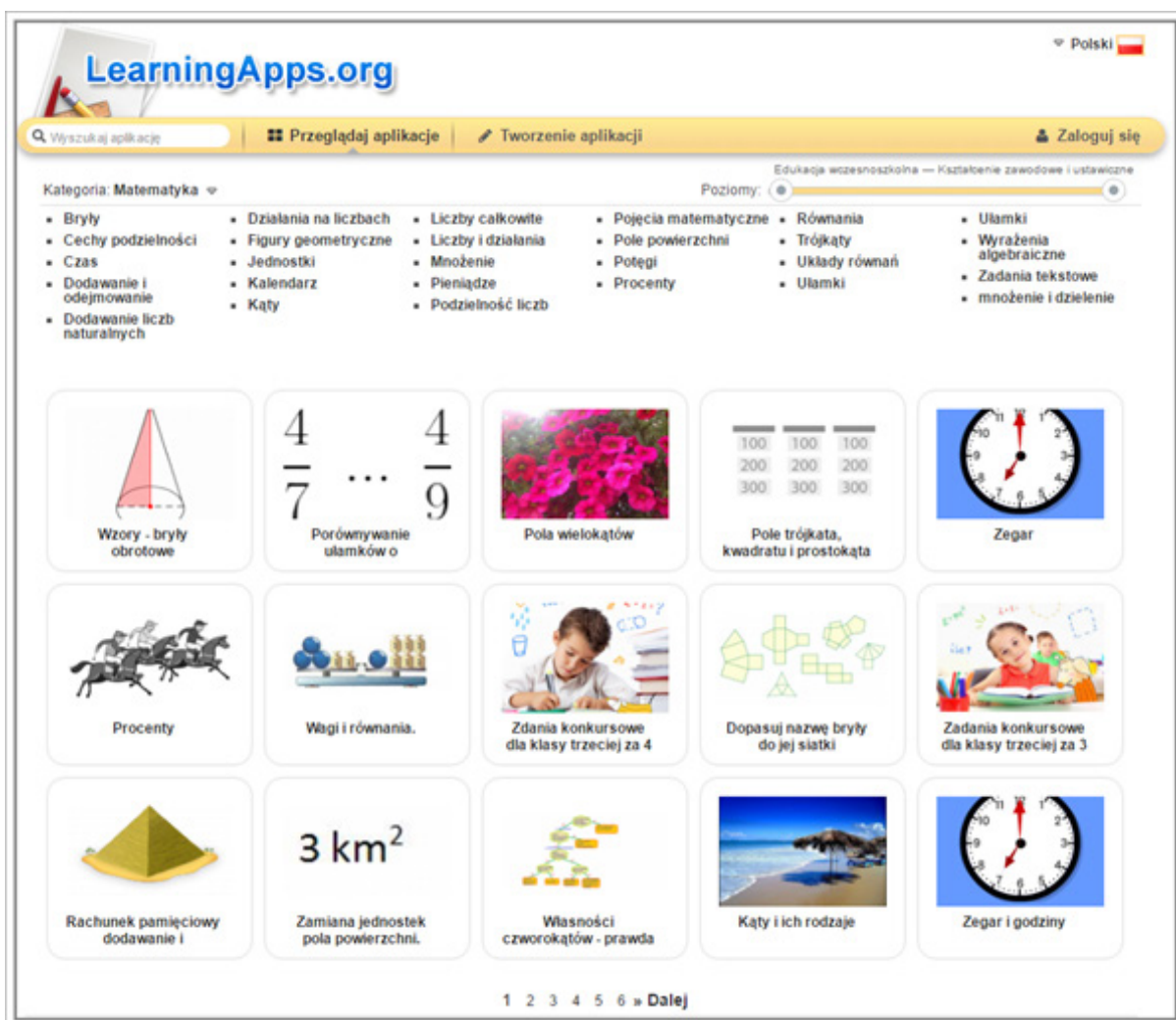
LearningApps



Jest kolejną dostępną w języku polskim, darmową platformą umożliwiającą tworzenie gier edukacyjnych i ćwiczeń w wielu kategoriach, takich jak:

- quizy wielokrotnego i jednokrotnego wyboru;
- wykreślanka słowna;
- zaznaczanie w tekście;
- przyporządkowywanie – puzzle, tabele, mapy, memory;
- porządkowanie – oś czasu i ustalanie kolejności;
- pisanie – krzyżówka, tekst z lukami, uzupełnianie tabeli;
- dodatkowe narzędzia – głosowanie, matrix, wspólne pisanie, mapa myśli, tablica korkowa online.

Gry dydaktyczne przygotowane za pomocą platformy LearningApps można udostępnić publicznie. Można również korzystać z bogatych zasobów przygotowanych przez innych użytkowników platformy, dostępnych pod adresem: learningapps.org



Gotowe projekty matematyczne na platformie LearningApps podzielone są według zagadnień oraz poziomu, co prezentuje powyższy obraz. Platforma umożliwia dodatkowo współpracę z uczniami, tworzenie klas i pewną kontrolę nad pracą uczniów.

W systemie LearningApps uczniowie nie muszą być biernymi użytkownikami materiałów przygotowanych przez nauczyciela. Sami mogą opracowywać gry dydaktyczne, co może stać się czynnikiem wspomagającym zaangażowanie uczniów w poznawanie realizowanego materiału.

Krótką instrukcją wykorzystania platformy znajduje się pod adresem: biblioteka.2ap.pl

Arkusze kalkulacyjne to nie tylko narzędzie biurowe

W procesie nauczania matematyki w szkole wykorzystuje się wiele narzędzi, które nie były konstruowane z myślą o nauczaniu tylko matematyki lub przedmiotów ścisłych. Należą do nich tablica, długopis, ołówek oraz dostępne rozwiązania cyfrowe.

Arkusze kalkulacyjne nie są pomocą dydaktyczną w ścisłym tego słowa znaczeniu, ale może się nią stać, jeżeli nauczyciel będzie miał pomysł na wykorzystanie go w toku nauczania matematyki. Arkusze kalkulacyjne, najczęściej Microsoft Excel, poznają uczniowie zwykle w gimnazjum na lekcjach informatyki – nauczyciel matematyki może więc realizować swoje cele, bazując na tych umiejętnościach. W ten sposób nauczanie staje się interdyscyplinarne, a wykorzystanie tych samych narzędzi na lekcjach informatyki i matematyki jest jak najbardziej naturalne.

Przykłady wykorzystania arkusza kalkulacyjnego, które mogą stać się inspiracją dla własnych pomysłów:

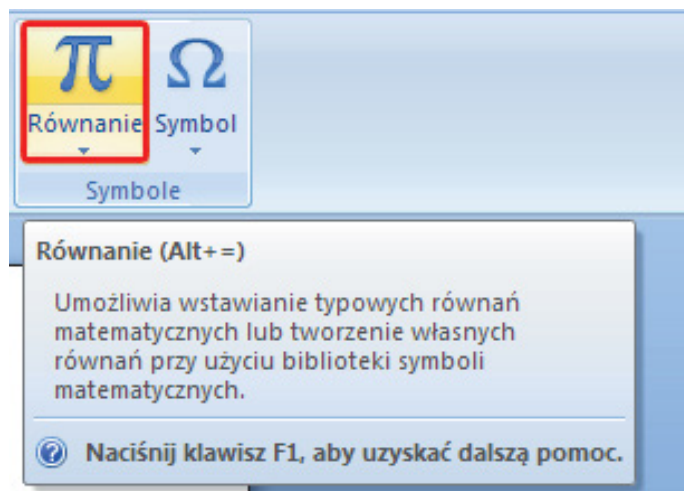
profesor.pl – poszukiwanie miejsc zerowych;

gwo.pl – funkcja liniowa w programie Excel;

interklasa.pl – kreślenie wykresów (scenariusz lekcji z opisem ćwiczeń);

youtube.com – wykresy funkcji matematycznych (instrukcja w postaci filmu).

LaTeX językiem zapisu matematycznego



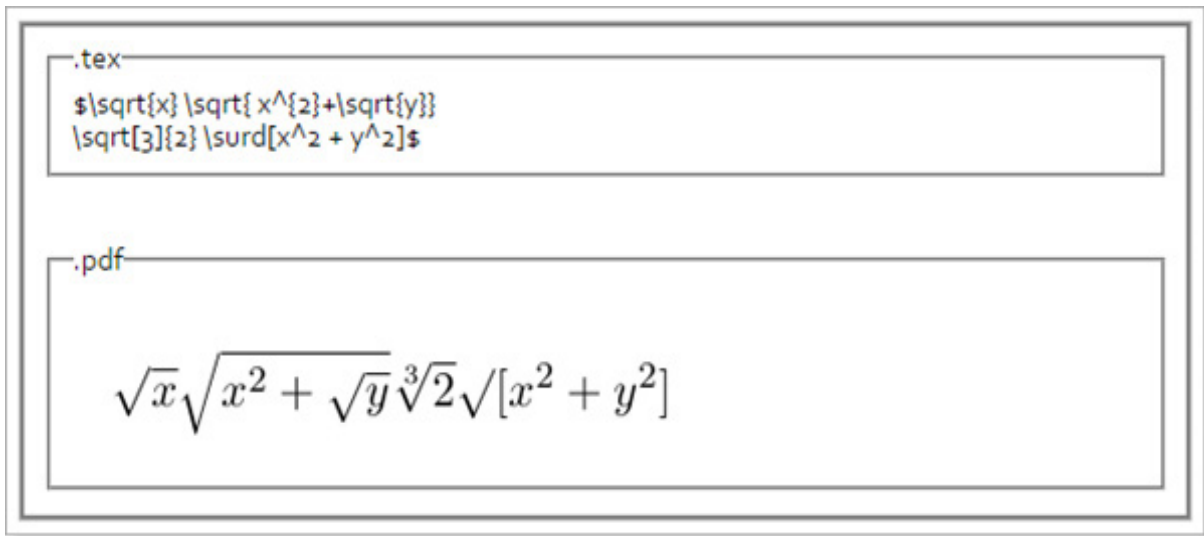
Nauczyciel matematyki, chcąc przygotować jakikolwiek dokument w formie elektronicznej, wcześniej czy później będzie miał problem związany z zapisaniem wzorów matematycznych. Tradycyjna klawiatura komputera nie posiada odpowiednich klawiszy, ale na szczęście większość współczesnych edytorów tekstu wyposażona jest w edytor równań.

W najczęściej wykorzystywanym edytorze tekstu Microsoft Word znajduje się odpowiednie narzędzie w menu: „Wstaw”. Po kliknięciu w ikonę zostaje wyświetlona dalsza bogata w narzędzia wstęga ikon, co ilustruje poniższy obraz. Użycie ikon jest intuicyjne i po kilku próbach użytkownik jest w stanie zapisać każde działanie matematyczne.



Zanim jednak edytory tekstu zostały standardowo wyposażone w narzędzia zapisu matematycznego, powstawały niezależne standardy, z których najbardziej popularny jest LaTeX.

Na poniższym obrazie został przedstawiony zapis w standardzie LaTeX oraz wynik zapisu.



Przykład pochodzi ze strony latex-kurs.x25.pl, na której znajduje się szczegółowy kurs korzystania z tego standardu.

Gry i zabawy w edukacji matematycznej

Określenia gra i zabawa kojarzą się z wczesnoszkolnym etapem edukacji, co jest uzasadnionym odruchem, jednak nie do końca odpowiadającym rzeczywistości. Trzeba zauważyć, że wszyscy ludzie bez względu na wiek lubią się bawić i uczestniczyć w grze. Wraz z wiekiem zmienia się jedynie rodzaj zabawy, z czasem nazywanej rozrywką.

„Zabawa to swoisty rodzaj kontaktu człowieka z jego rzeczywistością w różnych okresach życia, jako taki sposób przeżywania świata rzeczywistego, który nie tylko dostarcza przyjemności, lecz także zapewnia równowagę i harmonię między człowiekiem a jego światem”⁴.

„Życie człowieka to mniej lub bardziej harmonijne przemieszczanie się z płaszczyzny życia realnego, która dostarcza środków do biologicznego przetrwania, na której toczą się wszelkie działania zabezpieczające ludzką jednostkową i zbiorową egzystencję, która lepiej lub gorzej zaspokaja wszystkie potrzeby człowieka (poza oczywiście potrzebą zabawy), na płaszczyznę ludycką, która z kolei pozwala w zabawie przewyżczać ograniczenia realnego życia, rekompensując jego trudy”⁵.

Rozrywka jest pojęciem jak najbardziej związanym z pozytywnymi emocjami. Ponieważ emocje, doświadczenie i pozytywne skojarzenia mają bardzo dobry wpływ na proces percepcji, warto, by jak najczęściej znajdowały swoje odzwierciedlenie w edukacji. Przykład takiego zastosowania może stanowić wskazana wcześniej platforma Edmodo, w swojej funkcjonalności i grafice przypominająca portal społecznościowy Facebook, oraz sam portal Facebook, jako zasadnicze i celowe działanie, choć utrudnione przez bogactwo elementów rozpraszających.

Elementami gier i zabaw jest też wplatanie treści humanistycznych w proces nauczania przedmiotów ścisłych, waler ten ma także wspomniana platforma LearningApps, umożliwiająca tworzenie zabaw dydaktycznych zarówno przez nauczyciela, jak i przez samych uczniów.

„Zabawa dydaktyczna to taka zabawa, która prowadzi z reguły do rozwiązania jakiegoś założonego w niej zadania. Natomiast gra dydaktyczna to odmiana zabawy polegająca na respektowaniu ustalonych ściśle reguł i wymagająca wysiłku myślowego”⁶.

Wplatając w edukację szkolną elementy gier i zabaw, stwarzamy sytuacje, w których uczniowie angażują się w to, co robią, chętnie pracują i dążą do osiągnięcia jak najlepszych wyników. Aktywizacja ucznia, która pobudza go do samodzielnego myślenia,

⁴ Okoń W., (1995), *Zabawa a rzeczywistość*, Warszawa: Wydawnictwo „Żak”.

⁵ Kantor R., (2013), *Zabawa w dobie społeczeństwa konsumpcyjnego. Szkice o ludyzmie, ludyckości i powadze, a w istocie o jej braku*, Kraków: Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego.

⁶ Okoń W., (2016), *Nowy słownik pedagogiczny*, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie „Żak”.

to przewidywanie, poszukiwanie, eliminowanie niepotrzebnych kroków, tworzenie pomysłów i orientacji⁷.

„Gry dydaktyczne, poza swym walorem zabawowym (koniecznym dla dziecka w okresie nauczania elementarnego), wzbudzają i zaspokajają takie potrzeby społeczne, jak przynależność do określonej grupy, współdziałanie z rówieśnikami, otrzymywanie pozytywnych wzmocnień w postaci aprobaty, uznania, nagradzania. Gry rzadko kojarzą się dzieciom z nauką. Możliwość odniesienia sukcesu przez dziecko mniej lub mało zdolne jest kolejną wartością tej metody, gdyż uczy ona wiary w siebie”⁸.

O szczególnej roli gier w nauczaniu matematyki dzieci mających problemy w uczeniu się tego przedmiotu pisała Edyta Gruszczyk-Kolczyńska w swojej godnej polecenia książce *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*.

W sieci globalnej oprócz już opisanych materiałów naukowych można znaleźć propozycje humorystyczne powiązane z matematyką. Przy nadarzącej się okazji – dla złagodzenia wytworzonego u niektórych uczniów surowego obrazu liczb – warto wykorzystywać również i takie, jak poniższy przykład kartki matematycznej zaczerpnięty ze strony: matematyczny-swiat.pl



Także i na tej płaszczyźnie nauczania matematyki nowe technologie otwierają wielkie możliwości. Nauczyciel jest w stanie sam przygotować gry w postaci quizów, wykorzystując opisywane wcześniej narzędzia. Praktycznie wszystkie zadania tworzone za ich pomocą mogą stać się elementem gry i zabawy, jeżeli uczeń nie będzie rozliczany z uzyskanego wyniku i jeżeli będzie znał cel uczestniczenia w rozwiązywaniu zadania, określony jako utrwalenie i powtórzenie materiału.

⁷ por. Jagodzińska E., *Rola gier i zabaw w procesie nauczania edukacji matematycznej*, http://www.profesor.pl/mat/pd1/pd1_e_jagodzinska_030429.pdf

⁸ Ryczek B., *Znaczenie gier i zabaw dydaktycznych w nauczaniu matematyki*, https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=http://www.metodycy.wadowice.iap.pl/word/malczyk/ryczek_mat.doc

Nauczyciel, rezygnując z rozliczenia wyniku, nie musi rezygnować ze współzawodnicstwa uczniów, które może stać się elementem sprzyjającym ich zaangażowaniu. Jednak powinien pamiętać o zapewnieniu uczniom już na wstępie poczucia bezpieczeństwa ułatwiającego uzyskanie wygranej i wyeliminowanie poczucia przegranej.

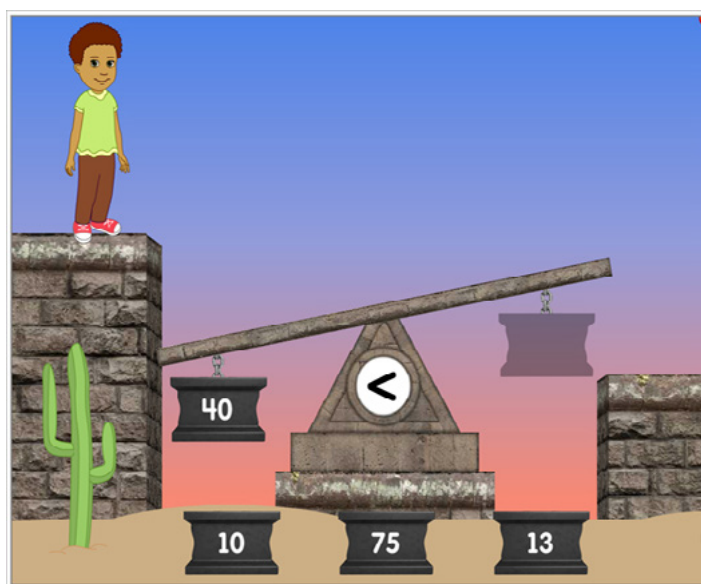
Przygotowanie dobrej gry dydaktycznej jest jednym z najtrudniejszych zadań, jednak opłacalnym z punktu widzenia potencjalnych efektów. Trudność polega tu na przygotowaniu ciekawej i porywającej ucznia fabuły, w porównaniu z wcześniejszymi negatywnymi uprzedzeniami związanymi z przedmiotem oraz własnymi kompleksami.

W grze szczególnie ważna jest grafika i animacja oraz takie jej urozmaicenie, które eliminuje szybkie znudzenie się ucznia powtarzającymi się schematami. Krótko mówiąc, wzorem dla gier dydaktycznych są ciekawe gry komputerowe, przyciągające uwagę na wiele godzin. W najciekawszych grach komputerowych nie brakuje elementów wymuszających myślenie lub używanie języka obcego (najczęściej angielskiego); przeciwnie – elementy te stają się paradoksalnie czymś, co przyciąga i na długo wiąże gracza.

Nauczyciele dość często odnoszą się z rezerwą do anglojęzycznych programów komputerowych. Ich obawy są zazwyczaj następstwem nieznaności tego języka, chociaż powinni mieć świadomość, że najwięcej zasobów w sieci globalnej dostępnych jest w tej właśnie wersji językowej. Warto też przy tym zwrócić uwagę, że wiele programów dydaktycznych, a zwłaszcza matematycznych gier edukacyjnych, jest zbudowana tak, aby ich obsługa była jak najbardziej intuicyjna. Uczniowie zwykle nie mają problemów technicznych przy korzystaniu z takich rozwiązań, obcy język programu należy więc traktować jako wartość dodaną do lekcji matematyki.

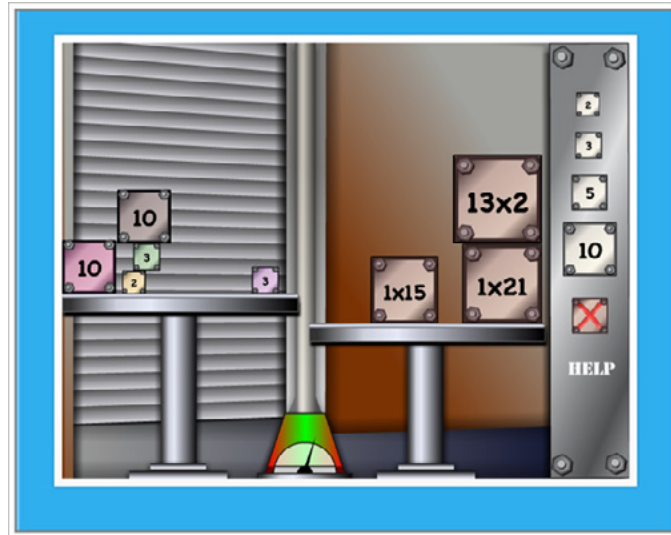
Gra, zilustrowana poniżej, polega na przeprowadzeniu chłopca przez różne przeszkody, wymaga jedynie podstawowych umiejętności matematycznych.

Gra dostępna jest pod adresem: more2.starfall.com



W kolejnej grze, zilustrowanej poniżej, należy z lewej strony tak ułożyć odpowiednie klocki, aby waga została wyrównana.

Gra dostępna jest pod adresem: fuelthebrain.com



Linki do wielu tego typu gier dydaktycznych zostały zebrane na przykładowych stronach:

klasoteka.pl

zyraffa.pl

Gry dydaktyczne, podobnie jak inne wcześniej przedstawione programy, nie mogą zastępować nauczyciela. Nie jest dobrym rozwiązaniem jedynie wskazanie uczniom środka dydaktycznego i pozostawienie ich samych sobie, choćby nawet obsługa aplikacji była oczywista. Nauczyciel musi uczestniczyć w grze i sukcesach uczniów oraz motywować ich do ponownych prób w razie niepowodzeń. Zdobyte przez ucznia kolejnej planszy czy osiągnięcie następnego poziomu gry powinno być zauważone przez nauczyciela.

Platforma do nauczania zdalnego

Każda forma edukacji szkolnej zawiera elementy nauczania zdalnego. Uczeń uczestniczy przede wszystkim w zajęciach klasowych, nie jest to jednak jedyny sposób jego edukacji. Dalsza nauka, w formie pracy własnej, odbywa się w domu, co więcej, obecnie zakres uczenia się znacząco wykracza poza mury szkolne. Ten trend jest całkowicie zgodny z powszechnym już modelem pracy i nauki zdalnej, coraz częściej bowiem spotykamy się z formami doskonalenia online oraz wykonywaniem pracy na odległość.

Szkoła z założenia powinna być zorientowana na przyszłość – ma uczyć takiego modelu świata, jaki w dłuższej perspektywie zastanie dzisiejszy uczeń. Zadanie to jest oczywiście trudne, ponieważ nikt nie wie, jaki będzie świat np. za dziesięć lat. Dlatego ważne jest, aby edukacja szkolna podążała za nowymi trendami i w naturalny sposób przyjmowała i reprezentowała nowoczesne modele społeczne, ekonomiczne, polityczne, a także technologiczne. Tym bardziej zasadne w działalności współczesnej szkoły wydaje się wykorzystywanie elementów zdalnego nauczania, kształtujących w dzisiejszych uczniach umiejętności potrzebne w ich późniejszym dorosłym życiu.

W kształceniu na odległość ważna dla młodego człowieka okazuje się umiejętność organizowania czasu w warunkach braku bezpośredniego nadzoru, także umiejętność selekcjonowania informacji oraz praktycznego ich wykorzystania. Obie te kompetencje, zdobyte na etapie edukacji szkolnej, zaowocują w przyszłości.

Elementy kształcenia na odległość, wplatanie w kształcenie stacjonarne, dają szansę na integrację systemu szkolnego i pozaszkolnego w świecie, w którym dominują media. Nie od dzisiaj przeobrażają się tradycyjne pojęcia funkcjonujące w dydaktyce, takie jak podręcznik, nauczyciel i nawet szkoła. Rzeczywistość pokazuje, że nowe treści dotychczasowych pojęć stały się faktem i nie jest możliwe odwrócenie tego trendu.



Wiele polskich szkół korzysta już z platform nauczania zdalnego, a najczęściej wykorzystywanym oprogramowaniem jest darmowa platforma Moodle. Jest to narzędzie w pełni umożliwiające organizowanie kursów z systemem udostępniania treści, nadzoru nad pracą uczniów, tworzenia sprawdzianów i ich oceniania oraz zapewniające współpracę uczniów między sobą i z nauczycielem. W Polsce platforma Moodle jest szeroko wykorzystywana przez wyższe uczelnie i instytuty kształcenia nauczycieli.

Jeżeli szkoła wykorzystuje platformę do nauczania zdalnego jako wsparcie dla nauczania stacjonarnego trudno byłoby sobie wyobrazić, aby nauczyciel matematyki nie był jej aktywnym użytkownikiem. Nie oznacza to oczywiście, że wszystkie zagadnienia i lekcje powinny być tak skonstruowane, aby wykorzystywać ten system. Wystarczy, jeśli

nauczyciel przygotowuje w ciągu roku szkolnego dwa dobrze opracowane zagadnienia, a pod dwóch, trzech latach będzie miał już sporą bibliotekę własnych pomocy dydaktycznych. W lekcje przygotowane na platformie Moodle można wplatać wszelkie materiały przygotowane we wcześniej omawianych programach – można więc umieszczać aplety Geogebra, lekcje z LearningApps, czy też filmy z portalu Youtube.

W latach 2012–2015 realizowany był projekt *e-Matematyka i zajęcia komputerowe*, w ramach którego dla potrzeb nauczania matematyki i informatyki została zaadaptowana i wykorzystana platforma Moodle. Powstało na niej 385 lekcji matematyki i 95 zajęć komputerowych, adresowanych do uczniów klas czwartej i piątej szkoły podstawowej, czyli drugiego etapu edukacyjnego.



Obecnie ze strony internetowej projektu ematematyka.edu.pl można pobrać wersję instalacyjną platformy Moodle oraz oprogramowanie serwerowe, umożliwiające łatwe zainstalowanie systemu niemalże na każdym komputerze. Do lekcji w formie elektronicznej został opracowany podręcznik, udostępniony w formie przygotowanej do wydruku. Projekt z powodzeniem był realizowany w kilku szkołach.

Każdy nauczyciel matematyki, który chce wykorzystać materiały przygotowane w ramach projektu *e-Matematyka*, ma dostęp i może skorzystać z kilkuset gotowych lekcji, ponadto może je dowolnie modyfikować, przystosowując do własnych potrzeb i oczekiwań.

Nowoczesne technologie na lekcjach matematyki – korzyści czy strata czasu?

Jest oczywiste, że samo włączenie komputera i wybranego oprogramowania nie rozwiązuje problemów i nie prowadzi do osiągnięcia celów lekcji matematyki. Komputer i sieć globalna nie są żadnym panaceum – należą do jednych z wielu narzędzi naszego warsztatu dydaktycznego, i to od nas zależy – naszego zaangażowania i chęci samokształcenia – których narzędzi i w jakiej sytuacji użyjemy i czy będziemy umieli się nimi posłużyć.

Profesor Michał Szczurek opisuje nawyki uczniów rozwiązujących zadania matematyczne, którymi podświadomie lub – o zgrozo! – świadomie kierują się uczniowie.

Ujmuje je w kilku punktach:

1. „Po otrzymaniu zadania nie czytaj do końca, zacznij rozwiązywać.
2. Jeśli w treści zadania jest jakaś wskazówka, nie uwzględniaj jej, bo a nuż nie zrozumiesz.
3. Pierwsza myśl jest najlepsza. Podstaw dane liczbowe do pierwszego wzoru, jaki ci przyjdzie do głowy. Najlepiej, żeby miał on jakiś związek z treścią zadania.
4. Obliczaj tak długo, jak potrafisz. Jeżeli już dalej nie potrafisz, to znaczy, że to jest koniec zadania. Zaznacz na czerwono ostatni otrzymany wynik.
5. Jeśli nawet otrzymałeś wynik nonsensowny, np.: prawdopodobieństwo większe od 1, biegun północny oddalony o 114 km od Warszawy, zero w mianowniku, nie zwracaj na to uwagi – ważne są obliczenia, a te przecież wykonałeś.
6. Wyniku nigdy nie sprawdzaj. To przecież jest robota nauczyciela”⁹.

Nauczyciel, który wykorzystuje różne metody i narzędzia nauczania, w tym nowoczesne technologie, prowadzi uczniów do zerwania z takim stereotypem. Pomaga im interpretować dane, korygować błędy i fałszywe oceny, ułatwia wybór odpowiednich informacji i doprowadza do właściwych rozwiązań.

Nauczyciel, podobnie jak wspomniany Platon, już nie uczy, ale ułatwia proces uczenia się, tworzy struktury organizacyjne, staje się przewodnikiem w świecie informacji. Sprawia, że uczeń się uczy, a nie jest nauczany. Uczący się uczeń będzie musiał wcześniej czy później przyjąć aktywną postawę, charakteryzującą się poszukiwaniem rozwiązań.

⁹ Patrz uważnie! *O matematyce i jej nauczaniu opowiada prof. Michał Szczurek*, <http://edukacjananowo.edu.pl/patrz-uważnie-o-matematyce-i-jej-nauczaniu-opowiada-prof-michal-szurek/>

Bogaty program nauczania, mała liczba godzin lekcyjnych, szczególnie jeśli musimy przygotować uczniów do egzaminów na zakończenie szkoły, wywołują u niektórych wrażenie, jakoby korzystanie z komputera na lekcji matematyki było stratą czasu, gdyż w tym samym czasie moglibyśmy zrobić kilka zadań.

Ale nawet w powszechnie stosowanym klasycznym systemie uczenia matematyki, w którym duża część zajęć audytoryjnych przeznaczona jest na ćwiczenia treningowe polegające na stosowaniu znanych wzorów lub metod, można wykorzystywać nowe technologie. Najprostsze zastosowanie technologii informacyjnej, np. w postaci interaktywnych zadań, pozwoli zautomatyzować tego typu ćwiczenia, a obecność nauczyciela w klasie oraz jego kwalifikacje przeznaczyć na omawianie bardziej zaawansowanych zagadnień.

Technologia informacyjna może być przydatna w realizacji znacznie wyższych celów niż tylko automatyka w wyświetlaniu i ocena zadań. Jej stosowanie w wyżej opisywany sposób może przyczynić się do zainteresowania ucznia przedmiotem, lepszego zrozumienia poruszanych zagadnień oraz tak przykuć uwagę ucznia, że poświęci zagadnieniu znacznie więcej czasu.

Wykorzystanie komputera i sieci globalnej w nauczaniu matematyki, podobnie jak każdego innego przedmiotu, staje się wręcz konieczne. Już dzisiaj mamy do dyspozycji e-podręczniki, dostępne pod adresem: ore.edu.pl, a można przypuszczać, że w niedługim czasie zastąpią one tradycyjne, papierowe wydania.

