



Zrozumieć młodych nieobliczalnych. Jak rozpoznać uczniów uzdolnionych matematycznie i wspierać ich w rozwoju?

Uczeń uzdolniony matematycznie to postać niektórym nauczycielom prawie nieznaną, innym znana aż za dobrze. Pojawia się w różnych okolicznościach, czasem niespodziewanie i nie zawsze mamy świadomość obcowania z nim. W jaki sposób nauczyciel może rozpoznać, że w młodym człowieku tli się matematyczny potencjał, również gdy sam uczeń nie jest tego świadomy? Co zrobić, aby pomóc rozwinąć talent i skierować rozwój uzdolnionego na właściwą drogę?

Przygoda z młodym zdolnym matematykiem zaczyna się od zrozumienia, że w ogóle mamy z nim do czynienia. Ale co to właściwie znaczy: zdolność matematyczna? Jak i gdzie można ją rozpoznać? Różnych definicji może być mnóstwo i chyba nie warto próbować formułować możliwie najlepszej. W każdym razie zasadne wydaje się postawienie pytania pomocniczego: na czym właściwie polega matematyka?

Matematyka = myślenie!

Wbrew powszechnemu przekonaniu, że to wzory czy zadania, powiedzmy jasno – matematyka to przede wszystkim myślenie. Twórcze, nieszablonowe, kreatywne myślenie, połączone z umiejętnością kojarzenia faktów i wyciągania wniosków na drodze ścisłego i precyzyjnego rozumowania. Nie chodzi o to, żeby znać dużo wzorów albo umieć rozwiązać wiele typów zadań... Sednem matematyki jest pochylanie się nad (nowym) problemem, próba zrozumienia go, uświadomienia sobie, na czym tak naprawdę on polega i jakie mamy narzędzia,

aby się z nim uporać oraz – przede wszystkim – jak można go rozwiązać.

W szkole często traci się tę niepowtarzalną specyfikę rozumowania matematycznego na rzecz upodobnienia do niektórych innych przedmiotów, w których główną rolę odgrywa wiedza pamięciowa. Umiejętność kreatywnego wykorzystania wiedzy i umiejętności jest niejako przesłonięta perspektywą zbliżających się klasówek, egzaminu gimnazjalnego czy wreszcie matury. Te z kolei sprowadzają się niestety głównie do sprawdzenia znajomości treści poznanych w szkole, w przypadku matematyki – wypracowanych technik i metod, w których trudno jest uczniom dodać coś od siebie.

Gdzie szukać matematycznych geniuszy?

Paradoksalnie na lekcjach matematyki w szkole nie zawsze muszą ujawniać się matematyczne zdolności. Powtarzanie schematycznych rozumowań

przy ciągłym rozwiązywaniu podobnych przykładów niezbyt sprzyja twórczemu myśleniu. Z kolei radzenie sobie z takimi zadaniami nie musi być wyrazem matematycznych predyspozycji, a może być następstwem czysto pamięciowej umiejętności skutecznego odtwarzania poznanych już schematycznych rozumowań.

Jak w takim razie może objawić się matematyczny talent? Choćby przez podążanie własnymi ścieżkami w rzeczywistości lekcyjnej lub odnajdywanie innego rozwiązania niż to proponowane przez nauczyciela. Błyskotliwego, krótkiego, sprytnego, wykorzystującego jakiś nieoczywisty pomysł – być może bardziej złożonego koncepcyjnie, ale wychodzącego poza podporządkowanie się regułom.

Innym przejawem zdolności może być (znów: paradoksalnie?) nudzenie się na lekcjach. Nie z powodu niezrozumienia omawianych zagadnień – wręcz przeciwnie. Rozwiązywane przykłady mogą nie być dla ucznia



intelektualnym wyzwaniem, może on bez trudu rozumieć omawiany materiał. Ale nie dlatego, że „już to wie” czy „już to kiedyś przerobił”! Innymi słowy, uczeń może z łatwością odnaleźć się na takim poziomie myślenia abstrakcyjnego, z którego rzeczywistość lekcyjna wydaje się uboga w nieoczywiste treści, jeśli nie całkowicie ich pozbawiona.

Predyspozycje mogą odzwierciedlać się również w aktywności na lekcji, takiej jak zadawanie trafnych i konkretnych pytań. O genezę wzoru, zasadność takiej, a nie innej definicji, szkic dowodu wprowadzanego twierdzenia itp. W ten sposób uczeń uświadamia (sobie i nam), czego brakuje w programie szkolnym – wyjścia poza cel, jakim jest rozwiązywanie konkretnych zadań, poprzez rozszerzenie treści o istotne, choć czasem trudne, elementy.

Łatwiejszym do zauważenia, być może bardziej wymiernym, sygnałem istnienia matematycznych zdolności ucznia są osiągnięcia lub osiągnięte przez niego sukcesy w konkursach. Tych na żadnym szczeblu edukacji nie brakuje i choć reprezentują różne poziomy trudności – a nawet, jeśli można tak powiedzieć, różne poziomy „matematyczności” – ich wyniki mogą stanowić istotną przesłankę w kontekście wzmożonego zainteresowania matematycznym myśleniem.

Najlepszym sposobem na identyfikację zdolnego wydaje się jednak bezpośrednia komunikacja, np. gdy uczeń sam przychodzi z prośbą o przygotowanie dla niego dodatkowych zadań albo o wskazanie możliwości wzięcia udziału w konkursach czy innych przedsięwzięciach. Musimy jednak pamiętać, że nie każdy zdolny ma tę samoświadomość i tę śmiałość; nie



zawsze spotkamy się z taką inicjatywą ze strony samego zainteresowanego. Warto więc próbować, w oparciu o własne doświadczenie, intuicję nauczycielską czy opisane wcześniej przesłanki, proponować uczniom rozmaite aktywności, z nadzieją, że coś dobrego z nich wyniknie.

Jak najlepiej wykorzystać potencjał ucznia zdolnego?

Przypuśćmy, że wiemy już, który z naszych podopiecznych to ten zdolny, w której siedzi ławce i jakiego koloru jest długopis, którym zapisuje swoje oryginalne pomysły. Co dalej? Co nauczyciel może i powinien zrobić, aby pomóc w szlifowaniu odnalezionego właśnie diamentu? Wyróżnię tu dwa typy zachowania, które nazwę roboczo: czynnym („działać”) i biernym („nie przeszkadzać”). Każde z nich może odnosić się zarówno do perspektywy lokalnej (na miejscu, w szkole) oraz globalnej (również w zakresie aktywności pozaszkolnej czy pozalekcyjnej).

W zakresie aktywności czynnej lokalnej na pewno warto zadbać o to, żeby nasz zdolny miał co robić.

Jeżeli nudzi mu się na lekcjach, a my widzimy, że rzeczywiście w mig wyłapuje sens tego, co się dzieje, możemy z czystym sumieniem umożliwić mu „robienie ciekawszych rzeczy” (oczywiście w kontekście matematycznym). Wiemy – zarówno my, jak i uzdolniony uczeń – że będzie to bardziej pożyteczne niż niesatysfakcjonujące przedzieranie się przez program.

Pozwólmy zdolnemu podążać swoim tempem, które zapewne przewyższa średnie tempo klasy. Na co dzień możemy bazować na zadaniach dodatkowych, odpowiednio wyselekcjonowanych i dostosowanych do poziomu wtajemniczenia naszego ucznia. Na dobry początek mogą to być tzw. zadania z gwiazdką – z podręczników czy zbiorów zadań. Może i na ogół nie stanowią one bardzo dużego skoku poziomowego, ale przynajmniej uruchamiają myślenie.

Kolejnym krokiem mogą być zadania pochodzące z mniejszych lub większych konkursów matematycznych, zadania olimpijskie czy wreszcie prawdziwe problemy (niekoniecznie otwarte). Jeżeli



uznamy, że uczeń jest wystarczająco dojrzały matematycznie, możemy zaproponować mu mierzenie się z dowodzeniem twierdzeń. Początkowo nie musimy przy tym używać bardzo ścisłego i formalnego języka matematycznego, ale powinniśmy powoli próbować go wprowadzać.

Koncepcja dowodu jest w matematyce bardzo ważna, a przy tym pojawia się rzadko lub w ogóle jest na lekcjach nieobecna. Umiejętność dochodzenia od przyjętych założeń na drodze konsekwentnego (choć być może opartego na pewnych intuicjach) rozumowania, w którym – jak w całej matematyce – nie ma miejsca na niedopowiedzenia, do tezy (czyli celu) jest kluczowa w przygodzie z matematyką. Dodajmy, że w samej swojej naturze nie jest to rzecz prosta; wiemy, w jakim punkcie startujemy i gdzie chcemy się znaleźć, ale sposób przeprowadzenia wniosku, które czeka nas po drodze, zależy wyłącznie od nas. Rozwijając pomysły, być może napotkamy na serie niepowodzeń i nieustanne pytania „co dalej?”. Poprawny dowód daje jednak wyjątkową satysfakcję – zdecydowanie warto, by uczeń ją poczuł.

Raczej wystrzegajmy się omawiania bardziej zaawansowanych treści awansem, zwłaszcza jeśli przyszłoby nam do głowy realizować z uczniem standardowy materiał szkolny, tylko szybciej. Bombardowanie, powiedzmy gimnazjalisty, logarytmami, funkcjami trygonometrycznymi czy elementami analizy, zwłaszcza w ujęciu obecnym na maturze, może minąć się z celem i raczej zniechęcić niż przynieść coś pożytecznego.

Oczywiście wszystko zależy od woli ucznia, ale pamiętajmy: matematyka (całe szczęście!) jest na tyle piękna i „szeroka”, że nie zawsze trzeba sięgać do przodu. Zamiast rozszerzać arsenał twierdzeń, można rozejrzeć się na boki i odnaleźć tam ciekawe problemy, które można różnorodnie wykorzystać, bez zbytecznego obciążenia teoretycznego, a właściwie tylko rozumując.

Praca w szkole, poza szkołą...

Nie mniej istotna jest aktywność czynna globalna. Najogólniej rzecz ujmując – polega ona na świadomości dostępnych perspektyw, które można uświadomić uczniowi (i pomóc w ich realizacji), takich jak: udział w konkursach, zajęciach dodatkowych, kołach matematycznych, wyjazdach naukowych, warsztatach, wykładach popularyzujących matematykę, programach stypendialnych itd. Oczywiście większość z tych możliwości jest ściśle sprzężona z lokalizacją szkoły i miejscem zamieszkania ucznia, ale są wśród nich i ogólnopolskie.

Dobrym przykładem inicjatywy skierowanej do uczniów znajdujących się na danym etapie edukacyjnym może być [Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów](#)¹. Żadna „specjalistyczna” wiedza z zakresu liceum (czy akademicka) nie jest potrzebna, a do rozwiązania wszystkich zadań można dojść w oparciu o elementarne fakty, dostępne gimnazjaliście. Mimo to zadania stanowią wyzwanie – właśnie dlatego, że są nieszablonowe,

intrygujące i nie odwołują się wprost do konkretnych metod rozumowania; pojawiają się także zadania typu *udowodnij* czy *rozstrzygnij*, czyli wymagające twórczego myślenia. Nie ma żadnego klucza oceniania, w który trzeba trafić; sposobów jest wiele, ważne tylko, aby tok myślenia był matematycznie poprawny.

Wśród konkursów na poziomie ponadgimnazjalnym warto wymienić [Olimpiadę Matematyczną](#), która najlepszym uczestnikom (finalistom, laureatom) może umożliwić odnalezienie się w (nawet międzynarodowych) środowiskach młodych matematyków, przy okazji zwalniając z matury i znacznie ułatwiając dostanie się na wymarzone studia. Z kolei uczniom o zacięciu matematycznym, którego charakter jest bardziej badawczy niż olimpijski, warto zasygnalizować możliwość uczestnictwa w [Konkursie Uczniowskich Prac z Matematyki](#).

Oprócz samego merytorycznego rozwoju bardzo ważne jest również środowisko, przy czym dotyczy to oczywiście nie tylko uczniów o zdolnościach matematycznych. „Przeciętna” klasa nie zawsze dobrze stymuluje do poszerzania horyzontów, a „przeciętna” szkoła nie zawsze ma, nawet pomimo chęci, możliwość zapewnienia uczniowi odpowiedniej atmosfery pracy nad rozwijaniem swojej pasji i doskonaleniem umiejętności.

Ciekawą i jedyną w swoim rodzaju (obecną w Polsce od niedawna) możliwością integracji w matematycznych zmaganiach

¹ Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów (OMG) to nie tylko zawody, lecz także – co wydaje się przydatne zwłaszcza z punktu widzenia nauczyciela – wiele materiałów dydaktycznych. Komitet Główny OMG prowadzi Seminaria Olimpijskie dla nauczycieli matematyki, wydaje Gazetkę „Kwadrat”, w której publikowane są artykuły dotyczące różnych zagadnień pojawiających się na konkursach. Dostępne są również szczegółowo opracowane broszury z Obozów Naukowych OMG, obfitujące w zadania wraz z rozwiązaniami, mogące stanowić dobry materiał do pracy uczniem zdolnym.

uczniów z jednej szkoły są drużynowe międzynarodowe zawody matematyczne [Náboj](#). W 2016 r. w Polsce odbędą się w czterech miastach: Krakowie, Warszawie, Wrocławiu oraz Gdyni. Przebieg zawodów jest bardzo dynamiczny i medialny, a zróżnicowany poziom trudności zadań pozwala na dobrą zabawę drużynom o różnych potencjałach.

Na szczególną uwagę w kontekście kształtowania odpowiedniego środowiska zasługuje [program pomocy wybitnie zdolnym](#) prowadzony przez [Krajowy Fundusz na rzecz Dzieci](#). Działa od ponad 30 lat, umożliwiając uzdolnionej młodzieży z całej Polski poznanie się i interakcję na regularnie organizowanych warsztatach, seminariach, obozach. To społeczność, w której doświadczeni ludzie nauki i kultury (nierzadko byli stypendyści programu) dzielą się swoją pasją i wiedzą z młodym pokoleniem; unikalna inicjatywa, nastawiona nie tylko na rozwój merytoryczny, ale właśnie na kształtowanie zdolnych uczniów w odpowiednim, stymulującym otoczeniu. Warto pomóc naszemu uzdolnionemu w zgłoszeniu do programu. Jeżeli zostanie przyjęty, będzie to dla niego niewątpliwie bardzo cenne doświadczenie.

Ucz i ucz się sam!

Wspomnę jeszcze krótko o „nieprzeszkadzaniu”. Pamiętajmy, że to od ucznia zależy, czym będzie się zajmował; jeżeli jego praca matematyczna ma być efektywna, nie może być wymuszona. Dlatego nie możemy narzucać uczniowi naszej ulubionej dyscypliny ani też samego uprawiania matematyki, jeśli ma inne zainteresowania, które pochłaniają go bardziej.

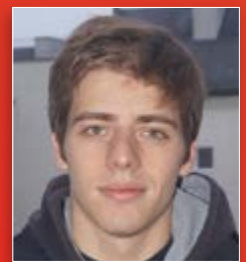
Gdy uczeń przedstawia swoje podejście do jakiegoś zadania, nie należy go naprowadzać na „właściwy” (nasz) tok rozumowania. Warto spróbować zrozumieć, co ma na myśli, ewentualnie doradzić, jak dobrze tę myśl wyrazić. Nie dopuszczajmy natomiast do tego, aby przypadkiem zgasić jakiś płomień tylko dlatego, że nie płonie naszą własną rutyną.

Nie można też stawiać się w roli mentora za wszelką cenę – zdarza się (i tak powinno być!), że uczniowie przewyższają nas zdolnościami matematycznymi i niejako przestają być w naszym zasięgu. Wówczas warto skierować ich do kogoś bardziej wykwalifikowanego od siebie – w zależności od charakteru uzdolnień, np. pracownika naukowego wyższej uczelni albo byłego matematycznego olimpijczyka.

Praca z uczniem zdolnym może wymagać dodatkowego przygotowania także od nas. Przykładowo: warto samemu czasem oderwać się od rzeczywistości lekcyjnej i spróbować rozwiązać zadania z olimpiad czy konkursów; zajrzeć do świata tych problemów, z którymi nasz uczeń ma do czynienia. Ważna jest także świadomość perspektyw własnego rozwoju w zakresie pracy z uczniem zdolnym. Jako przykład można wskazać uczestnictwo w konferencjach organizowanych przez Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej. Nazwa ostatniej, która odbyła się jesienią 2015 r. (*Uczeń zdolny – wyzwanie czy problem?*) mówi w kontekście tego artykułu sama za siebie.

Co powinniśmy zrobić, kiedy spotkamy na swojej drodze ucznia zdolnego? Po pierwsze: dostrzec go,

co wcale nie musi być formalnością. Po drugie: wesprzeć. Potrzebna jest dobra współpraca, w której obie strony powinny rozumieć swoje pozycje. To uczeń jest tym zdolnym. Nauczyciel przestaje być nauczycielem w tym sensie, że nie próbuje przekazać swoich zdolności uczniowi, a stara się przyczynić do rozkwitu jego zdolności. Wskazuje możliwości, rozwiewa wątpliwości, pomaga w formułowaniu myśli, nie narzucając swojego podejścia. A przy okazji sam może się czegoś nauczyć...



Łukasz Bożyk

Student drugiego roku Międzykierunkowych Studiów Ekonomiczno-Matematycznych na Uniwersytecie Warszawskim, absolwent VI Liceum Ogólnokształcącego im. T. Reytana w Warszawie.

W latach 2012 oraz 2014 zdobył brązowe medale na Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej, a w latach 2013 i 2014 – złote medale w Międzynarodowym Konkursie Gier Matematycznych i Logicznych. W latach 2010–2014 był stypendystą Krajowego Funduszu na rzecz Dzieci. Od dwóch lat jest członkiem Komitetu Głównego oraz Komisji Zadaniowej Olimpiady Matematycznej Gimnazjalistów, aktywnie uczestniczy w popularyzacji matematyki wśród młodzieży szkolnej.

Od 2012 r. prowadzi Koło Matematyczne w Zespole Szkół nr 61 im. T. Reytana w Warszawie.

Zapalony turysta górski i kajakowy oraz miłośnik muzyki rockowej.

