

**Program nauczania matematyki w gimnazjum
z wykorzystaniem Technologii Informacyjnej**

Spis treści

Wstęp _____	3
Założenia programu <i>Matematyka z TI</i> _____	3
Struktura programu <i>Matematyka z TI</i> _____	4
Warunki wprowadzenia programu <i>Matematyka z TI</i> _____	5
Szczegółowe cele kształcenia i wychowania _____	6
Treści nauczania - Załącznik	
Sposoby osiągnięcia celów _____	7
Opis założonych osiągnięć ucznia _____	9
Ewaluacja programu _____	11
Propozycje kryteriów ocen i metod sprawdzenia osiągnięć ucznia _____	12

Wstęp

Współczesne, demokratyczne społeczeństwo stawia przed szkołą ważne i złożone zadania – wychowanie wszechstronnie rozwiniętego człowieka, z jednej strony rozumiejącego procesy zachodzące w otaczającej go rzeczywistości, z drugiej potrafiącego brać czynny udział w życiu społecznym, potrafiącego to życie zmieniać. Niebagatelną rolę w tym procesie odgrywa wykształcenie matematyczne, które nie tylko jest nieodzownym warunkiem rozwoju nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych, ale także ważnym składnikiem ogólnego wykształcenia człowieka i prawidłowego rozwoju jego osobowości.

Jakie zatem wiadomości, sprawności i umiejętności, jakie postawy i zachowania w zakresie matematyki (aktywności matematyczne) powinien osiągnąć absolwent gimnazjum?

Poniższy program nauczania jest próbą odpowiedzi na postawione wyżej pytanie.

Założenia programu *Matematyka z TI*

Program nauczania matematyki w gimnazjum z wykorzystaniem Technologii Informacyjnej zwany dalej *Matematyka z TI* zgodny jest z aktualną *Podstawą programową* dla gimnazjum. Uwzględnia cele kształcenia, zadania nauczyciela i szkoły oraz treści nauczania z matematyki.

Podstawa programowa daje twórcom programów możliwość doboru treści nauczania i sposobów realizacji oraz wiązania treści nauczania w odpowiednie bloki tematyczne. Korzystając z tych możliwości przedstawiamy program *Matematyka z TI*, którego generalnym założeniem jest to, że w trakcie procesu nauczania matematyki, tzn. w procesie kształtowania pojęć matematycznych, prowadzenia rozumowań matematycznych, rozwiązywania zadań i problemów oraz kształcenia języka matematycznego, wykorzystujemy TI w tych momentach, w których nauczyciel napotyka na różnorodne problemy trudne do przezwyciężenia przy użyciu tradycyjnych metod nauczania i stosowanych do tej pory środków dydaktycznych. Zastosowanie TI pozwoli zatem swobodniej poruszać się po zawilej problematyce, dostrzegać prawidłowości, ustalać strategie, etc. W koncepcji tej TI traktowana jest jako ważny środek dydaktyczny, który umożliwi z jednej strony ukazać matematykę jako przedmiot mniej statyczny, bardziej w ruchu, z drugiej strony uczyni z matematyki przedmiot bardziej przyjazny dla ucznia.

Struktura programu *Matematyka z TI*

Zaproponowane w tym programie treści kształcenia zawierają treści matematyczne, które graficznie umieszczone są w programie w pięciu komplementarnych względem siebie kolumnach.

- Treści.
- Wiadomości.
- Sprawności i umiejętności.
- Aktywności matematyczne.
- Uwagi o realizacji.

Kolumna *Treści*, w formie haseł programowych, wskazuje treści matematyczne do realizacji w poszczególnych klasach, pokazuje też kolejność ich realizacji. Treści te ułożone zostały w sposób spiralny, zgodnie z obowiązującymi w dydaktyce matematyki regułami.

Kolumna *Wiadomości* zawiera podstawowe wiadomości (własności pojęć, algorytmy), zgodne z obowiązującą podstawą programową, które uczeń powinien opanować na danym etapie nauczania.

Kolumna *Sprawności i umiejętności* szczegółowo wylicza podstawowe sprawności rachunkowe oraz umiejętności, które uczeń musi opanować. Opanowanie tych sprawności i umiejętności jest z jednej strony warunkiem koniecznym dalszego kształcenia, z drugiej stanowi „surowiec”, na którym można kształcić i rozwijać aktywności matematyczne.

Kolumna *Aktywności matematyczne* pokazuje różne rodzaje aktywności zgodne z *Celami kształcenia* sformułowanymi w *Podstawie programowej* i adekwatnymi do obowiązujących w dydaktyce matematyki:

- aktywna postawa wobec problemów (formułowanie, rozwiązywanie),
- stawianie i weryfikowanie hipotez (wnioskowanie empiryczne, dedukcja),
- formułowanie wniosków na podstawie wykonanych doświadczeń i ich uogólnień,
- prowadzenie prostych rozumowań matematycznych,
- poszukiwanie drogi rozwiązania problemu,
- dostrzeganie związków przyczynowo skutkowych,
- prezentowanie wyników przeprowadzanych analiz,
- wskazywanie użyteczności zdobytej wiedzy i umiejętności w sytuacjach praktycznych,
- stosowanie podstawowych technik heurystycznych,
- umiejętność uczenia się z wykorzystaniem różnych źródeł,
- umiejętność matematyzowania z użyciem pojęć i języka matematycznego.

Kolumna *Uwagi o realizacji* pokazuje, w których miejscach i jak można zastosować TI opisuje więc, wymagane w każdym programie nauczania *Sposoby osiągnięcia celów*.

Do programu dołączona jest tabela pokazująca proponowaną przez Autorów liczbę godzin na realizację poszczególnych tematów uwzględniającą przeprowadzenie sprawdzianów z poszczególnych działów i ich omawianie.

Warunki wprowadzenia programu *Matematyka z TI*

Program *Matematyka z TI* może być realizowany w warunkach każdego gimnazjum dysponującego odpowiednio urządzoną pracownią matematyczną wyposażoną między innymi w różnorodne środki dydaktyczne, takie jak:

- tablica interaktywna z dostępem do Internetu;
- zestaw laptopów (jeden dla każdego ucznia) z dostępem do Internetu;
- stoliki uczniowskie umożliwiające różne ich zestawianie;
- szafy, regały na pomoce i przybory szkolne;
- odpowiednie miejsce na eksponowanie plansz, rysunków, prac wykonywanych przez uczniów;
- dobrze wyposażoną biblioteczkę klasową z odpowiednimi podręcznikami, zbiorami zadań, programami komputerowymi, literaturą z zakresu matematyki;
- nowoczesne środki techniczne umożliwiające szybką prezentację różnorodnych materiałów i informacji (rzutniki, kamera wideo, itp.).

Na realizację programu, *Matematyka z TI* przewidujemy 4 godziny lekcyjne w tygodniu.

Lekcje w pracowni matematycznej mogą być prowadzone w sposób tradycyjny (bez użycia komputerów) lub z ich wykorzystaniem. W tym drugim przypadku wyróżniamy dwie formy wykorzystania komputerów.

1. Komputer nauczycielski jako środek dydaktyczny w trakcie pracy z całą klasą, równym frontem służący do:

- wprowadzania nowych wiadomości (różnorodne e-lekcje, prezentacje multimedialne i filmy zaczerpnięte na przykład z portalu Scholaris lub innych portali, a także zasoby klasowej biblioteczki);
- ilustrowania wypowiedzi uczniów (uczeń ilustruje swoje spostrzeżenia, wnioski w uruchomionym programie komputerowym na przykład w programie *Geogebra*);
- prezentowania swoich projektów za pomocą tablicy interaktywnej, która może być także wykorzystywana do przedstawiania rozwiązań zadań poszczególnych uczniów, czy też do sprawdzenia otrzymanych wyników.

W programie sugerujemy, w których momentach i w jaki sposób można wykorzystać wyżej wymieniony środek techniczny.

2. Laptopy uczniowskie jako środek dydaktyczny w trakcie indywidualnej pracy uczniów przy rozwiązywaniu różnorodnych zadań i problemów. Uczniowie uzyskane wyniki przesyłają przez Internet nauczycielowi, który ilustruje je na tablicy interaktywnej (chyba, że każdy Laptop ma wgrany program obsługujący tablicę interaktywną).

Szczegółowe cele kształcenia i wychowania

Celem nauczania matematyki jest z jednej strony zapoznanie uczniów i utrwalenie u nich tych wiadomości, umiejętności i sprawności, które mają fundamentalne znaczenie dla dalszego kształcenia matematycznego, z drugiej zaś – dzięki wykorzystaniu w procesie nauczania matematyki TI – w większym stopniu zainteresowanie uczniów matematyką, uczynienie z niej przedmiotu bardziej dla nich przyjaznego, a zarazem ukazanie TI jako podstawowego narzędzia wspomagającego modelowanie i rozwiązywanie problemów oraz ukazanie TI jako użytkowego narzędzia w powstającym społeczeństwie informatycznym.

Szczegółowe cele kształcenia sformułowane w programie *Matematyka z TI* uwzględniają nakreślone w *Podstawie programowej* cele ogólne i szczegółowe oraz zadania nauczyciela i szkoły w zakresie matematyki. Zostały one wyspecyfikowane w kolumnach: drugiej (*Wiadomości*), trzeciej (*Sprawności i umiejętności*) oraz czwartej (*Aktywności*) punktu *Treści nauczania* (Załącznik).

Opracowany program daje duże możliwości wykorzystania narzędzi TI, które z jednej strony są bliskie młodym ludziom i chętnie się nimi posługują, zaś z drugiej, stają się elementem niezbędnym w życiu zawodowym i społecznym. Dzięki temu, nauczyciel może tak planować zajęcia, żeby uczniowie w atrakcyjny sposób zdobywali wiedzę i umiejętności, a także kształtowali właściwe postawy emocjonalno-motywacyjne, które są celami wychowania. Do najważniejszych można zliczyć:

- kształcenie:
 - ✓ zdolności poznawczych,
 - ✓ umiejętności prowadzenia dyskusji,
 - ✓ właściwego argumentowania,
 - ✓ samodzielności w pracy i w podejmowaniu decyzji,
 - ✓ cierpliwości i wiary we własne możliwości,
 - ✓ umiejętności radzenia sobie ze stresem,
- wdrażanie do:
 - ✓ planowania działań i dobrej organizacji pracy,
 - ✓ do podejmowania wysiłku intelektualnego,
 - ✓ twórczego działania,
 - ✓ zgodnej współpracy w zespole,
 - ✓ systematyczności,
 - ✓ wytrwałości w dążeniu do celu,
 - ✓ zdrowego współzawodnictwa,
 - ✓ właściwej samooceny,
 - ✓ bezinteresownej pomocy,
 - ✓ poszanowania tradycji, kultury, pracy własnej i innych.

Treści nauczania

Treści wraz z szczegółowymi osiągnięciami i procedurami osiągnięcia celów zostały wymienione w Załączniku.

Sposoby osiągnięcia celów

Kształcenie matematyczne, w którym duży nacisk kładzie się na poprawne kształtowanie pojęć matematycznych, prowadzenie rozumowań matematycznych, rozwiązywanie zadań i kształtowanie języka matematycznego, szeroko wykorzystuje olbrzymie możliwości obliczeniowe, graficzne, symulacyjne, jakie w tym zakresie dają kalkulator graficzny i komputer. Program *Matematyka z TI* w pełni realizuje sformułowane w *Podstawie programowej dla gimnazjum* cele edukacyjne stawiane przed matematyką, koncentrując się głównie na kształtowaniu u uczniów takich postaw, które umożliwiają im dostrzeganie i rozwiązywanie problemów. W naszej koncepcji nauczanie ukierunkowujemy na rozwiązywanie zadań i problemów, na odkrywanie i formułowanie własności pojęć; ma to stanowić główny typ aktywności matematycznej uczniów. Uczenie się pamięciowe, opanowywanie gotowych i poprawnie sformułowanych definicji, twierdzeń i algorytmów traktujemy jedynie jako działalność pomocniczą.

Formalna realizacja przewidzianych programem treści matematycznych nie zapewnia jeszcze osiągnięcia założonych w programie celów nauczania. Realizacja tych celów zależy przede wszystkim od tego, w jaki sposób nauczyciel będzie pracował ze swoimi uczniami. Z tego też względu decydującą rolę w tym procesie odgrywa nauczyciel, któremu przeznaczamy inną niż tradycyjnie rolę: w pierwszym rzędzie powinien być on organizatorem procesu uczenia się uczniów, tj. stwarzać odpowiednie warunki do uczenia się przez odkrywanie i własną działalność, umiejętnie inspirować i sterować działaniami uczniów oraz kontrolować uzyskiwane przez nich efekty etapowe i końcowe, w mniejszym zaś zakresie nastawiać się na przekaz gotowej wiedzy. Nie zapominamy również, że nauczyciel oprócz posiadania głębokiej wiedzy merytorycznej, znajomości psychologii, w szczególności psychologii rozwojowej, powinien być wychowawcą, tj. powinien inspirować i rozwijać zainteresowania, rozbudzać i umacniać zamiłowanie do prawdy i piękna, kształtować kompetencje społeczno-moralne, być źródłem wsparcia dla młodzieży.

Jednak warunkiem koniecznym osiągnięcia założonych celów w opracowanym przez nas programie jest stosowanie przez nauczyciela odpowiednich metod w organizowanym przez niego procesie kształcenia. Najpełniejsze wydaje się tu stosowanie nauczania problemowego i taką metodę nauczania preferujemy.

Zalecamy taką organizację procesu nauczania, w którym występują między innymi:

- wprowadzenie do tematu lekcji (na przykład prezentacja multimedialna, film, e-lekcje itp.) lub wyjaśnienie ze strony nauczyciela konkretnej sytuacji problemowej (często taka sytuacja powstaje w sposób naturalny w klasie),

- dyskusja między nauczycielem i uczniami (często tylko między uczniami), w wyniku której zostanie sformułowany odpowiedni problem,
- indywidualne rozwiązywanie problemu przez uczniów z wykorzystaniem wszystkich dostępnych środków dydaktycznych, a także pomocy nauczyciela,
- przedstawienie uzyskanego rozwiązania na tablicy interaktywnej, sprawdzanie i weryfikacja rozwiązania.

W naszej koncepcji zakładamy wprowadzanie nowych pojęć zgodnie z zasadami czynnościowego nauczania: matematyki, które jest postępowaniem dydaktycznym uwzględniającym stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równoległe z psychologicznym procesem interioryzacji prowadzącym od czynności konkretnych i wyobrażeniowych do operacji abstrakcyjnych (Z. Krygowska).

W opracowanym programie *Matematyka TI* proponujemy szerokie stosowanie w nauczaniu problemowym Technologii Informacyjnej. Pozwala to na taką organizację pracy, podczas której uczeń może w dużo większym stopniu niż w tradycyjnym nauczaniu:

- dostrzegać, formułować i precyzować problemy,
- posługiwać się regułami heurystycznymi w trakcie rozwiązywania problemów,
- weryfikować stawiane hipotezy zarówno na drodze eksperymentu komputerowego, jak też na drodze teoretycznej,
- zainteresować się rozważanymi problemami oraz emocjonalnie zaangażować się w ich rozwiązywanie.

Podstawowymi formami organizacyjnymi pracy z uczniami są: *lekcja, zajęcia pozalekcyjne* oraz *praca ucznia w domu*. Prawidłowo zorganizowane i właściwie przeprowadzane gwarantują osiągnięcie wyznaczonych celów nauczania.

Lekcje prowadzone w pracowni matematycznej mogą przybierać różne formy organizacyjne:

- nauczanie równym frontem (przekaz gotowej wiedzy),
- dyskusja w grupach i na forum całej klasy (na przykład weryfikacja hipotez),
- praca nad rozwiązywaniem problemów w grupach,
- praca indywidualna nad rozwiązywaniem problemów, czytanie i tworzenie tekstów matematycznych itp.

Biorąc pod uwagę fakt, że prawie na każdej lekcji stosowana jest TI, praca ucznia i jego aktywność wysuwają się na plan pierwszy. Nauczyciel wprawdzie pozostaje organizatorem oraz osobą kierującą tym procesem, lecz jego działania w klasie ograniczają się do wprowadzenia ucznia w nowe zagadnienia, sformułowania odpowiedniego problemu oraz czynnej obserwacji poczynań ucznia. Dzięki stosowaniu nowoczesnych środków dydaktycznych uczeń staje się twórcą swojej własnej matematyki, samodzielnie decyduje o tempie pracy, co z kolei owocuje satysfakcją wynikającą z wykonanej pracy, ufnością we własne siły i poczuciem własnej wartości, co niewątpliwie zwrotnie motywuje ucznia do

dalszej nauki. Jest to najbardziej efektywny sposób realizowania zasady różnicowania wymagań, a więc w konsekwencji zasady indywidualizacji.

Zajęcia pozalekcyjne, w trakcie których uczniowie mogą rozwijać swoje zainteresowania, powinny odbywać się w pracowni komputerowej. W zasadzie uczniowie powinni pracować indywidualnie lub w parach rozwiązując różnorodne problemy przygotowane przez nauczyciela.

Jednym ze sposobów utrwalania przerobionego materiału jest *praca domowa*. Powinna ona być dobrze przemyślana przez nauczyciela i spełniać wszystkie wymogi stawiane przed nią w dydaktyce ogólnej oraz w metodyce nauczania matematyki. My polecamy dawać w ramach pracy domowej takie zadania, które uczniowie mogą rozwiązywać w sposób tradycyjny albo skorzystać przy ich rozwiązywaniu z ewentualnie posiadanego w domu komputera. Umożliwia to uczniom znajdowanie różnych rozwiązań poszczególnych zadań, a tym samym stwarza doskonałą sytuację sprzyjającą przedstawianiu własnych pomysłów na forum większego czy mniejszego zespołu, a nawet całej klasy i dyskusji nad nimi.

W kolumnie czwartej *Uwagi o realizacji* zamieściliśmy informacje o wykorzystaniu prezentacji, filmów, programów komputerowych itp. Staraliśmy się także zasugerować sposób ich wykorzystania. Czasami podawaliśmy przykłady konkretnych zadań, aby pokazać w jaki sposób wyobrażamy sobie rozwijanie aktywności matematycznych uczniów.

Opis założonych osiągnięć ucznia

Prawidłowa realizacja procesu nauczania matematyki wymaga – oprócz sformułowania szczegółowych celów kształcenia – brania pod uwagę jednocześnie wymagań programowych oraz ustalenia poziomu osiągnięć każdego ucznia tak, aby cele te były adekwatne zarówno wobec wymagań programu jak i wobec możliwości uczniów.

W naszym programie przewidujemy następujące osiągnięcia ucznia:

- prawidłowo stosuje algorytmy działań na liczbach wymiernych, porównuje liczby wymierne zapisane w różny sposób, oblicza we właściwej kolejności wartości wyrażeń arytmetycznych, w których występują liczby wymierne zapisane w różnej postaci, w tym pierwiastki drugiego i trzeciego stopnia, a także potęgi o wykładnikach całkowitych;
- korzysta z poznanych cech podzielności, określa zbiory liczb, które spełniają podany warunek, szacuje wynik działania, sprawnie posługuje się rachunkiem pamięciowym;
- poszukuje informacji, korzysta z różnych źródeł, odczytuje dane z diagramu, tabelki, wykresu, interpretuje je i formułuje wnioski;
- posługuje się procentami w rozmaitych typach zadań, analizuje opłacalność lokat i kredytów w różnych bankach, dostrzega różnicę pomiędzy punktami procentowymi a procentem danej wielkości;

- korzysta ze średniej arytmetycznej i mediany do porównywania danych statystycznych, potrafi zebrać, opracować i zaprezentować dane statystyczne;
- oblicza prawdopodobieństwa prostych zdarzeń losowych, ocenia szanse wygranej w prostych grach losowych, potrafi zmieniać zasady gry, aby wyrównać szanse.
- potrafi przekształcać wyrażenia algebraiczne oraz zapisywać zależności pomiędzy wielkościami w postaci wyrażenia algebraicznego;
- dostrzega związki pomiędzy wielkościami, interpretuje je, sprawdza warunki istnienia rozwiązania, bada liczbę rozwiązań zadania;
- zapisuje zależności między wielkościami w postaci równań i układów równań, rozwiązuje równania I stopnia z jedną niewiadomą zapisane w różny sposób, a także układy równań I stopnia z dwiema niewiadomymi;
- opisuje nieskomplikowane sytuacje praktyczne za pomocą nierówności I stopnia z jedną niewiadomą, rozwiązuje proste nierówności I stopnia z jedną niewiadomą i podaje zbiór rozwiązań;
- prawidłowo interpretuje treść zadania, w tym zadania praktyczne, zapisuje równanie (układ równań) rozwiązuje je i sprawdza warunki zadania,
- korzysta z własności proporcji w rozwiązywaniu zadań;
- podaje przykłady przyporządkowań, które są funkcjami, rozpoznaje funkcje na podstawie opisu słownego, wzoru, wykresu, tabelki, grafu; odczytuje poznane własności funkcji na podstawie wykresu;
- kreśli wykresy niektórych funkcji podanych nieskomplikowanymi wzorami;
- posługuje się własnościami figur płaskich (trójkątów, czworokątów, kół, wielokątów foremnych) oblicza pola powierzchni i obwody figur płaskich;
- rozróżnia bryły przestrzenne (graniastosłupy, ostrosłupy, bryły obrotowe), posługuje się nazwami i własnościami poznanych brył do rozwiązywania zadań, w tym obliczania pól powierzchni i objętości,
- rozpoznaje figury przystające, a także figury podobne korzysta z własności przystawania i podobieństwa figur w rozwiązywaniu zadań;
- posługuje się jednostkami długości, pola i objętości i poprawnie te jednostki zamienia;
- rozpoznaje i kreśli figury symetryczne względem prostej oraz względem punktu, korzysta z własności figur symetrycznych w rozwiązywaniu zadań, wskazuje środek symetrii figury i osie symetrii figury lub stwierdza ich brak.
- dostrzega analogie, porównuje i uogólnia zaobserwowane prawidłowości;
- prawidłowo stosuje związki miarowe w trójkącie prostokątnym w rozwiązywaniu zadań;
- zauważa matematyczne problemy w sytuacjach opisanych słowami i formułuje wnioski prowadzące do rozwiązania tych problemów, sprawdza rozwiązanie z warunkami zadania;

- wykonuje proste konstrukcje, kreśli figury opisane w zadaniu, dostrzega zależności pomiędzy danymi, ustala sposób rozwiązania;
- opisuje kolejne czynności prowadzące do rozwiązania problemu, a w zapisie posługuje się językiem przedmiotu;
- prowadzi proste rozumowania, uzasadnia wybór odpowiedzi, poprawność rozwiązania, brak rozwiązania etc.;
- swobodnie korzysta z narzędzi TI stosowanych na lekcjach;
- dokonuje prawidłowej oceny swoich osiągnięć w zakresie matematyki.

Szczegółowe osiągnięcia uczniów (wyniki), których realizację przewidujemy w toku wdrażania naszego programu, zostały określone w tabeli (Załącznik) dla konkretnych treści programowych z podziałem na wiadomości, umiejętności i aktywności matematyczne.

Ewaluacja programu

Ewaluacja programu powinna przebiegać na bieżąco, po klasie pierwszej, po klasie drugiej, a także całościowo na końcu klasy trzeciej. Proponujemy prowadzić ją ze względu na:

- rozłożenie materiału nauczania w czasie (w obrębie każdej z klas jak i całościowo w cyklu trzyletnim),
- trafność doboru proponowanych metod pracy, a także środków dydaktycznych zarówno tradycyjnych jak i nowoczesnych (gier, quizów, filmów, prezentacji, programów uczących, sprawdzających, itp.),
- stopień osiągnięcia założonych celów.

Nauczyciel, jako organizator procesu dydaktycznego w klasie stale kontroluje różne jego aspekty: obserwuje postępy swoich uczniów, ich pracę samodzielną oraz w grupie rówieśników, czuwa nad przydatnością stosowanych środków dydaktycznych w tym narzędzi TI oraz realizacją założonego planu pracy. Uzyskiwane efekty pracy poddaje analizie, a zauważone braki, trudności i niedociągnięcia stara się modyfikować na bieżąco. Stale też słucha wypowiedzi uczniów i analizuje przyczyny popełnianych przez nich błędów, to z kolei wytycza kierunek dalszych zabiegów dydaktycznych, które pozwolą zauważone błędy wyeliminować.

Propozycja kryteriów oceny i metod sprawdzenia osiągnięć ucznia

Ocenianie osiągnięć uczniów w procesie uczenia się matematyki jest jednym z najważniejszych, ale i najtrudniejszych elementów pracy nauczyciela. Wynika to z faktu, że sam proces uczenia się matematyki jest niezwykle skomplikowany i subtelny. Jedno jest pewne: proces ten w odniesieniu do poszczególnych uczniów powinien podlegać systematycznej i obiektywnej kontroli, która może przybierać różnorodne formy.

W planie pracy nauczyciel sporo uwagi powinien poświęcić sposobom sprawdzania osiągnięć uczniów. Obserwacja uczniów na każdych zajęciach, ich przygotowanie do lekcji, aktywność, a także analiza wyników badania osiągnięć i zauważony postęp, dostarcza informacji na temat efektywności kształcenia.

Prowadzenie kontroli polegającej w głównej mierze na ustnym odpytywaniu oraz przeprowadzaniu prac pisemnych z poszczególnych działów nie jest wystarczające. Dlatego program *Matematyka z TI* proponuje zasady kontroli osiągnięć uczniów uwzględniające specyfikę matematyki i proponowanego podejścia do jej nauczania. Ocena ta, naszym zdaniem, powinna uwzględniać również:

- aktualny stan wiadomości i umiejętności matematycznych, dotyczących odpowiedniego materiału nauczania (rozumienie pojęć, umiejętność posługiwania się algorytmami, umiejętność rozwiązywania zadań itp.),
- postawy ucznia przy: stosowaniu TI podczas rozwiązywania różnych problemów na lekcjach matematyki, planowaniu i organizowaniu własnego uczenia się, współdziałaniu i pracy w grupie, poszukiwaniu informacji, wykorzystywaniu zdobytej wiedzy oraz rozwijaniu własnych zainteresowań,
- zaobserwowane – w dłuższym okresie czasu – postępy ucznia nauce,
- zaangażowanie ucznia w dodatkową pracę (aktywność w dyskusji na platformie, zaangażowanie w realizację projektów prowadzonych przez nauczyciela matematyki, udział w konkursach i olimpiadach matematycznych, rozwiązywanie zadań dodatkowych),

Te sfery działalności ucznia stanowią podstawę całościowej oceny jego osiągnięć.

Opracowany przez nas program dość dokładnie opisuje oczekiwane osiągnięcia uczniów w zakresie wiadomości, sprawności i umiejętności, a także aktywności. Proponujemy również w obrębie tematów quizy, interaktywne testy, które pozwalają każdemu uczniowi na bieżąco weryfikować wiedzę (wiadomości, sprawności i umiejętności) i uzupełniać braki. Narzędzia te mają konstrukcję opartą na danym materiale, z uwzględnieniem struktury wiedzy i poziomów trudności. Dzięki tym narzędziom nie tylko uczniowie mogą na bieżąco dokonywać samooceny, ale również nauczyciel ma informację o tym, jakie obszary wymagają dodatkowych zabiegów dydaktycznych, a co jest już dobrze opanowane. Ten sposób badania osiągnięć

w połączeniu z bieżącym działaniem nauczyciela pełni funkcję informacyjno-wspierającą. W takich sytuacjach, uczeń pozbawiony ryzyka stresu związanego z negatywną oceną swobodnie angażuje się w samokontrolę.

Po większych działach proponujemy tradycyjne sprawdziany i klasówki, jak również testy i quizy do tzw. szybkiej weryfikacji. Mamy tu na myśli weryfikację komputerową i przedstawienie wyników na tablicy interaktywnej, albo też zwykłe sprawdzenie rozwiązań uczniowskich, podsumowanie słabych i mocnych stron, a następnie omówienie ich w klasie. Wśród proponowanych narzędzi do sprawdzania nie może zabraknąć zadań egzaminacyjnych, zwłaszcza zadań nowego typu tj. zgodnych z nową formułą egzaminu gimnazjalnego. W tym zakresie proponujemy stosowanie narzędzi dwojakiego rodzaju: autosprawdziany (uczeń otrzymuje informację na temat jakości rozwiązań bez oceny) oraz sprawdziany i testy na ocenę.

W ramach pracy uczniów w domu przewidujemy zorganizowanie na platformie e-learningowej lub na blogu prowadzonym przez nauczyciela matematyki trzech grup zadań nazwanych kolejno *bank zadań praktycznych*, *bank zadań dla mistrza*, *bank zadań dodatkowych* (lub inaczej według pomysłu nauczyciela). Pierwszą grupę zadań kierujemy do wszystkich uczniów. Powinny tam zostać zamieszczone zadania o treściach osadzonych w życiu codziennym, pokazującym wprost wykorzystanie umiejętności matematycznych na co dzień. *Bank zadań dla mistrza* powinien zawierać zadania o podwyższonym stopniu trudności. W ten sposób nauczyciel może uzupełniać swoją szkolną pracę z uczniem uzdolnionym matematycznie, rozwijającym swoje zainteresowania matematyką. Uczniom z trudnościami w uczeniu się matematyki proponujemy *bank informacji dodatkowych*, w których uczeń może odnaleźć zagadnienia omawiane na lekcji z wieloma prostymi przykładami, które są opatrzone szczegółowymi wyjaśnieniami.

Niewątpliwie motywujące dla uczniów byłoby zaproponowanie im premii (oceny, punktów, plusów itp.) za poprawne rozwiązanie tych zadań, dlatego zachęcamy do określenia warunków premiowania i nagradzania pracy domowej uczniów.

Dzięki wykorzystaniu TI, dostęp do każdego *banku* jest swobodny i możliwy dla każdego ucznia w dogodnym dla niego czasie. Dopuszczamy również możliwość komunikowania się uczniów z nauczycielem za pomocą platformy e-learningowej w celu przesyłania zadań, zadawania pytań, uzyskiwania dodatkowych informacji.

Załącznik – Treści nauczania

W poniższych tabelach zastosowano następujące skróty:

(*) – w odniesieniu do tych wiadomości, umiejętności bądź aktywności matematycznych, które Autorzy programu przewidują jako osiągnięcia uczniów, a nie są one przewidziane najnowszą podstawą programową z matematyki dla III etapu edukacyjnego.

(1), (2) itd. – w ten sposób oznaczono odnośniki do wiadomości, umiejętności bądź aktywności, dla których w kolumnie *Uwagi o realizacji* zostały zamieszczone szczegółowe komentarze. (W kolejnych wierszach tabeli odpowiadających kolejnym treściom zastosowano nową numerację odnośników).

PROJEKT – w ten sposób zaznaczone zostały treści, umiejętności lub aktywności, które naszym zdaniem nadają się na tematy projektów gimnazjalnych.

Klasa 1

Liczby wymierne – 20 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Liczby wymierne	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie dziesiętkowego systemu pozycyjnego; ▪ pojęcie liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej; ▪ położenie liczb wymiernych na osi liczbowej; ▪ pojęcie liczby przeciwnej; ▪ pojęcie liczby odwrotnej; ▪ własności liczb przeciwnych i liczb odwrotnych. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zapisuje liczby słowami i cyframi. ▪ Odczytuje prawidłowo zapisane liczby. ▪ Wskazuje liczby naturalne, całkowite, wymierne, zapisane w różnej postaci. ▪ Podaje (oblicza) odległość pomiędzy dwoma liczbami. ▪ Odczytuje jednostkę na podstawie informacji o liczbach. ▪ Dobiera jednostkę do potrzeb zadania. ▪ Podaje przykłady liczb przeciwnych i liczb odwrotnych. ▪ Stosuje własności liczb przeciwnych i liczb odwrotnych w zadaniach. ▪ Zaznacza liczby wymierne na osi liczbowej. (1) ▪ Porównuje liczby wymierne. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dobiera strategie pozwalającą ustalić liczby o wskazanych własnościach lub ilość tych liczb. (3) ▪ Rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące liczb wymiernych a także wartości bezwzględnej. ▪ Odkrywa i uzasadnia ciekawe własności liczb, (np. suma liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą nieparzystą, itp.) (4) 	<p>Te treści stanowią powtórzenie wiadomości i umiejętności, które uczniowie powinni już nabyć w szkole podstawowej. Dla uatrakcyjnienia tej powtórki można zastosować różnego rodzaju aktywizujące metody pracy oraz środki dydaktyczne. Można także wykorzystać materiały multimedialne, które w atrakcyjny dla uczniów sposób umożliwią wykonanie wielu ćwiczeń utrwalających wiadomości i umiejętności, mogą to być np. quizy w programie Hot Potatoes, ćwiczenia interaktywne ze strony www.scholaris.pl lub inne materiały przygotowane przez nauczyciela.</p> <p>(1) Zastosowanie e-lekcji pt. Liczby wymierne (1) (www.scholaris.pl) -> zakładki: <i>Liczby naturalne ujemne na osi liczbowej, Liczby wymierne są gęsto rozmieszczone na osi liczbowej</i></p> <p>(2) E-lekcja Liczby wymierne (2) -> zakładka <i>Porównywanie ułamków</i> (www.scholaris.pl).</p>

		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza odległość liczb przeciwnych na osi liczbowej. ▪ Wskazuje liczby przeciwne mające zadaną odległość na osi liczbowej. ▪ Oblicza wartość bezwzględną liczby wymiernej. 		<p>(3) Można wykorzystać pomysł odkrywania przez uczniów interesujących własności liczb dwucyfrowych (na razie z pominięciem metody układania równań i nierówności), zamieszczony w zasobie Ciekawe zadania (www.scholaris.pl).</p> <p>(4) PROJEKT <i>Ciekawe własności liczb</i></p>
<p>Podzielność liczb. Liczby pierwsze i złożone.</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>dzielnik, wielokrotność, liczby pierwsze, liczby złożone</i>; (1) ▪ cechy podzielności liczb przez 2, 3, 4, 5, 9, 10. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10. (1) ▪ Wskazuje dzielniki i wielokrotności liczb. (1) ▪ Rozpoznaje liczby pierwsze i złożone. (1) ▪ Rozkłada liczby na czynniki pierwsze. ▪ Wskazuje (oblicza) wspólne dzielniki, wspólne wielokrotności podanych liczb, w tym NWW i NWD. (2) ▪ Buduje liczby spełniające podany warunek, dotyczący podzielności lub wspólnych dzielników. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa cechy podzielności przez 6, 12, 15, 11 itp. (3) ▪ Prowadzi proste rozumowania (zadania na uzasadnianie) wykorzystując pojęcie podzielności, cechy podzielności liczb lub informacje o wspólnych dzielnikach (wielokrotnościach). 	<p>(1) Do powtórki wiadomości i umiejętności można wykorzystać materiały interaktywne ze strony www.scholaris.pl</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Podzielność liczb (1) -> zakładki: <i>Dzielenie i podzielność, Liczby pierwsze, Kilka własności dzielenia</i> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Podzielność liczb (2) -> zakładki: <i>Podzielność przez 2, 4, 5 i 10, Podzielność przez 3 i 9</i> <p>Dodatkowo można pokazać uczniom sposób sprawdzania, czy liczba jest pierwsza czy złożona, za pomocą kalkulatora, – wykorzystanie animacji <i>Liczba pierwsza czy nie</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(2) Do obliczania NWD oraz NWW można zastosować tradycyjny sposób tabelaryczny – plansza z przykładem (<i>Obliczanie NWD, Obliczanie NWW</i>) została zamieszczona na stronie www.scholaris.pl lub też w sposób przedstawiony na filmach zamieszczonych w e-lekcja Podzielność liczb (2)-> zakładki: <i>Wspólne dzielniki, Wspólne wielokrotności</i>. (www.scholaris.pl)</p> <p>(3) Do odkrywania cechy podzielności przez 11 można wykorzystać prezentację multimedialną Liczby lustrzane, czyli ciekawa cecha podzielności przez 11 (www.scholaris.pl)</p>

Liczby w systemie rzymskim	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> cyfry rzymskie i odpowiadające im wartości; zasady zapisywania liczb w systemie rzymskim. 	<ul style="list-style-type: none"> Zapisuje liczby naturalne (w zakresie do 3000) za pomocą znaków rzymskich. (1) Odczytuje liczby (w zakresie do 3000) zapisane za pomocą znaków rzymskich. Odczytuje i zapisuje daty za pomocą znaków rzymskich. 	<ul style="list-style-type: none"> Poszukuje informacji na temat zapisywania liczb większych od 3000 za pomocą znaków rzymskich. (2)(3) Poszukiwanie przykładów nietypowych zapisów liczb w systemie rzymskim (np. zegar słoneczny). (2)(3) 	<ol style="list-style-type: none"> Alternatywne użycie programu kalkulatorowego <i>Cyfry rzymskie</i> (przy użyciu kalkulatora wirtualnego) do odkrywania reguł oraz sprawdzania wyników. PROJEKT <i>Dawne sposoby liczenia</i> (do literatury proponujemy dołączyć pozycję Krysicki W., Kącki E. Jak liczono dawniej, jak liczymy dziś, wydawnictwo Respolona) Można wykorzystać materiały ze strony www.scholaris.pl Cyfry różnych narodów i epok.
Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcie <i>rozwinięcia dziesiętnego liczby – skończonego i nieskończonego</i>; sposób rozpoznawania ułamków zwykłych, których rozwinięcia są skończone; (5) sposób zapisywania ułamków okresowych; (4) algorytm zaokrąglania liczb (w tym rozwinięć dziesiętnych). 	<ul style="list-style-type: none"> Znajduje rozwinięcia dziesiętne liczby wymiernej. (1)(6) Porównuje liczby wymierne, zapisane w różny sposób. Zamienia rozwinięcia dziesiętne skończone na ułamki zwykłe. (2) Rozpoznaje liczby wymierne na podstawie rozwinięcia dziesiętnego. (3) Zaokrągla liczby zadaną dokładnością. Potrafi oszacować wynik działania na liczbach wymiernych. 	<ul style="list-style-type: none"> Bada rozwinięcia okresowe i podaje sposób wyznaczenia n-tej cyfry rozwinięcia okresowego. Podejmuje próbę zamiany rozwinięcia dziesiętnego okresowego na ułamek zwykły. (2) Wykorzystuje umiejętność szacowania w sytuacjach praktycznych nietypowych. 	<p>Do powtórzenia tych treści można wykorzystać e-lekcję Liczby dziesiętne i ułamki (www.scholaris.pl), znajdując odpowiednią, do naszych, celów zakładkę programu:</p> <ol style="list-style-type: none"> Zakładka: <i>Rozwinięcie dziesiętne ułamka</i>. Zakładka: <i>Od skończonych rozwinięć dziesiętnych do ułamków</i>. Zakładka: <i>Zamiana rozwinięcia na ułamek</i> Zakładka: <i>Okresowe rozwinięcie dziesiętne ułamka</i> Zakładka : <i>Ułamki ze skończonym rozwinięciem dziesiętnym</i> Do sprawdzania rozwinięć dziesiętnych liczb wymiernych, które wcześniej uczniowie zapisali na kartce można wykorzystać kalkulator
Działania na liczbach wymiernych	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> algorytmy działań na liczbach wymiernych nieujemnych oraz na liczbach ujemnych; kolejność wykonywania działań. 	<ul style="list-style-type: none"> Dodaje odejmuje, mnoży i dzieli liczby nieujemne. Wykonuje, we właściwej kolejności, nieskomplikowane działania na liczbach wymiernych, zapisanych w różnej postaci. Upraszcza sposób obliczania wartości wyrażeń arytmetycznych, stosując 	<ul style="list-style-type: none"> Ustala sposób i oblicza wartość wyrażenia w sytuacjach nietypowych, także z wykorzystaniem praw działań. Ustala nawiasy tak, aby otrzymać żądany wynik lub stwierdza, że jest to niemożliwe. Ustala strategię rozwiązania zadania nietypowego związanego 	<p>W zakresie wykonywania działań na liczbach wymiernych niewątpliwie uczniowie powinni wykonać bardzo dużą liczbę ćwiczeń w sposób tradycyjny (na kartce papieru). Zachęcamy do wykorzystania kalkulatora do sprawdzania rachunków, a także do odkrywania podstawowych możliwości czterodziałaniowego kalkulatora np. uczeń odkrywa co się stanie jeśli zastosuje na</p>

		<p>prawa działań.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Potrafi prostą sytuację, opisaną słowami, przedstawić w postaci wyrażenia arytmetycznego. ▪ Wykorzystuje porównanie różnicowe i ilorazowe do prowadzonych obliczeń. ▪ Sprawnie posługuje się wyrażeniami dwumianowanymi. ▪ Wykonuje obliczenia z użyciem kalkulatora czterodziałaniowego. (1) 	<p>z wykonywaniem działań na liczbach wymiernych i wykonuje odpowiednie obliczenia.</p>	<p>kalkulatorze sekwencję klawiszy, np:</p> <p style="text-align: center;">2 + 5 = =</p> <p>(1) Przewodnikiem we wdrażaniu uczniów do poznawania możliwości kalkulatora czterodziałaniowego mogą być materiały ze strony www.scholaris.pl</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Obliczenia z użyciem kalkulatora (1) -> m.in. zakładki: <i>Działania na liczbach całkowitych, Jak wykonywać obliczenia, korzystając z przycisków pamięci</i> <input checked="" type="checkbox"/> Obliczenia z użyciem kalkulatora (2) <p>Do powtórzenia i utrwalenia wiadomości oraz umiejętności w zakresie działań na liczbach wymiernych można wykorzystać interaktywne materiały uczące lub sprawdzające zamieszczone na stronie www.scholaris.pl (niektóre z nich są tam oznaczone jako materiały dla szkoły podstawowej, jako że te treści były już przerabiane w drugim etapie edukacyjnym, ale powtórzenie ich w gimnazjum jest niezbędne i jest również przewidziane podstawą programową dla gimnazjum). Przykłady takich materiałów przydatnych (naszym zdaniem) w powtórce to:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Działania na liczbach wymiernych (1) <input checked="" type="checkbox"/> Działania na liczbach wymiernych (2) <input checked="" type="checkbox"/> Liczby wymierne (1) <input checked="" type="checkbox"/> Liczby wymierne (2) <p>Zależnie od potrzeb konkretnego zespołu klasowego nauczyciel może zastosować te materiały lub ich fragmenty w odpowiedni sposób , np. wprowadzenie sytuacji problemowej na początku lekcji (np. e-lekcja Działania na liczbach wymiernych -> zakładka <i>ułamek jako część całości</i>), ćwiczenia utrwalające na podsumowanie lekcji (zakładka <i>Obliczanie ułamka</i>), zadanie domowe, zajęcia dodatkowe z uczniem posiadającym trudności w uczeniu się matematyki (np. zakładki: <i>Ułamek, Ułamek jako wynik dzielenia, Co to jest ułamek, Ułamki równoważne</i>).</p>
--	--	--	---	---

Potęgi – 10 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Potęga o wykładniku naturalnym, własności potęg	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>potęga, podstawa potęgi i wykładnik potęgi</i>; ▪ własności iloczynu i ilorazu potęg o tej samej podstawie; ▪ własności iloczynu i ilorazu potęg o tym samym wykładniku; ▪ sposób potęgowania potęg. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zapisuje w postaci potęgi iloczyn jednakowych czynników. (5) ▪ Zapisuje potęgę w postaci iloczynu. ▪ Oblicza kwadraty i sześciiany liczb wymiernych. (5) ▪ Oblicza, we właściwej kolejności, wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających potęgi. ▪ Ustala znak potęgi, bez konieczności obliczania jej wartości. ▪ Porównuje potęgi o jednakowych podstawach. ▪ Porównuje potęgi o jednakowych wykładnikach. ▪ Mnoży i dzieli potęgi o jednakowych podstawach. (6) ▪ Mnoży i dzieli potęgi o jednakowych wykładnikach. (6) ▪ Wykonuje potęgowanie potęgi. (6) ▪ Doprowadza wyrażenie do prostszej postaci, wykorzystując własności potęg. ▪ Ustala podstawę potęgi, gdy dany jest wykładnik oraz wartość potęgi. ▪ Ustala wykładnik, gdy dana jest podstawa i wartość potęgi. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza kolejne potęgi danej liczby, obserwuje prawidłowości i wyciąga wnioski (1) ▪ Odkrywa własności potęg wykładnikach naturalnych. (2) ▪ Odkrywa sposób porównywania dużych liczb, zapisanych w postaci potęg o różnych podstawach i różnych wykładnikach. (3) ▪ Okrywa i uzasadnia ciekawe własności liczb z użyciem potęg. (4) 	<ol style="list-style-type: none"> (1) <u>Przykład:</u> <i>Jaka jest ostatnia cyfra liczby $3^{92} - 2$</i> (2) Zachęcamy, aby uczeń miał okazję zauważyć prawidłowości na podstawie wykonanych przykładów, a następnie sam spróbował uogólnić wynik i zapisać wnioski, (3) <u>Przykład:</u> <i>Porównaj liczby 8^{12} i 16^4.</i> (4) Zastosowanie filmu Suma liczb nieparzystych (www.interklasa.pl). (5) E-lekcja Potęgi i pierwiastki (2) (www.scholaris.pl) (6) Zastosowanie e-lekcji Potęgi i pierwiastki (3) -> zakładka <i>Prawa potęgowania dla wykładników dodatnich</i> (www.scholaris.pl)

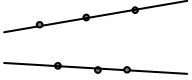
Procenty – 17 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Procenty i promile	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie procentu i promila; (1) ▪ sposób zamiany procentów na ułamki oraz ułamków na procenty; ▪ sposób zamiany promili na ułamki i ułamków na promile; ▪ sposób zamiany procentów na promile i promili na procenty. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zamienia procenty na ułamki i ułamki na procenty. ▪ Zamienia promile na ułamki i ułamki na promile. ▪ Przedstawia część całości w postaci procentu. ▪ Przedstawia część całości w postaci promili. ▪ Wyraża za pomocą ułamków informację podaną w procentach. ▪ Stosuje zależność pomiędzy procentami, a promilami do rozwiązywania zadań. 		<p>(1) Jako motywację do wprowadzenia pojęcia procentu proponujemy zastosowanie filmu pokazującego gdzie na co dzień spotykamy symbol % i co on oznacza, dalej można w sposób tradycyjny lub poprzez materiał multimedialny dostarczyć uczniom intuicji pojęcia procentu na różnych modelach graficznych (kwadrat podzielony na 100 części, prostokąt podzielony na 10 części, koło podzielone na 4, 5, 10 części itp.) i różnych ćwiczeń kształtujących pojęcie procentu.</p>

Obliczenia procentowe	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób obliczania procentu/ promila danej liczby; ▪ sposób obliczania liczby, gdy dany jest jej procent; ▪ sposób obliczenia jakim procentem jednej liczby jest inna liczba. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza procent /promil danej liczby. (1) ▪ Oblicza liczbę na podstawie jej procentu. (1) ▪ Oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba. (1) ▪ Rozwiązuje zadania praktyczne z wykorzystaniem procentów (np. zadania dotyczące obniżek i podwyżek cen, promocji cenowych, VAT-u, odsetek od lokat i kredytów, itp.). (2) ▪ Rozwiązuje zadania dotyczące stężeń procentowych, stopów oraz prób złota i srebra. (3) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Analizuje zmiany cen na podstawie informacji o podwyżkach/obniżkach. ▪ Obserwuje kursy walut i prawidłowo wnioskuje o sprzedaży, czy zakupie waluty. ▪ Wykorzystuje obliczenia procentowe do porównywania dwóch wielkości. ▪ Prawidłowo posługuje się pojęciem procentu do rozwiązywania zadań nietypowych. 	<p>(1) Do sprawdzenia umiejętności uczniów w zakresie obliczeń procentowych można zastosować aktywizujące metody nauczania lub środki dydaktyczne, można również wykorzystać quizy np. w programie Hot Potatoes.</p> <p>(2) PROJEKT - przykładowe tematy: <i>Matematyka i ekonomia na co dzień; Procenty wokół nas</i>. Jesteśmy przekonani, że najlepiej w toku realizacji pracy projektowej uczniowie będą mogli przekonać się jak ważnym i często obecnym zagadnieniem w otaczającej ich rzeczywistości są procenty.</p> <p>(3) Można zastosować scenariusz zajęć Co to jest stężenie procentowe (www.scholaris.pl).</p>
-----------------------	---	--	--	---

Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa – 3 godziny

Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągania celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Diagramy procentowe	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie diagramu procentowego; ▪ sposoby przedstawiania informacji za pomocą różnych diagramów; ▪ pojęcie punktu procentowego. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odczytuje informacje z diagramu. ▪ Tworzy diagramy procentowe na podstawie informacji zawartych w treści zadania. ▪ Wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł. (1) ▪ Stosuje informacje dotyczące punktów procentowych w zadaniach. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Analizuje straty, zyski walut, firm, giełdy na podstawie informacji podanych za pomocą diagramów. ▪ Dobiera odpowiedni diagram do lepszego zilustrowania informacji. ▪ Krytycznie ocenia wnioski wyciągane na podstawie diagramów a także rzetelność przedstawienia danych za pomocą diagramu. (1) 	<p>(1) Proponujemy, aby uczniowie zebrali dane, na interesujący ich temat, od swoich kolegów lub członków rodziny, wyniki przedstawili na diagramach kołowych i sformułowali wnioski z przeprowadzonego sondażu.</p>

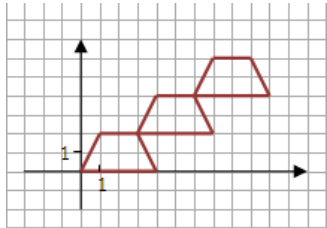
Figury płaskie – 22 godziny				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Proste, półproste i odcinki	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>prosta, półprosta, odcinek</i>; (2) sposób oznaczania prostej, półprostej i odcinka; możliwe wzajemne położenia prostych na płaszczyźnie. 	<ul style="list-style-type: none"> Prawidłowo stosuje oznaczenia literowe prostych, półprostych i odcinków. Kreśli proste (odcinki) prostopadłe i proste (odcinki) równoległe. Konstruuje odcinek przystający do danego. Porównuje odcinki za pomocą cyrkla lub linijki. 	<ul style="list-style-type: none"> Analizuje liczbę możliwych punktów wspólnych dwóch, trzech, czterech, ... prostych. (1) Wykorzystuje własności prostych równoległych i prostopadłych do rozwiązywania nietypowych zadań. 	<ol style="list-style-type: none"> Zastosowanie programu komputerowego <i>Geogebra</i> do dynamicznej wizualizacji zadania. Zastosowanie materiału multimedialnego Proste i kąty (1) -> zakładka <i>Proste, półproste, odcinki</i> (www.scholaris.pl).
Kąty	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia <i>kąta i miary kąta</i>; (1) sposób mierzenia kątów; (1) rodzaje kątów; (2) konstrukcję kąta przystającego do danego kąta; (*) pojęcie kątów przyległych, wierzchołkowych; pojęcie kątów odpowiadających i naprzemianległych; 	<ul style="list-style-type: none"> Potrafi prawidłowo nazywać kąty ze względu na ich miary. (1) Mierzy kąty. (1) Kreśli kąty o podanej mierze z użyciem kątomierza. (1) Korzysta z własności kątów przyległych i wierzchołkowych. (2) Wskazuje kąty równe wśród kątów utworzonych przez dwie proste równoległe, przecięte trzecią prostą. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> Uzasadnia twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. (4) Uzasadnia (w nieskomplikowanych sytuacjach) własności figur na podstawie własności kątów wierzchołkowych, przyległych lub odpowiadających utworzonych przy prostych równoległych oraz stosując własności trójkątów. (3) Przeprowadza proste rozumowania wykorzystując własności trójkątów- dostrzega wszystkie rozwiązania zadania. (5) Stosując pewną strategię poszukiwań znajduje wszystkie rozwiązania zadania. (6) 	<ol style="list-style-type: none"> Zastosowanie e-lekcji Proste i kąty(1) -> zakładki: <i>Kąty, Mierzenie kątów, Rysowanie kątów</i> (www.scholaris.pl). Zastosowanie ćwiczeń interaktywnych Położenie kątów i prostych w trójkącie 2-> Zakładka <i>Kąty</i>. <u>Przykład:</u> <i>Trzy proste przecinające się w sposób przedstawiony na rysunku tworzą trójkąt ABC. Uzasadnij, że trójkąt ABC jest równoboczny.</i> <div style="text-align: center;"> </div> <ol style="list-style-type: none"> Film Suma kątów wielokąta (początek filmu), www.interklasa.pl

Trójkąty i ich własności	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia <i>trójkąta</i>; ▪ warunek istnienia trójkąta; ▪ nazwy boków w trójkącie równoramiennym, prostokątnym; ▪ twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. (8) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozróżnia i nazywa trójkąty ze względu na boki i kąty. ▪ Rozpoznaje trójki odcinków z których można zbudować trójkąt. (9) ▪ Stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta. (8) ▪ Kreśli wszystkie wysokości trójkąta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Stosuje nierówność trójkąta w zadaniach praktycznych. (7) 	<p>(5) <u>Przykład:</u> <i>Jeden z kątów trójkąta równoramiennego ma miarę 42°. Wyznacz miary pozostałych kątów.</i></p> <p>(6) <u>Przykład:</u> <i>Ile trójkątów o końcach w tych punktach można utworzyć?</i></p>  <p>(7) Film: <i>Nierówność trójkąta</i>, (www.interklasa.pl)</p> <p>(8) Do przypomnienia i wyćwiczenia tej sprawności można wykorzystać materiały ze strony www.scholaris.pl</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Położenie prostych i kąty w trójkącie1 -> zakładki: <i>Kąty w trójkącie, Suma kątów w trójkącie</i> <input checked="" type="checkbox"/> Położenie prostych i kąty w trójkącie1 -> zakładki: <i>Kąty w trójkącie1, Kąty w trójkącie 2,</i> <p>W pracy z uczniem mającym trudności w uczeniu się matematyki można wykorzystać materiały przeznaczone dla szkoły podstawowej <i>Trójkąty 1 – Trójkąty 4</i> (www.scholaris.pl).</p> <p>(9) Początek filmu <i>Nierówność trójkąta</i> (www.interklasa.pl)</p>
Czworokąty i ich własności	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, czworokąta wypukłego</i>; (1) ▪ własności czworokątów; (1) ▪ sumę miar kątów wewnętrznych w czworokącie. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje i nazywa czworokąty. (1) ▪ Stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych czworokąta. ▪ Stosuje własności czworokątów do obliczania brakujących danych (długość boku, miara kąta, obwód itd.) w zadaniach typowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ocenia zdania np. „każdy kwadrat jest prostokątem, „każdy prostokąt jest kwadratem” itd. odwołując się do definicji pojęć. ▪ Uzasadnia własności figur na podstawie definicji figur. 	<p>(1) Zastosowanie e-lekcji: <i>Czworokąty i ich własności</i> oraz <i>Własności figur płaskich</i> -> zakładki dotyczące czworokątów.</p>

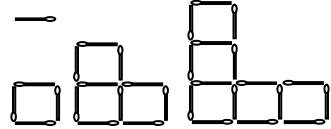
Jednostki długości i jednostki pola	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ podstawowe jednostki długości (mm, cm, dm, m, km) i zasady zamiany jednostek; ▪ pojęcia: <i>jednostka długości, jednostka pola</i>; ▪ podstawowe jednostki pola (mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2 a także ar i hektar). 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mierzy długości odcinków w odpowiedniej jednostce. (4) ▪ Wyraża długości za pomocą różnych jednostek. (5) ▪ Porównuje długości wyrażone za pomocą różnych jednostek. ▪ Zamienia jednostki długości oraz jednostki pola. (3) ▪ Przelicza jednostki angielskie na metryczne i odwrotnie. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Poszukuje informacji o nietypowych jednostkach długości stosowanych dawniej i dziś (mila, mila morska, yard). (1) 	<p>(1) Ta tematyka może zostać zrealizowana w toku projektu edukacyjnego. Bardzo ciekawy sposób powtórzenia wiadomości o jednostkach długości oraz sposobie ich zamiany dostarczą materiały e-lekcji Jednostki i pomiary 1 oraz 2 (www.scholaris.pl), a w szczególności:</p> <p>(2) Zakładki: <i>Angielskie jednostki długości (1) i (2)</i> oraz <i>stare jednostki długości</i>.</p> <p>(3) Zakładki: <i>Zamiana jednostek metrycznych (1) oraz (2)</i>.</p> <p>(4) Zakładka <i>Czy jesteś dobry w określaniu długości?</i></p> <p>(5) Zakładka <i>Metryczne jednostki długości</i>.</p>
Pola i obwody trójkątów i czworokątów	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób obliczania obwodu trójkąta; ▪ sposób obliczania pola czworokąta; ▪ wzory na obliczanie pól trójkątów i czworokątów . 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza pola trójkątów i czworokątów mając wszystkie potrzebne dane. ▪ Ze wzorów na pola czworokątów lub pole trójkąta oblicza dowolną brakującą wielkość mając wszystkie pozostałe dane (np. Oblicza wysokość trójkąta mając jego pole oraz podstawę) stosując przekształcenie wzoru na pole. ▪ Oblicza obwody trójkątów i czworokątów lub inne wielkości stosując przekształcenie wzoru na obwód. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa wzory na pola czworokątów i pole trójkąta. (1) 	<p>(1) Wykorzystanie filmu umożliwiającego przypomnienie skąd wzięły się wzory na pola poszczególnych czworokątów oraz trójkąta.</p>
Wielokąty, pola i obwody	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie wielokąta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rysuje wielokąty spełniające podane warunki. ▪ Oblicza obwody wielokątów. ▪ Oblicza pola wielokątów dzieląc je na znane czworokąty lub trójkąty. ▪ Oblicza pola wielokątów stosując metodę uzupełnienia do pola prostokąta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prowadzi rozumowanie w celu wyznaczenia liczby przekątnych n-kąta. (1) ▪ Prowadzi rozumowanie w celu wyznaczenia sumy kątów wewnętrznych w kolejnych wielokątach, a następnie uogólnia otrzymany wynik dla n-kąta. (2) 	<p>(1) Film <i>Liczba przekątnych wielokąta</i>, (www.interklasa.pl).</p> <p>(2) Film <i>Suma kątów wielokąta</i>, (www.interklasa.pl).</p>

Figury przystające	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie <i>figury przystające</i>; (1) ▪ własności wielokątów przystających; ▪ pojęcie <i>figury przystające</i>; ▪ cechy przystawiania trójkątów. (3) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje figury przystające. (2) ▪ Rysuje figury przystające na papierze w kratkę. (3) ▪ Stosuje własności wielokątów przystających do rozwiązywania typowych zadań. ▪ Rozpoznaje trójkąty przystające. (3) ▪ Znajduje trójkąty przystające w figurze opisanej w zadaniu np. trójkąty utworzone w trapezie równoramiennym przez przekątne tego trapezu. ▪ Rysuje trójkąty przystające do danego trójkąta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Uzasadnia, że trójkąty są przystające powołując się na odpowiednią cechę przystawiania trójkątów. 	<ol style="list-style-type: none"> (1) Przy wprowadzaniu pojęcia przystawiania proponujemy rozpocząć od serii ćwiczeń konkretnych takich jak: kalkowanie, kleksy, wycinanki itp. (2) Zastosowanie e-lekcji: Przystawianie trójkątów -> zakładki: <i>Przystawianie obiektów, Klucze, Odciski palców</i>. (3) Cechy przystawiania trójkątów uczniowie mogą odkrywać a później wykonać ćwiczenia sprawdzające zamieszczone w e-lekcjach Przystawianie trójkątów, podobieństwo trójkątów (e-lekcja o przystawianiu mimo tytułu) (www.scholaris.pl), w szczególności zakładki: <i>Cecha BBB, Cecha KBK – obserwacje i uogólnienia, Cecha BKB – obserwacje i uogólnienia, Trójkąty przystające, Jak sprawdzić, czy dwa trójkąty są przystające?</i> (na ćwiczenia zamieszczone w tych ekranach uczeń powinien mieć tyle czasu, ile potrzebuje zgodnie z jego potrzebami dlatego te materiały proponujemy wykorzystać do samodzielnej pracy uczniów czy to w sali matematycznej wyposażonej w komputery czy też jako zadanie domowe).
--------------------	--	--	---	--

Wykresy funkcji – 5 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Układ współrzędnych na płaszczyźnie	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>układ współrzędnych, odcięta, rzędna, os odciętych, os rzędnych, jednostka</i>; (1) ▪ sposób odczytywania 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odczytuje współrzędne punktów. (1) ▪ Zaznacza punkty o podanych współrzędnych. (1) ▪ Zaznacza punkty, których współrzędne spełniają podany warunek. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Stosuje uogólnienia zależności zaobserwowanych w układzie współrzędnych. (3) ▪ Poszukuje strategii wygrywającej w grze dotyczącej poruszania się w układzie współrzędnych (4) 	<ol style="list-style-type: none"> (1) Zachęcamy do zastosowania bardzo atrakcyjnej dla uczniów e-lekcji Układ współrzędnych 1 (www.scholaris.pl) oraz lekcji nauczycielskiej pod tym samym tytułem. Proponujemy rozpocząć od praktycznej sytuacji problemowej dotyczącej zajmowania miejsc w samolocie, w kinie, określanie pozycji a

	<p>współrzędnych w układzie współrzędnych. (1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Określa warunek dla współrzędnych zaznaczonych punktów, także za pomocą wzoru. (2) ▪ Odczytuje zależności z wykresów w prostych przykładach. 		<p>planie. Na zajęciach dodatkowych, szczególnie w pracy z uczniem mającym trudności w uczeniu się matematyki, można również zastosować zabawę Polowanie na kaczkę http://scratch.mit.edu/projects/piotrslag/1454375</p> <p>(2) E-lekcja Układ współrzędnych 2 (www.scholaris.pl).</p> <p>(3) Przykład: <i>Podaj współrzędne prawego górnego wierzchołka trapezu w pierwszym, drugim, trzecim, czwartym, dziesiątym, n- tym trapezie</i></p>  <p>(4) Animacja Układ współrzędnych (opis gry) (www.scholaris.pl)</p>
--	--	---	--	--

Wyrażenia algebraiczne - 17 godzin

Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych.	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcie wyrażenie algebraiczne; (1) nazwy podstawowych wyrażeń algebraicznych (pochodzące od nazw działań); zasadę nazywania wyrażeń algebraicznych zawierających więcej niż jedno działanie. 	<ul style="list-style-type: none"> Opisuje za pomocą wyrażenia algebraicznego treści zadań także dotyczących sytuacji praktycznych. (2) Nazywa wyrażenia algebraiczne używając nazw działań (suma, iloczyn, podojony zmienna, kwadrat zmiennej). (3) Zapisuje symbolicznie wyrażenie algebraiczne mając podaną nazwę działania (w prostych przykładach). 	<ul style="list-style-type: none"> Uogólnia i zapisuje wzór za pomocą wyrażenia algebraicznego (4) 	<p>(1) E-lekcja Zapisywanie wyrażeń algebraicznych -> zakładka: Co to jest wyrażenie algebraiczne (www.scholaris.pl).</p> <p>(2) E-lekcja Zapisywanie wyrażeń algebraicznych -> zakładki nr: 2,4,5,6,7,9 (www.scholaris.pl).</p> <p>(3) E-lekcja Zapisywanie wyrażeń algebraicznych -> zakładka nr 3 (www.scholaris.pl).</p> <p>(4) <u>Przykład:</u> Bolek układał wzorki z zapalek według następującej reguły:</p>  <p>Odkryj regułę, a następnie:</p> <ol style="list-style-type: none"> dorysuj czwarty wzorek opisz regułę powstawania wzorków Boleka napisz ile zapalek potrzebuje Bolek, aby ułożyć wzorek o numerze 14, a ile aby ułożyć wzorek 100? Ile zapalek potrzeba do ułożenia wzorku o numerze n?
Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcie: <i>wartość liczbową wyrażenia algebraicznego</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> Oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych, w których występują liczby wymierne. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> Bada wartość wyrażenia dla różnych wartości x i określa założenia przy których dane wyrażenie algebraiczne (np. $\frac{1}{x+1}$) ma sens. 	<p>(1) E-lekcja Zapisywanie wyrażeń algebraicznych -> zakładka <i>Wartość wyrażeń algebraicznych</i> (www.scholaris.pl).</p>

<p>Jednomiany i sumy algebraiczne jednomianów</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>jednomian, jednomiany podobne, suma algebraiczna jednomianów</i>; (1) ▪ zasady dodawania i odejmowania sum algebraicznych; (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Porządkuje jednomiany. (1) ▪ Rozróżnia jednomiany podobne, (1) ▪ Redukuje wyrazy (jednomiany) podobne. (1) ▪ Podaje współczynnik liczbowy jednomianu. (1) ▪ Dodaje i odejmuje sumy algebraiczne. (1) ▪ Upraszcza wyrażenia algebraiczne zawierające sumy jednomianów. 		<p>W tym temacie uczniowie poznają dużo nowych wiadomości i powinni wyćwiczyć sporo umiejętności, które – jak pokazuje praktyka nauczania - często sprawiają im dużo trudności. Dlatego proponujemy zastosowanie aktywnych metod nauczania lub atrakcyjnego dla uczniów programu komputerowego, który zachęci ich do wykonania dużej liczby ćwiczeń i dostarczy informacji o stopniu ich wykonania.</p> <p>(1) Zachęcamy do wykorzystania bardzo ciekawych przykładów zamieszczonych w e- lekcjach Wyrazy podobne oraz Działania na wyrażeniach algebraicznych (www.scholaris.pl), wśród tych materiałów znajduje się gra: suma algebraiczna.</p>
<p>Mnożenie sumy algebraicznej przez jednomian</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ zasadę mnożenia sum algebraicznych przez jednomian; ▪ zasadę wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mnoży sumy algebraiczne przez jednomian. (1) ▪ Wyłącza wspólny czynnik przed nawias w tym największy. (4) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa algorytm mnożenia jednomianu przez sumę algebraiczną. (2) ▪ Przeprowadza rozumowanie z wykorzystaniem przekształcanie wyrażen algebraicznych w celu rozwiązania zagadki. (3) ▪ Odkrywa metodę wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias. (5) 	<p>(1) E-lekcja Wyrazy podobne (www.scholaris.pl)-> zakładka <i>Mnożenie sum przez jednomian</i></p> <p>(2) Proponujemy wykorzystanie tradycyjnego modelu z prostokątem, gdzie uczeń porównuje pola prostokątów przed i po podziale - można w tym celu zastosować ćwiczenie interaktywne <i>Jak pomnożyć sumę przez jednomian</i> (www.scholaris.pl).</p> <p>(3) Do wprowadzenia interesującej sytuacji problemowej a później do sprawdzenia przeprowadzonego przez uczniów rozumowania można wykorzystać fragment e-lekcji pt Mnożenie wyrażen w nawiasach -> zakładka <i>Odgadnij liczbę</i> (www.scholaris.pl). Uczniowie mogą samodzielnie rozwiązać problem z zakładki <i>Data urodzenia</i>.</p> <p>(4) E-lekcja Wyrazy podobne -> <i>Wyciąganie wspólnego czynnika przez nawias</i> (2) (www.scholaris.pl).</p> <p>(5) E-lekcja Wyrazy podobne -> <i>Wyciąganie wspólnego czynnika przez nawias</i> (1) (www.scholaris.pl),</p>

Równania - 31 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągania celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Zapisywanie treści zadań za pomocą równań		<ul style="list-style-type: none"> Opisuje związki pomiędzy wielkościami za pomocą równań. 		Do zainteresowania uczniów tematem można wykorzystać przykłady zamieszczone w e-lekcji Proste równania liniowe (www.scholaris.pl).
Równanie pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>równanie, liczba spełniająca równanie, równania równoważne</i>; (1) przekształcenia równoważne metodę równań równoważnych. 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. Sprawdza, czy liczba spełnia równanie. Podaje rozwiązanie prostego równania (poprzez odgadnięcie wyniku) np. $3x = 12$, $2x + 1 = 5$. Sprawdza, czy równania są równoważne. Rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych, w tym z wykorzystaniem poznanych przekształceń algebraicznych. Wykonuje sprawdzenie rozwiązania równania. 	<ul style="list-style-type: none"> Odkrywa metodę graficzną rozwiązywania równań. (*) (2) Metodą graficzną (lub inną) podaje rozwiązania prostych równań z wartością bezwzględną. (*) (2) 	<p>(1) Proponujemy rozpocząć od doświadczeń uczniowskich z wagą, następnie zapisów symbolicznych dotyczących wagi i pojęcia równowagi. W dalszym etapie przechodzimy do czynności wyobrażeniowych – wykorzystanie materiałów multimedialnych ilustrujących przekształcenia równoważne (www.scholaris.pl) Proste równania liniowe.</p> <p>(2) Zastosowanie programu komputerowego <i>Wykresy 1</i> (darmowe oprogramowanie dostępne na stronie www.up.krakow.pl/mat/komputery) lub e-lekcji Graficzne rozwiązywanie równań (www.scholaris.pl).</p>
Przekształcanie wzorów		<ul style="list-style-type: none"> Przekształca nieskomplikowane wzory, w tym wzory fizyczne. 		Proponujemy rozpocząć od podstawowych wzorów, które uczeń zna np. wzór na pole prostokąta, pole trójkąta.
Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań		<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań, sprawdza warunki zadania. 	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje nietypowe zadania za pomocą równań. 	Proponujemy wykorzystać różne sposoby zapisywania związków pomiędzy wielkościami z zadania (zapis słowny, symboliczny, rysunkowy, itp.), a także różne sposoby rozwiązywania zadania.

<p>Nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>mniej</i>, <i>większy</i>, <i>niemniejszy</i>, <i>niewiększy</i>; ▪ sposób rozwiązywania nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą za pomocą metody nierówności równoważnych. (*) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zaznacza na osi liczbowej liczby spełniające warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$ oraz potrafi wskazać przykłady liczb spełniających ten warunek. ▪ Zapisuje warunek dla zaznaczonego zbioru liczb na osi liczbowej. ▪ Operuje pojęciami: niemniejszy, niewiększy. ▪ Zapisuje za pomocą nierówności proste zadania tekstowe oraz zapisuje założenia np. <i>Obwód kwadratu jest mniejszy niż 3 dm, jaką długość może mieć bok tego kwadratu.</i> ▪ Rozwiązuje proste przykłady nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozwiązuje nietypowe zadania za pomocą nierówności. 	<p>Proponujemy zastosować ćwiczenia prowadzące do ustalania zbioru wszystkich liczb, które spełniają podany warunek nierówności słabej i nierówności ostrej.</p> <p>Po serii wielu zadań w których uczniowie do treści zadania zapisują równanie, rozwiązują je, wykonują sprawdzenie wyniku z warunkami zadania można odwołać się do rozwiązywanych kiedyś przez uczniów zadań dotyczących własności liczb dwucyfrowych (materiał ze strony www.scolaris.pl, Ciekawe zadania) i tym razem rozwiązać te zadania za pomocą równań lub nierówności).</p>
<p>Proporcja</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>stosunek dwóch wielkości</i>, <i>proporcja</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zapisuje za pomocą ilorazu dwóch liczb: stosunek długości odcinków, stosunek pól figur itd. ▪ Wyznacza (oblicza) brakującą wielkość mając podany stosunek dwóch wielkości – w zadaniach geometrycznych a także w zadaniach o kontekście praktycznym. ▪ Sprawdza, czy podana równość jest proporcją. ▪ Stosuje własność proporcji do rozwiązywania równań. ▪ Stosuje własność proporcji do rozwiązywania zadań z treścią. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własność proporcji. 	<p>Proponujemy wyjść od przykładów z życia, które umożliwią właściwe zrozumienie stosunku dwóch wielkości (mecz, gole, nagrody za gole; przepis na ciasto).</p>

Wielkości wprost i – odwrotnie proporcjonalne	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>wielkości wprost proporcjonalne, wielkości odwrotnie proporcjonalne.</i> (1) 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje wielkości wprost proporcjonalne dane za pomocą tabelki lub opisu słownego. Zapisuje związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi za pomocą równania. Przedstawia zależność między wielkościami wprost proporcjonalnymi w układzie współrzędnych . Rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne zadane opisem słownym lub tabelką. Zapisuje związki między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi za pomocą równania. Rozwiązuje zadania tekstowe o kontekście praktycznym dotyczące wielkości proporcjonalnych. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> Rozwiązuje zadania z wykorzystaniem proporcjonalności, w których występują trzy wielkości. Zapisuje zależności między wielkościami wprost lub odwrotnie proporcjonalnymi danymi za pomocą liter. 	(1) Zachęcamy do zainteresowania uczniów tematem wielkości odwrotnie proporcjonalnych przez wyjście od sytuacji praktycznej przedstawionej na filmie <i>Odwrotna proporcjonalność</i> (www.interklasa.pl).
---	---	--	---	---

Figury płaskie – 14 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Figury symetryczne względem prostej	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> własności punktów i innych figur symetrycznych względem prostej. 	<ul style="list-style-type: none"> Znajduje punkt symetryczny do danego względem podanej prostej. (1) Kreśli figury symetryczne względem pewnej osi. Znajduje prostą względem której dwie figury są do siebie symetryczne. 	<ul style="list-style-type: none"> Odkrywa własności punktów/ figur symetrycznych względem prostej. Odkrywa zależności między współrzędnymi punktów symetrycznych względem osi x oraz względem osi y, i stosuje je do rozwiązywania zadań. (3) 	<p>(1) Animacja <i>Poszukiwanie skarbu</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(2) <u>Przykład:</u></p> <p><i>Dla jakich wartości x i y punkty A i B, gdzie $A(2x, -3y + 4)$, $B(5x - 1, -8)$ są symetryczne względem osi x.</i></p>

<p>Oś symetrii figury. Figury osiowo-symetryczne</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Pojęcia: <i>oś symetrii figury, figura osiowo symetryczna.</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje figury osiowosymetryczne. (1) ▪ Wskazuje liczbę osi symetrii narysowanych figur lub podanych opisem słownym. (1) ▪ Podaje przykłady figur o zadanej liczbie osi symetrii. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dostrzega i rozpatruje wszystkie możliwe przypadki, których wymaga pełne rozwiązanie zadania. (2) ▪ Poszukuje strategii wygrywającej w grze opartej na pojęciu symetrii. (4) 	<p>(1) Na etapie czynności konkretnych przy wprowadzaniu pojęcia osi symetrii figury zachęcamy do zastosowania różnych tradycyjnych zabiegów dydaktycznych: przykładanie lusterka, składanie kartki itp. W następnej kolejności proponujemy wykorzystanie e-lekcji Przekształcenia geometryczne -> zakładki <i>Zabawy z lustrem, Symetria osiowa</i> oraz <i>Przekształcenia geometryczne</i>. W ostatniej kolejności rozwiązujemy z uczniami zadania wymagające czynności abstrakcyjnych, których nie brakuje w żadnym podręczniku szkolnym. Do wizualizowania tych zadań możemy wykorzystać program <i>Geogebra</i> i opcję ślad do obserwacji „na żywo” powstającego obrazu figury symetrycznej.</p> <p>(2) <u>Przykład:</u> <i>Podaj liczbę osi symetrii figury złożonej z dwóch okręgów.</i> Zachęcamy do zastosowanie programu <i>Geogebra</i> do wizualizacji zadania.</p> <p>(3) Ekran interaktywny: Gry oparte na symetrii. (www.scholaris.pl).</p>
<p>Figury symetryczne względem punktu</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ własności punktów i innych figur symetrycznych względem punktu. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Znajduje punkt symetryczny do danego względem podanego punktu. (1) ▪ Kreśli figury symetryczne do siebie względem pewnego punktu. (3) ▪ Znajduje punkt względem którego dwie figury są do siebie symetryczne. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własności punktów figur symetrycznych względem punktu. (1) ▪ Odkrywa zależności między współzrędnymi punktów symetrycznych względem początku układu współrzędnych i stosuje je do rozwiązywania zadań. (2) 	<p>(1) Przekształcenia na płaszczyźnie – lekcja nauczycielska (www.scholaris.pl) -> zakładki 8 i 9</p> <p>(2) Symetria środkowa -> zakładka nr 7 <i>Odzworowania figur</i> umożliwia odkrycie zależności, które można później wykorzystać przy rozwiązaniu zadań, takich jak: <i>Dla jakich wartości x i y punkty A i B, gdzie $A(2x, -3y + 4)$, $B(5x - 1, -8)$ są symetryczne względem punktu $(0, 0)$.</i></p> <p>(3) Symetria środkowa -> zakładki 4 – 6 (www.scholaris.pl).</p>

<p>Środek symetrii figury. Figury środkowo symetryczne</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>środek symetrii figury</i> i <i>figura środkowo symetryczna</i>. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje figury środkowo symetryczne. (1) ▪ Wskazuje liczbę środków symetrii narysowanych figur lub podanych opisem słownym. ▪ Podaje przykłady figur o zadanej liczbie osi symetrii (0, 1 lub nieskończenie wiele). ▪ Dostrzega przedmioty posiadające osie symetrii, środek symetrii w otaczającej rzeczywistości. (2) 		<p>(1) Dla ukształtowania lepszej intuicji w tym zakresie można zastosować ćwiczenie interaktywne Obracanie o 180° (symetria względem punktu) (www.scholaris.pl).</p> <p>(2) Symetrie wokół nas to bardzo ciekawy temat pracy projektowej (temat ten można uszczegółowić, np. symetrie w architekturze, symetrie w przyrodzie, itp.)</p>
<p>Symetralna odcinka. Dwusieczna kąta.</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>symetralna odcinka</i>, <i>dwusieczna kąta</i>. ▪ własności symetralnej odcinka. ▪ własności dwusiecznej kąta. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Kreśli za pomocą cyrkla symetralną odcinka. ▪ Za pomocą cyrkla wykreśla odcinek o długości równej $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}$ itd długości danego odcinka. ▪ Kreśli za pomocą cyrkla dwusieczną kąta. ▪ Za pomocą cyrkla wykreśla kąt o mierze równej $\frac{1}{2}$ miary danego kąta. ▪ Za pomocą cyrkla wykreśla kąty o miarach $30^{\circ}, 15^{\circ}, 45^{\circ}$. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własność symetralnej odcinka. (1) ▪ Odkrywa własność dwusiecznej kąta. (1) 	<p>(1) Uczeń wykonuje rysunek w zeszytach lub w programie komputerowym Geogebra, dokonuje pomiaru odpowiednich odcinków, obserwuje zależności i wyciąga wnioski.</p>

Klasa 2

Potęgi – 11 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Potęga o wykładniku naturalnym i jej własności - powtórzenie				Uczeń przypomina sobie i utrwała wiadomości i umiejętności z klasy pierwszej – zalecane stosowanie aktywizujących metod oraz środków dydaktycznych, które umożliwią sprawdzenie się ucznia w obliczaniu potęg i stosowaniu własności potęg.
Potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym. Postać wykładnicza liczby.	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób obliczania potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym; ▪ własności potęg o wykładnikach całkowitych; ▪ pojęcia: <i>postać wykładnicza, notacja naukowa</i>; (3) ▪ sposób zapisywania liczb w postaci wykładniczej; (3) ▪ zastosowanie notacji wykładniczej; (4) (6) ▪ sposób zapisywania na kalkulatorze wielkich oraz małych liczb z zastosowaniem notacji wykładniczej. (5) (6) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym. (2) ▪ Oblicza (we właściwej kolejności) wartości wyrażeń arytmetycznych w których występują potęgi o wykładniku całkowitym. ▪ Stosuje własności potęg (iloczyn i iloraz potęg o jednakowym wykładniku, potęga potęgi, iloczyn i iloraz potęg o jednakowej podstawie) dla potęg o wykładniku całkowitym. (2) ▪ Porównuje potęgi o wykładniku całkowitym, także z wykorzystaniem własności potęg. ▪ Zapisuje liczby w notacji wykładniczej. (3) (6) ▪ Odczytuje liczby zapisane w notacji wykładniczej. (3) (6) ▪ Porównuje liczby zapisane w notacji wykładniczej. (6) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa i uzasadnia sposób obliczania potęg o wykładniku całkowitym ujemnym. (1) ▪ Odkrywa własności potęg wykładnikach całkowitych. (1) 	<p>(1) Zachęcamy, aby uczniowie wykonali ciąg odpowiednio dobranych przykładów pozwalających na zauważenie prawidłowości, sformułowanie wniosku i zapisanie wzoru.</p> <p>(2) Zastosowanie e-lekcji Potęgi pierwiastki (3) -> zakładki: <i>Wykładniki ujemne, Prawa potęg o wykładniku całkowitym</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(3) Zastosowanie e-lekcji Postać wykładnicza liczb (1) -> zakładki: <i>Jak zapisać liczbę bez zbyt wielu zer, Postać wykładnicza- notacja naukowa</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(4) Zastosowanie e-lekcji Postać wykładnicza 2 -> zakładki: <i>Wielkie liczby, Małe liczby, Rzędy wielkości</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(5) Zastosowanie e-lekcji Postać wykładnicza (3) -> zakładka <i>Notacja naukowa na kalkulatorze</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(6) PROJEKT <i>Liczby duże i małe</i></p>

				W pracy z uczniem uzdolnionym można dodatkowo wykorzystać materiały interaktywne dotyczące działań na liczbach zapisanych w postaci wykładniczej znajdujące się w e-lekcji Postać wykładnicza (3) (www.scholaris.pl).
--	--	--	--	--

Pierwiastki – 9 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Pierwiastek stopnia drugiego i trzeciego	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>pierwiastek, stopień pierwiastka, liczba podpierwiastkowa;</i> ▪ własności iloczynu i ilorazu pierwiastków stopnia drugiego /trzeciego/; ▪ sposób wyłączania czynnika przed znak pierwiastka oraz włączania czynnika pod pierwiastek; ▪ sposób usuwania niewymierności z mianownika; ▪ pojęcie liczby niewymiernej. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza pierwiastki stopnia drugiego z liczb wymiernych nieujemnych, które są kwadratami liczb wymiernych. ▪ Oblicza pierwiastki stopnia trzeciego z liczb wymiernych, które są sześcianami liczb wymiernych. ▪ Szacuje wartości pierwiastków z liczb wymiernych np. $1 < \sqrt{3} < 2$, (4). ▪ Oblicza (we właściwej kolejności) wartości wyrażeń arytmetycznych w których występują pierwiastki stopnia drugiego i trzeciego. ▪ Mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia stosując własności pierwiastków. ▪ Wyłącza czynnik przed znak pierwiastka. ▪ Włącza czynnik pod znak pierwiastka. ▪ Usuwa niewymierność z mianownika. ▪ Podaje przykłady liczb niewymiernych. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własności pierwiastków. (3) ▪ Odkrywa sposób wyłączania czynnika przed znak pierwiastka. 	<p>(1) Jako liczby, która nie jest wymierna.</p> <p>(2) Np. $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$, π.</p> <p>(3) Przez wykonanie ciągu odpowiednio dobranych przykładów, zauważenie prawidłowości, uogólnienie wyniku i zapisanie wniosku.</p> <p>(4) Obliczenia z użyciem kalkulatora (3) - > zakładki <i>Potęgi i pierwiastki oraz przybliżenia liczb niewymiernych</i> (www.scholaris.pl).</p>

Figury płaskie – 11 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Długość okręgu i pole koła. Wycinek koła. Pierścień kołowy.	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie liczby π; (1) ▪ wzory na obliczanie pola powierzchni i obwodu koła; ▪ sposób obliczania pola powierzchni i obwodu pierścienia kołowego; ▪ sposób obliczania pola powierzchni wycinka koła oraz długości łuku. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza obwód koła (długość okręgu) mając dany promień lub średnicę, podaje wynik dokładny lub zadaną dokładnością. ▪ Oblicza pole koła mając promień lub średnicę, podaje wynik dokładny lub zadaną dokładnością. ▪ Oblicza długość łuku oraz pole wycinka koła, podaje wynik dokładny lub zadaną dokładnością. ▪ Oblicza pole pierścienia kołowego, podaje wynik dokładny lub zadaną dokładnością. ▪ Oblicza obwody i pola figur, które można podzielić na wielokąty i wycinki kół. ▪ Przekształca wzory na długość okręgu, pole koła, pole pierścienia kołowego, długość łuku oraz pole wycinka i wylicza dowolną brakującą wielkość mając dane pozostałe. ▪ Rozwiązuje zadania z treścią dotyczące pola lub obwodu koła w tym zadania praktyczne. (4) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa sposób obliczania obwodu koła. (2) ▪ Odkrywa sposób obliczania pola powierzchni koła. (3) ▪ Prowadzi rozumowanie w celu rozwiązania zadań praktycznych. 	<p>(1) W pierwszej kolejności proponujemy tradycyjne mierzenie długości okręgu (l) oraz długości promienia (r), obliczenie ilorazu (l/r) i wyciągnięcie wniosku. W dalszej kolejności można zainteresować uczniów filmem lub prezentacją na temat liczby π – gdzie uczniowie poznają historię liczby π i jej najczęściej używane przybliżenia.</p> <p>(2) Program kalkulatorowy <i>Pole koła</i> (przy użyciu kalkulatora wirtualnego) lub tradycyjnie: przekształcenie wcześniej poznanej zależności $\pi = \frac{l}{r}$.</p> <p>(3) Prezentacja lub film obrazujący jak wyznaczyć wzór na pole koła (podział koła na wycinki i przybliżanie do pola prostokąta).</p> <p>(4) Ważne jest pokazanie uczniom praktycznych zastosowań matematyki, których w tych tematach jest bardzo wiele. Można użyć filmu <i>Powiększenie okręgu</i>, (www.interklasa.pl).</p>

Wyrażenia algebraiczne – 10 godzin

Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Wyrażenia algebraiczne – powtórzenie				Uczeń przypomina i utrwala wiadomości i umiejętności z klasy pierwszej – wskazane stosowanie aktywizujących metod oraz środków dydaktycznych (tradycyjnych lub multimedialnych), które umożliwią, w atrakcyjny dla ucznia sposób, dokonać powtórki
Mnożenie sum algebraicznych	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> sposób mnożenia sum algebraicznych. 	<ul style="list-style-type: none"> Mnoży sumy algebraiczne. Przekształca (upraszcza) wyrażenia algebraiczne w których występuje iloczyn sum algebraicznych. Rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą w których występuje iloczyn sum algebraicznych. Stosuje wzory skróconego mnożenia w nieskomplikowanych przykładach. (*) (2) 	<ul style="list-style-type: none"> Odkrywa algorytm mnożenia sum algebraicznych. (1) Odkrywa wzory skróconego mnożenia. (*) Odkrywa przekształcenia pozwalające usunąć niewymierność z mianownika ułamka w przykładach typu: $\frac{2}{\sqrt{5}}$ jak również $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$. (*) 	<p>(1) Porównując pola odpowiednich figur – do zilustrowania można zastosować film lub prezentację multimedialną.</p> <p>(2) Zastosowanie ekranu interaktywnego Ciekawy wynik (www.scholaris.pl).</p>

Wykresy funkcji – 9 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Pojęcie funkcji i jej własności	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>funkcja</i>, <i>argument</i> i <i>wartość funkcji</i>, <i>wykres funkcji</i>, <i>miejsce zerowe (*)</i>, <i>funkcja rosnąca (*)</i>, <i>funkcja malejąca(*)</i>, <i>funkcja stała(*)</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> Podaje przykłady przyporządkowań. Rozpoznaje, czy przyporządkowanie jest funkcją. (2) Przedstawia funkcje za pomocą grafu, tabeli, wykresu, opisu słownego. Odczytuje i interpretuje informacje zapisane za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym). Rozpoznaje wykresy funkcji spośród różnych wykresów. Odczytuje z wykresu funkcji wartość funkcji dla danego argumentu oraz argumenty dla danej wartości. Odczytuje z wykresu funkcji dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero. Oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem funkcji i zaznacza punkty należące do jej wykresu. Rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą w których występuje iloczyn sum algebraicznych. Określa dziedzinę i zbiór wartości funkcji zapisanych w różny sposób (graf, tabelka, wykres). 	<ul style="list-style-type: none"> Odkrywa własności funkcji. (1) 	<p>(1) Uczeń okrywa własności funkcji w toku pracy z programem komputerowym (np. Wykresy lub Geogebra) oraz odpowiednio przygotowanymi ćwiczeniami.</p> <p>a) Celowo utworzone gotowe pliki mogą być pomocą w pracy z uczniem posiadającym trudności w uczeniu się matematyki, np. plik z ćwiczeniami do wizualizacji wartości dodatnich i ujemnych funkcji</p> <p>b) Specjalnie przygotowane karty pracy mogą posłużyć do pracy z uczniem uzdolnionym - za pomocą programu komputerowego uczeń wizualizuje problem i wyciąga wnioski.</p> <p>(2) Wykorzystanie film Pojęcie funkcji, (www.winterklasa.pl).</p>

		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odczytuje miejsce zerowe funkcji zadanej wykresem, tabelką lub grafem. (*) ▪ Na podstawie wykresu ocenia, czy funkcja jest rosnąca, malejąca czy stała. (*) 		
--	--	--	--	--

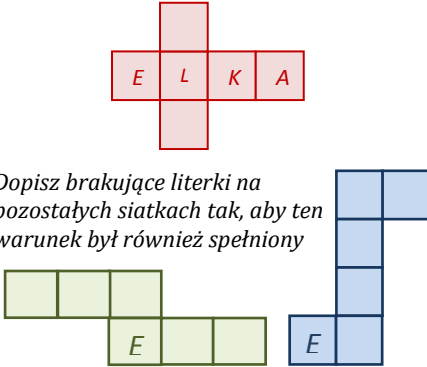
Równania – 21 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi</i>; ▪ sposób sprawdzania, czy para liczb spełnia układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; ▪ sposób rozwiązywania układów dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania; ▪ sposób rozwiązywania układów dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników; 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wyznacza pary liczb spełniające równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ▪ Sprawdza, czy para liczb spełnia równanie pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ▪ Wykonuje sprawdzenie rozwiązania układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ▪ Zapisuje związki między wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. ▪ Rozwiązuje układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania. ▪ Rozwiązuje układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Bada różne możliwości w celu znalezienia współczynników równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi tak, aby wraz z danym równaniem tworzyły układ o żądanej liczbie rozwiązań. (1) ▪ Odkrywa graficzną interpretację rozwiązania układu równań I stopnia z dwiema niewiadomymi. (*) 	(1) Zastosowanie programu komputerowego <i>Wykresy</i> do graficznej ilustracji równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi oraz układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny).

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ typy układów równań liniowych ze względu na liczbę rozwiązań. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Określa liczbę rozwiązań układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi oraz nazwę układu. 		
Rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi.		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Opisuje sytuacje za pomocą układów równań. ▪ Rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi i sprawdza zgodność rozwiązania z warunkami zadania. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Tworzy treść zadania do podanego układu równań. <p>Prowadzi proste rozumowania w których na podstawie układu równań lub jego rozwiązania wnioskuje o sprzeczności warunków podanych w treści zadania.</p>	<p>Wskazane włączenie zadań, w których:</p> <ol style="list-style-type: none"> a) warunki zadania są sprzeczne, b) warunki zadania spełniają nieskończenie wiele par liczb, c) występuje kilka warunków, które ograniczają rozwiązanie układu równań.

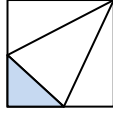
Figury płaskie – 29 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa*	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ nazwy boków trójkąta prostokątnego; ▪ twierdzenie Pitagorasa; (1) ▪ twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa; (*) ▪ wzór na długość przekątnej kwadratu; ▪ wzór na długość wysokości trójkąta równobocznego; ▪ wzór na pole trójkąta równobocznego; ▪ pojęcie: <i>trójkąt pitagorejski</i>; (3) ▪ różne zastosowania twierdzenia Pitagorasa, także w sytuacjach praktycznych. (4) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zapisuje twierdzenie Pitagorasa dla danego trójkąta prostokątnego. ▪ Oblicza długości boków trójkąta prostokątnego za pomocą twierdzenia Pitagorasa. ▪ Stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań dotyczących figur płaskich. (4) ▪ Oblicza długości odcinków w układzie współrzędnych za pomocą twierdzenia Pitagorasa. ▪ Rozwiązuje zadania dotyczące wielokątów w układzie współrzędnych. ▪ Sprawdza, czy trójkąt o podanych długościach boków jest trójkątem prostokątnym. (*) ▪ Wyznacza przekątną kwadratu i bok kwadratu mając daną przekątną. ▪ Wyznacza wysokość w trójkącie równobocznym gdy podana jest długość boku oraz bok trójkąta równobocznego gdy podana jest wysokość. ▪ Wyznacza pole trójkąta równobocznego mając długość boku oraz bok gdy podane jest pole. ▪ Korzysta z trójkątów prostokątnych utworzonych w trapezach, prostokątach, rombów w celu obliczenia brakujących wielkości. (4) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa i uzasadnia twierdzenie Pitagorasa. (4) ▪ Wyprowadza wzory na: długość przekątnej kwadratu, długość wysokości trójkąta równobocznego, pole trójkąta równobocznego. ▪ Odkrywa warunek umożliwiający rozpoznawanie trójkątów rozwartokątnych i ostrokątnych, gdy podane są długości boków trójkąta. (4) ▪ Prowadzi rozumowania w celu rozwiązania zadań nietypowych. (2)(4) ▪ Odkrywa sposób wyznaczania kąta prostego za pomocą „sznurka z węzłami”. (4) 	<ol style="list-style-type: none"> (1) Zastosowanie filmu lub prezentacji multimedialnej do zilustrowania twierdzenia Pitagorasa. (2) Zastosowanie filmu: Rozwijanie winorośli (www.interklasa.pl) w celu zaprezentowania problemu i zilustrowania metody rozwiązania. (3) Trójkąt Pitagorejski, (www.interklasa.pl) -> ciekawostki matematyczne. (4) PROJEKT <i>Pitagoras i Pitagorejczycy</i>

<p>Własności trójkątów o kątach $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ oraz $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ własności trójkątów o kątach $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$; ▪ własności trójkątów o kątach $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza długość boków w trójkątach kątach $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ oraz $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$. ▪ Stosuje zawiązki miarowe w trójkątach o kątach $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ oraz $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ do rozwiązywania zadań z geometrii płaskiej. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własności trójkątów „ekierkowych” (tzn. $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ oraz $60^\circ, 30^\circ, 90^\circ$) na podstawie twierdzenia Pitagorasa. 	
<p>Symetralna i dwusieczna - powtórzenie</p>				<p>Uczeń przypomina i utrwała wiadomości i umiejętności z klasy pierwszej – wskazane zastosowanie filmu pokazującego kolejne kroki konstrukcji symetralnej odcinka oraz dwusiecznej kąta.</p>
<p>Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany w trójkąt</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>okrąg wpisany w trójkąt, okrąg opisany na trójkącie, trójkąt wpisany w okrąg, trójkąt opisany na okręgu</i>; ▪ konstrukcję okręgu wpisanego w trójkąt oraz konstrukcję okręgu opisanego na trójkącie. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Wyznacza środek okręgu wpisanego w trójkąt oraz środek okręgu opisanego na trójkącie. ▪ Kreśli okrąg opisany na trójkącie prostokątnym, ostrokątnym i rozwartokątnym. ▪ Kreśli okrąg wpisany w trójkąt prostokątny, ostrokątny i rozwartokątny. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa gdzie leży środek okręgu opisanego na trójkącie oraz okręgu wpisanego w trójkąt. (1) 	<p>(1) Zastosowanie programu <i>Geogebra</i> do obserwacji położenia środka okręgu opisanego na trójkącie (wpisanego w trójkąt) - w trójkątach: ostrokątnych, prostokątnych i rozwartokątnych, a następnie wyciągnięcie wniosku co do położenia tego środka względem trójkąta.</p>
<p>Okrąg wpisany w wielokąt. Okrąg opisany na wielokącie</p>	<p><u>Zna</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>okrąg wpisany w wielokąt, okrąg opisany na wielokącie, wielokąt wpisany w okrąg, wielokąt opisany na okręgu</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje wielokąty wpisane w okrąg oraz wielokąty opisanie na okręgu. ▪ Kreśli okręgi opisanie na wielokącie oraz okręgi wpisane w wielokąty. ▪ Bada, w które okręgi można wpisać okrąg oraz na których okręgach można opisać okrąg. ▪ Podaje przykłady wielokątów w które można wpisać okrąg. ▪ Podaje przykłady wielokątów na których można opisać okrąg. ▪ Podaje przykłady wielokątów na których można opisać okrąg a w które nie można wpisać okręgu i odwrotnie. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa własności, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było w niego wpisać okrąg, ▪ Odkrywa własności, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było na nim opisać okrąg, 	<p>Zachęcamy do zastosowania aktywizujących metod przy odkrywaniu konstrukcji okręgu wpisanego w trójkąt /opisanego na trójkącie.</p> <p>W podsumowaniu lekcji można przypomnieć przebieg konstrukcji w postaci zapisanych etapów wykonywanej konstrukcji za pomocą programu komputerowego (prezentacje Okrąg wpisany w trójkąt, Okrąg opisany na trójkącie (www.scholaris.pl))</p>

<p>Wzajemne położenie prostej i okręgu. Styczna do okręgu</p>	<p><u>Zna</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>styczna do okręgu, sieczna do okręgu, prosta rozłączna z okręgiem</i>; ▪ własność stycznej do okręgu; ▪ sposób konstrukcji stycznej do okręgu z punktu leżącego na okręgu; ▪ zna związek między promieniem okręgu a odległością prostej od środka okręgu w każdym z trzech możliwych wzajemnych położań. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje styczną do okręgu, prostą sieczną do okręgu i rozłączną z okręgiem. ▪ Konstruuje styczną do okręgu z punktu leżącego na okręgu. ▪ Stosuje własność stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań z geometrii płaskiej. ▪ Na podstawie informacji o długości promienia okręgu oraz odległości prostej od środka okręgu ocenia wzajemne położenie prostej i okręgu. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa zależność między odległością prostej od środka okręgu i długością promienia okręgu a wzajemnym położeniem prostej i okręgu. (1) 	<p>(1) Zastosowanie programu komputerowego <i>Geogebra</i> oraz kart pracy.</p>
<p>Wielokąty foremne</p>	<p><u>Zna</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcie: <i>wielokąt foremny</i>; ▪ sposób konstrukcji trójkąta, czworokąta, sześciokąta, ośmiokąta foremnego. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje wielokąty foremne. (2) ▪ Kreśli trójkąt, czworokąt, sześciokąt, ośmiokąt foremny. ▪ Kreśli okręgi wpisane, a także okręgi opisane na wielokątach foremnym. ▪ Podaje liczbę osi symetrii wielokątów foremnym. ▪ Oblicza pole wielokąta foremnego (w szczególności sześciokąta foremnego). ▪ Oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego. ▪ Rozwiązuje zadania dotyczące wielokątów foremnym i okręgów wpisanych/opisanych na tych wielokątach. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odkrywa wzór na miarę kąta wewnętrznego n-kąta foremnego. ▪ Poszukuje warunku, który musi zaistnieć, aby z wielokątów foremnym budować mozaiki. (1) 	<p>(1) PROJEKT – przykładowe tematy: <i>Wielokąty foremne w architekturze i sztuce;</i> <i>Mozaiki (wykonanie różnych mozaik, warunek ułożenia mozaiki, mozaiki w naszym otoczeniu);</i> <i>Konstrukcje wybranych wielokątów foremnym.</i></p> <p>(2) Ekran interaktywny Wielokąty foremne i nieforemne (www.scholaris.pl).</p>

Bryły – 28 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Graniastosłupy i ich własności	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>graniastosłup, graniastosłup prawidłowy, graniastosłup prosty, graniastosłup pochyły, sześcian, prostopadłościan;</i> cechy wyróżniające graniastosłupy spośród innych brył. 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje wielościany. (1) Rozpoznaje graniastosłupy spośród różnych brył. (1) Rozpoznaje graniastosłupy proste, prawidłowe, pochyłe. (1) Nazywa graniastosłupy. Posługuje się nazwami: <i>wierzchołek, krawędź boczna, krawędź podstawy, ściana, podstawa, przekątna ściany bocznej</i> itd. (1) Rysuje siatki graniastosłupów. (1) Wykonuje modele graniastosłupów. Rysuje graniastosłupy w rzucie równoległym. (1) Dostrzega trójkąty prostokątne w graniastosłupach utworzone przez krawędzie, przekątne ścian lub przekątne graniastosłupów oraz oblicza długości boków tych trójkątów. Rysuje wybrane przekroje graniastosłupów. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> Okrywa zależność pomiędzy liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa n-kątnego. Prowadzi rozumowanie w celu ustalenia liczby różnych siatek sześcianu. (1) Prowadzi proste rozumowanie pozwalające dopasować odpowiednią siatkę sześcianu do przedstawionego warunku. (2) Rysuje rzuty różnych nietypowych brył z różnych stron. (3) 	<p>(1) Wykorzystanie programów komputerowych do wizualizacji wielościanów (w tym graniastosłupów) i ich własności, a także przekrojów – można zastosować e-lekcje ze strony www.scholaris.pl</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Bryły – rzuty i siatki 1 <input checked="" type="checkbox"/> Bryły – rzuty i siatki 2 <input checked="" type="checkbox"/> Kąty i bryły w przestrzeni <p>A także film Przekroje bryły (http://www.interklasa.pl) do wizualizacji przekrojów sześcianu</p> <p>(2) Przykład: Na czterech bocznych ścianach sześcianu umieszczono kolejno literki E, L, K, A.</p>  <p>Dopisz brakujące literki na pozostałych siatkach tak, aby ten warunek był również spełniony</p> <p>(3) Wykorzystanie programu Bryły – rzuty i siatki 2.</p>
Jednostki objętości	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcie objętości; (1) jednostki objętości (mm^3, cm^3, dm^3, m^3, km^3 a także litr, mililitr). 	<ul style="list-style-type: none"> Zamienia jednostki objętości. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> Poszukuje informacji o nietypowych jednostkach objętości lub jednostkach objętości używanych w przeszłości (2) 	<p>(1) Ekran wprowadzający pojęcie objętości Pojęcie objętości (www.scholaris.pl).</p> <p>(2) PROJEKT <i>Dawne i nietypowe jednostki objętości</i></p>

Pole powierzchni i objętość graniastosłupa	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób obliczania objętości graniastosłupa; (1) ▪ sposób obliczania pola powierzchni graniastosłupa. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza pola powierzchni graniastosłupów. (1) ▪ Oblicza objętości graniastosłupów. (1) ▪ Ze wzoru na pole powierzchni lub objętość wyznacza dowolną brakującą wielkość. ▪ Wykorzystuje związki miarowe w trójkątach prostokątnych do obliczenia długości odcinków potrzebnych do wyznaczenia pola lub objętości graniastosłupa. ▪ Rozwiązuje zadania praktyczne związane z graniastosłupami. 		<p>(1) Do przypomnienia sposobu obliczania objętości i pola powierzchni graniastosłupów a także w doborze zadań można wykorzystać następujące materiały (e-lekcje) ze strony www.scholaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni graniastosłupa (1) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni graniastosłupa (2) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni graniastosłupa – zastosowania (1) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni graniastosłupa – zastosowania (2)
Ostrosłupy i ich własności	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>ostrosłup, ostrosłup prawidłowy, czworościan, czworościan foremny</i>; ▪ cechy wyróżniające ostrosłupy spośród innych brył. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rozpoznaje ostrosłupy spośród różnych brył. (1) ▪ Rozpoznaje ostrosłupy proste, prawidłowe, pochyłe, czworościany. (1) ▪ Nazywa ostrosłupy. ▪ Posługuje się nazwami: <i>wierzchołek ostrosłupa, krawędź boczna, krawędź podstawy, ściana boczna, podstawa</i>. (1) ▪ Rysuje wysokość ostrosłupa. ▪ Rysuje siatki ostrosłupów (1), ▪ Wykonuje modele ostrosłupów, ▪ Rysuje ostrosłupy w rzucie równoległym (1), ▪ Dostrzega trójkąty prostokątne w ostrosłupach i oblicza długości boków tych trójkątów, ▪ Rysuje przekroje ostrosłupów (1). 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Okrywa zależność pomiędzy liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa n- kątneho. 	<p>(1) Wykorzystanie programów komputerowych do wizualizacji ostrosłupów i ich własności, a także przekrojów i siatek. Ze względu na liczne animacje rozwijające wyobraźnię przestrzenną uczniów oraz bardzo ciekawe przykłady zadań można zastosować materiały interaktywne ze strony www.scholaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Bryły – rzuty i siatki 1 <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa 1-> zakładki: <i>Ostrosłupy, Elementy ostrosłupa, Siatka ostrosłupów, Rodzaje ostrosłupów</i>.

<p>Pole powierzchni i objętość ostrosłupa</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ sposób obliczania objętości ostrosłupa; (1) ▪ sposób obliczania pola powierzchni ostrosłupa. (1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza pola powierzchni ostrosłupów. (1) ▪ Oblicza objętości ostrosłupów. (1) ▪ Ze wzoru na pole powierzchni lub objętość ostrosłupa wyznacza dowolną brakującą wielkość. ▪ Wykorzystuje związki miarowe w trójkątach prostokątnych do obliczenia długości potrzebnych odcinków w ostrosłupie. ▪ Rozwiązuje zadania praktyczne związane z ostrosłupami. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prowadzi rozumowania w celu obliczenie objętości lub pola powierzchni ostrosłupa w sytuacji nietypowej. (2) 	<p>(1) Do pokazania sposobu obliczania objętości ostrosłupa a także wyborze zadań można wykorzystać e-lekcje ze strony www.schlaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa (1) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa (2) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa – ćwiczenia <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa – zastosowania (1) <input checked="" type="checkbox"/> Objętość i pole powierzchni ostrosłupa – zastosowania (2) <p>Do zainteresowania uczniów tematem obliczania objętości ostrosłupów można wykorzystać animację Obliczanie objętości piramidy Heopsa.</p> <p>(2) <u>Przykład:</u></p> <p><i>Kwadrat podzielono na trójkąty w taki sposób, jak na rysunku, (podstawą jest trójkąt zamalowany). Otrzymano siatkę ostrosłupa. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa, jeżeli jego objętość wynosi 9 cm^3.</i></p> 
---	--	--	---	--

Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa - 11 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Graficzne przedstawianie danych		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Odczytuje i interpretuje informacje zapisane za pomocą tabel, diagramów i wykresów. ▪ Wyszukuje potrzebne dane. ▪ Zbiera, porządkuje, opracowuje i przedstawia graficznie dane statystyczne. ▪ Wyciąga wnioski na podstawie graficznych przedstawień danych. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dostrzega konsekwencje z informacji statystycznych. 	<p>Warto sięgnąć do informacji statystycznych bliskich uczniom, np. dotyczących ich miejsca zamieszkania, kładąc nacisk nie tylko na wyciąganie prostych wniosków z tych danych, ale dostrzeganie konsekwencji zachodzących zjawisk w otoczeniu.</p> <p>Tematyka ta może być realizowana również w formie projektu edukacyjnego.</p>
Średnia arytmetyczna, mediana,	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>średnia arytmetyczna, mediana</i>. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza średnią arytmetyczną danych liczbowych. (1) ▪ Wyznacza medianę w zbiorze danych liczbowych. (2) ▪ Rozwiązuje zadania z wykorzystaniem średniej arytmetycznej oraz mediany (w tym zadania praktyczne). (4) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Dostrzega wpływ skrajnych wartości na średnią, oraz warunki, przy których porównywanie za pomocą średniej ma sens. (3) ▪ Ocenia sposób zastosowania narzędzi statystyki opisowej w różnych sytuacjach spotykanych w życiu codziennym. (5) ▪ Prowadzi rozumowanie w celu wyznaczenia wzoru na pozycję mediany. (*) 	<ol style="list-style-type: none"> (1) E- Lekcja Miary tendencji centralnej – średnia arytmetyczna (1) (www.scholaris.pl). (2) E - lekcje Miara tendencji centralnej – moda i mediana (2) (o medianie), oraz Przekształcanie danych. (www.scholaris.pl). ????? (3) Proponujemy dobór ćwiczeń umożliwiające uczniom zaobserwowanie tych cech średniej (4) Miary tendencji centralnej – średnia arytmetyczna (1) – lekcja nauczycielska (www.scholaris.pl) (5) Ćwiczenie interaktywne: Jak klamać używając średniej. (www.scholaris.pl)

Przykłady doświadczeń losowych	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ pojęcia: <i>doświadczenie losowe, zdarzenie losowe, prawdopodobieństwo, szanse, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe</i> 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Podaje przykłady doświadczeń losowych. ▪ Podaje wszystkie możliwe wyniki prostego doświadczenia losowego (rzut kostką do gry, rzut dwiema kostkami do gry, rzut kostką i monetą). ▪ Ocenia szanse zdarzeń w prostych doświadczeniach losowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prowadzi rozumowania w celu oceny szans w prostych grach losowych związanych z monetami lub kostkami do gry. 	<p>Wskazane jest wykonywanie dużej liczby doświadczeń losowych z użyciem: monet, różnokolorowych kół, różnego rodzaju kostek, bączków itp.</p> <p>Dla uatrakcyjnienia ćwiczeń można wykorzystać e-lekcje zamieszczone na stronie www.scholaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> ☑ Przestrzeń zdarzeń (2) -> zakładki: <i>Lista wyników, Różne sposoby zapisu przestrzeni zdarzeń, Równie prawdopodobne zdarzenia elementarne</i> ☑ Przestrzeń zdarzeń (2) -> zakładki: <i>Diagram zdarzeń,</i>
--------------------------------	--	--	--	--

Ze względu na fakt, że klasa 3 obejmuje w dużej mierze powtórzenie wiadomości i umiejętności, a nowych treści w klasie 3 jest stosunkowo niewiele, przedstawiamy najpierw plan realizacji zarówno powtórzeń, jak i nowych treści. Z planu tego wyraźnie widać, że powtórzenia chcemy realizować systematycznie od początku klasy trzeciej, najpierw kolejno działami (zgodnymi z nową podstawą programową), a dopiero później przekrojowo. W planie tym nowe treści zostały wyróżnione kolorem zielonym, a szczegółowy opis ich realizacji (przewidywane osiągnięcia ucznia oraz uwagi o realizacji – analogicznie, jak w części dla klasy 1. i 2.) został zamieszczony poniżej tabeli z planem.

Klasa 3

Plan pracy w klasie 3					
Dział (PP)	Treści		Liczba godzin		Sposoby osiągnięcia celów
Liczby wymierne	POWTÓRZENIE	Liczby wymierne, działania na liczbach wymiernych	3	11	Uczeń powtarza i utrwała cały materiał z poszczególnych działów, dodatkowo uczy się stosować zdobyte wiadomości i umiejętności w zadaniach różnego typu (zgodnie z wymogami nowej formuły egzaminu gimnazjalnego). Zachęcamy do stosowania aktywizujących metod nauczania i różnorodnych środków dydaktycznych w toku powtórki.
Potęgi	POWTÓRZENIE	Obliczanie potęg o wykładniku całkowitym, działania na potęgach, własności potęg.	3		
Pierwiastki	POWTÓRZENIE	Pierwiastki kwadratowe i sześciennne, działania na pierwiastkach, własności pierwiastków. Przykłady liczb niewymiernych	3		
Procenty	POWTÓRZENIE	Procenty i promile. Obliczenia procentowe .	4		
Wyrażenia algebraiczne	POWTÓRZENIE	Zapisywanie treści zadań za pomocą wyrażeń algebraicznych. przekształcanie wyrażeń algebraicznych.	3		
Równania	POWTÓRZENIE	Rozwiązywanie równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i układów równań.	5		
Wykresy funkcji	POWTÓRZENIE	Przykłady funkcji. Odczytywanie własności funkcji z wykresów.	5		
	NOWE TREŚCI	Proporcjonalność prosta. Proporcjonalność odwrotna	6	W tabeli poniżej	

Figury płaskie	POWTÓRZENIE	Wielokąty i okręgi. Symetrie.	9	25	Uczeń powtarza wiadomości oraz umiejętności dotyczące figur płaskich oraz stosuje w zadaniach różnego typu.
	NOWE TREŚCI	Podobieństwo figur.	16		W tabeli poniżej
Bryły	POWTÓRZENIE	Graniastosłupy i ostrosłupy	7	27	Uczeń powtarza i utrwała wiadomości oraz umiejętności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów.
	NOWE TREŚCI	Bryły obrotowe. Pola powierzchni i objętości brył obrotowych	20		W tabeli poniżej
Statystyka opisowa i elementy rachunku prawdopodobieństwa	POWTÓRZENIE	Odczytywanie i interpretowanie informacji z wykresów. Średnia arytmetyczna i mediana.	1	3	Uczeń powtarza i utrwała wiadomości i umiejętności ze statystyki opisowej.
	NOWE TREŚCI	Prawdopodobieństwo zdarzenia losowego.	2		W tabeli poniżej
Przygotowanie do egzaminu	POWTÓRZENIE	<p>Rozwiązywanie zadań egzaminacyjnych, w których uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ stosuje zintegrowaną wiedzę z różnych działów, ▪ prawidłowo argumentuje (wybór odpowiedzi) w oparciu o poznane treści matematyczne, ▪ radzi sobie z różnymi typami zadań (zgodnie z nową formułą egzaminu), ▪ zapisuje tok rozumowania prowadzący do uzasadnienia warunków zadania. 	20	<p>Przygotowując uczniów do egzaminu gimnazjalnego zgodnie z nową formułą warto wykorzystać następujące materiały:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ arkusz egzaminacyjny z roku 2012; ▪ przykładowe arkusze diagnostyczne opracowane przez CKE; ▪ informator o egzaminie gimnazjalnym od 2012 r; ▪ bank zadań znajdujący się na stronie IBE (http://bnd.ibe.edu.pl/search?subject_id=6); ▪ atrakcyjną formę powtórki w formie quizu komputerowego, który został zamieszczony na stronie internetowej wydawnictwa Operon. 	
Po egzaminie gimnazjalnym	NOWE TREŚCI		Okolo 20 godzin	W tabeli poniżej	

Wykresy funkcji – 6 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Proporcjonalność prosta. Proporcjonalność odwrotna	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> wzór i wykres proporcjonalności prostej oraz proporcjonalności odwrotnej 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje proporcjonalność prostą i odwrotną zadana wzorem, wykresem lub opisem słownym. Rysuje wykres proporcjonalności prostej i odwrotnej. (1) Z wykresu proporcjonalności prostej i odwrotnej odczytuje własności. 	<ul style="list-style-type: none"> Prowadzi proste rozumowanie, pozwalające ustalić określoną własność funkcji na podstawie obserwacji wykresów, np.: <i>jak zależy położenie wykresu proporcjonalności od współczynnika „a”</i>. 	<p>(1) Zastosowanie programu komputerowego np. <i>Wykresy</i> lub <i>Geogebra</i> do sprawdzania poprawności narysowanych wykresów</p>

Figury płaskie – 16 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Podobieństwo figur	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>figury podobne, skala podobieństwa</i>; własności wielokątów podobnych; (1) cechę podobieństwa prostokątów; cechy podobieństwa trójkątów prostokątnych; stosunek pól figur podobnych; stosunek obwodów figur podobnych. 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje figury podobne. Kreśli figury podobne w danej skali. Określa skalę podobieństwa. Oblicza długości boków (odcinków) figur podobnych. Określa stosunek pól figur podobnych. Posługuje się cechami podobieństwa trójkątów prostokątnych i prostokątów w rozwiązywaniu zadań. Oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali. 	<ul style="list-style-type: none"> Odkrywa i uzasadnia zależność pomiędzy stosunkiem pól figur podobnych a skalą podobieństwa Rozwiązuje zadanie nietypowe dotyczące podobieństwa. Odkrywa zależność pomiędzy stosunkiem objętości brył podobnych a skalą podobieństwa (*) 	<p>(1) Zastosowanie programu <i>Paint</i> lub <i>Geogebra</i> do wykonania wielokątów podobnych oraz do porównania miar odpowiednich kątów i sprawdzenia stosunku długości odpowiednich boków.</p>

Bryły – 20 godzin				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Bryły obrotowe	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> pojęcia: <i>bryła obrotowa, walec, stożek, kula, sfera, kąt rozwarcia stożka, przekrój osiowy, tworząca stożka /walcu/, wysokość stożka /walcu/, koło wielkie kuli;</i> 	<ul style="list-style-type: none"> Rozpoznaje bryły obrotowe. (1) (2) Mając figurę płaską i oś obrotu rysuje powstałą figurę obrotową i odwrotnie mając bryłę obrotową rysuje figurę płaską. (1)(2) Sporządza rysunki brył obrotowych. (2) Rysuje siatki walca i stożka. Nazywa części walca, stożka i kuli. Rysuje przekrój osiowy bryły obrotowej. Dostrzega trójkąty prostokątne w stożku, walcu i kuli. Stosuje twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkątach prostokątnych w celu wyznaczenia długości odcinków. Dostrzega bryły obrotowe w otaczającej go rzeczywistości. (3) Potrafi naszkicować „własną” bryłę obrotową. (2) 	<ul style="list-style-type: none"> Prowadzi rozumowanie w celu wyobrażenia sobie i naszkicowania bryły obrotowej powstałej np. przez obrót równoległoboku wokół prostej zawierającej jeden z boków, obrót okręgu wokół prostej nie mającej z nim punktów wspólnych itp. 	<p>1) Proponujemy, aby pierwszą pomocą dydaktyczną na drodze kształtowania pojęcia bryły obrotowej była wirownica pod warunkiem, że figury do demonstracji są wypełnione wewnątrz (ze względu na poprawność kształtowania pojęcia).</p> <p>2) W dalszej kolejności zachęcamy do wykorzystania darmowego programu komputerowego Obrot – pokaz różnych brył obrotowych z wykorzystaniem gotowych plików, <i>lamp.lat, candel.lat, torus.lat, umbrella.lat</i> itp. a następnie ćwiczenia w odgadywaniu figury płaskiej do pokazanej bryły obrotowej i odwrotnie</p> <div data-bbox="1630 847 2063 1058" data-label="Image"> </div> <p>(3) W celu dostarczenia uczniom motywacji do zajmowania się bryłami obrotowymi można zaproponować im krótki film Bryły obrotowe w życiu codziennym dostępny pod adresem http://www.youtube.com/watch?v=Fs7nORQywRY</p> <p>(4) W celu wizualizacji różnych aspektów</p>

				<p>brył obrotowych a także doboru zadań z nimi związanych można wykorzystać materiały ze strony www.scholaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni walca i kuli -> zakładki: <i>Części walca, Walec, Kula</i> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni stożka (1) -> zakładka: <i>Stożek</i>, <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni stożka (2) -> zakładki: <i>Budowa stożka ściętego, przekroje stożka. (*)</i> <input checked="" type="checkbox"/> Prezentacja Bryły obrotowe
<p>Pola powierzchni i objętości brył obrotowych</p>	<p><u>Zna:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ wzory na obliczanie pola powierzchni walca, stożka kuli; ▪ wzory na obliczania objętości walca, stożka, kuli. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza pole powierzchni oraz objętości brył obrotowych (walec, stożek, kula). (1) ▪ Stosuje twierdzenie Pitagorasa oraz związki miarowe w trójkątach prostokątnych w celu wyznaczenia danych potrzebnych w zadaniu. ▪ Prawidłowo posługuje się jednostkami pola i objętości. ▪ Rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w sytuacjach praktycznych. ▪ Porównuje objętości stożków powstałych przez obrót trójkąta prostokątnego wokół krótszej oraz wokół dłuższej przyprostokątnej. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prowadzi proste rozumowanie pozwalające obliczyć pole powierzchni oraz objętość np. stożka ściętego lub „walca z wydrążonym mniejszym walcem”. (2) ▪ Rozwiązuje zadania nietypowe (np. oblicza pole powierzchni słupa złożonego z walca i stożka lub oblicza objętość bryły obrotowej powstałej przez obrót trójkąta prostokątnego o bokach 3cm × 4cm × 5cm wokół prostej zawierającej przeciwprostokątną, oblicza pole powierzchni i objętość bryły powstałej przez obrót równoległoboku wokół prostej zawierającej jeden z boków). ▪ Prowadzi rozumowanie w celu dostrzeżenia zależności między objętościami walca, stożka i kuli. (3) 	<p>(1) Do pokazania metody, a także w doborze przykładów zadań można wykorzystać materiały interaktywne ze strony www.scholaris.pl:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni walca i kuli – e-lekcja -> zakładki Zadania różne - obliczanie pola powierzchni i objętości walca i kuli; kula w sześcianie, <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni stożka (1) -> objętość stożka, <i>Przybliżanie objętości</i> <input checked="" type="checkbox"/> E-lekcja Objętość i pole powierzchni stożka (2)-> zakładki: <i>Powierzchnia stożka zadania, Budowa stożka ściętego, Powierzchnia stożka</i> <p>(2) E-lekcja Objętość i pole powierzchni stożka (2) -> zakładka: <i>stożek ścięty</i> E-lekcja Objętość i pole powierzchni walca i kuli -> zakładka <i>Obliczanie pola powierzchni pierścienia (walcowego)</i> (www.scholaris.pl)</p> <p>(3) Zachęcamy do wykorzystania ekranu interaktywnego Największe osiągnięcie Archimedes (www.scholaris.pl)</p>

Statystyka opisowa i elementy rachunku prawdopodobieństwa - 2 godziny				
Treści	Szczegółowe osiągnięcia uczniów			Sposoby osiągnięcia celów
	Wiadomości	Sprawności i umiejętności	Aktywności	Uwagi o realizacji
Prawdopodobieństwo zdarzenia losowego.		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Oblicza prawdopodobieństwa najprostszycch zdarzeń losowych. ▪ Ocenia szanse wygranej w prostych grach losowych. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Prowadzi proste rozumowanie pozwalające zmodyfikować zasady gry dające równe szanse graczom. 	Proponujemy odwoływanie się do zabaw losowych znanych uczniom, takich jak: gra <i>papier - nożyce - kamień</i>

Przykładowe propozycje do wyboru przez nauczyciela.

Po egzaminie	
Treści	Sposoby osiągnięcia celów
Wielościiany foremne i półforemne	PROJEKT
Własności średniej arytmetycznej.	Zastosowanie e-lekcji Miara tendencji centralnej – średnia arytmetyczna -> zakładki: <i>Średnia arytmetyczna – „prawdziwa” wartość danych, „środek równowagi” danych</i> (www.scholaris.pl)
Średnia ważona i jej zastosowanie.	Zastosowanie e-lekcji Miara tendencji centralnej – średnia arytmetyczna -> zakładki: <i>Średnia ważona (1), Średnia ważona (2)</i> (www.scholaris.pl)
Statystyka opisowa - moda.	Zastosowanie e-lekcji Miara tendencji centralnej – moda i mediana (2) (www.scholaris.pl)
Matematyka w poezji i muzyce.	PROJEKT
Prawdopodobieństwo – obliczanie szans za pomocą drzewka stochastycznego.	Zastosowanie e-lekcji Różne sposoby zapisu przestrzeni zdarzeń (1) i (2) (www.scholaris.pl)
Skala i plan – o związkach matematyki z geografią.	PROJEKT

Jak działa bank?	<p>PROJEKT, przykładowe tematy poszczególnych grup:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Korzystanie z karty bankomatowej (prowizja, opłaty, inne warunki) - porównanie ofert różnych banków; ➤ Lokaty i kredyty o kapitalizacji innej niż roczna – porównanie ofert; ➤ Kredyty studenckie – porównanie ofert; ➤ Kredyty hipoteczne – porównanie ofert.
Przykłady funkcji – funkcja liniowa i jej własności.	Uczeń bada zależność własności funkcji liniowej od współczynników a i b , wyciąga wnioski – zastosowanie programu komputerowego (<i>Wykresy</i> lub <i>Geogebra</i>) oraz specjalnie przygotowanych kart pracy ucznia.
Zbiór liczb rzeczywistych – liczby wymierne i liczby, które nie są wymierne	<p>Uczeń przeprowadza rozumowania w oparciu o wiadomości dotyczące liczb wymiernych: Przykłady:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Prowadzi proste rozumowanie w oparciu o cechy podzielności, /wielokrotności/ liczb; ➤ Prawidłowo odkrywa, podaje przykłady lub kontrprzykłady dotyczące sumy lub iloczynu liczb wymiernych. ➤ Bada, czy liczba np. $\sqrt{2}(4\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32})$ jest liczbą wymierną. ➤ Prowadzi proste rozumowanie, służące rozwiązaniu prostych równań typu: $4^x = 2^{10}$ ➤ Poszukuje możliwości rozwiązania zadań typu: <i>Sprawdź, czy liczba $3^{10} + 3^{11} + 3^{12}$ jest podzielna przez 13.</i>
Wyrażenia algebraiczne.	Stosuje wzory skróconego mnożenia
Przykłady niedziesiątkowych systemów liczenia.	Alternatywne zastosowanie programu kalkulatorowego <i>Systemy</i> (przy użyciu kalkulatora wirtualnego) do poznawania sposobu zapisywania liczb w systemie dwójkowym.
Matematyka królową nauk- zastosowanie matematyki w innych dziedzinach.	PROJEKT
Przedstawianie wyników danych statystycznych – skala staninowa i centylowa.	Ciekawostki dotyczące odczytywania, interpretowania porównywania wyników egzaminu gimnazjalnego poszczególnych uczniów, klasy i szkoły.
Bryły wokół nas.	PROJEKT – uczeń odkrywa ciekawe budowle w okolicy, opisuje je w języku matematycznym, znajduje sposób obliczenia jej pola powierzchni oraz objętości..

Tabela rozkładu godzin w poszczególnych klasach

	Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3		Razem
			Nowe treści	Powtórzenie	
Liczby wymierne dodatnie	20	-	-	3	23
Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie)					
Potęgi	10	11	-	3	24
Pierwiastki	-	9	-	3	12
Procenty	17	-	-	4	21
Wyrażenia algebraiczne	17	10	-	3	30
Równania	31	21	-	5	57
Wykresy funkcji	5	9	6	5	25
Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa	3	11	2	1	17
Figury płaskie	36	40	16	9	101
Bryły	-	28	20	7	55
Przygotowanie do egzaminu	-	-	20		20
	139	139	107		385

