



6

Rozwój i ocena umiejętności matematycznych dzieci sześciolatnich

 BADANIE
GOTOWOŚCI
SZKOLNEJ
sześciolatek



Urszula Oszwa

RECENZENT: prof. dr hab. Jadwiga Hanisz

REDAKCJA: Anna Zawada
KOREKTA: Joanna Nurkowska
PROJEKT GRAFICZNY: Piotr Bukowski [WWW.RCG.PL](http://www.rcg.pl)
SKŁAD KOMPUTEROWY: Krzysztof Trzewiczek

WYDAWCA: Centrum Metodyczne Pomocy Psychologiczno-Pedagogicznej
ul. Polna 46A
00-644 Warszawa
tel.: 022 825 44 51 (do 53)
tel./fax: 022 825 83 15
e-mail: wydawnictwa@cmppp.edu.pl
www: <http://www.cmppp.edu.pl>

ISBN 83-60475-02-4
978-83-60475-02-7
ISBN 83-60475-09-1
978-83-60475-09-6

DRUKARNIA: Toruńskie Zakłady Graficzne Zapolex Sp. z o.o.
ul. Gen. Sowińskiego 2/4
87-100 Toruń

PUBLIKACJA POWSTAŁA W RAMACH PROJEKTU „BADANIE GOTOWOŚCI SZKOLNEJ SZEŚCIOLATKÓW”
WSPÓLFINANSOWANEGO Z EUROPEJSKIEGO FUNDUSZU SPOŁECZNEGO W RAMACH SPO – RZL 2004-2006

© Copyright Centrum Metodyczne Pomocy Psychologiczno-Pedagogicznej
Warszawa 2006

Spis treści

ROZDZIAŁ 1	
Rozwój umiejętności matematycznych	2
1.1. Poglądy i koncepcje psychologiczne	2
1.2. Determinanty rozwoju umiejętności arytmetycznych	4
1.3. Zasady i strategie dziecięcego przeliczania	5
1.4. Edukacja proceduralna i konceptualna	6
ROZDZIAŁ 2	
Możliwości orientacyjnego diagnozowania umiejętności matematycznych dzieci sześciolletnich	7
2.1. Ramy programowe matematycznej edukacji przedszkolnej	7
2.2. Metody oceny gotowości szkolnej dzieci w zakresie umiejętności matematycznych	8
ROZDZIAŁ 3	
Obszary i przebieg badań	11
3.1. Aspekty i sposoby oceny umiejętności matematycznych dzieci sześciolletnich	11
3.2. Przebieg badań, charakterystyka badanej populacji	12
ROZDZIAŁ 4	
Ogólna charakterystyka wyników badań	14
4.1. Demograficzne uwarunkowania umiejętności matematycznych	15
4.2. Społeczno-ekonomiczne determinanty rozwoju umiejętności matematycznych	17
4.3. Wpływ czynników ontogenetycznych na umiejętności matematyczne	18
4.4. Warunki edukacyjne a poziom umiejętności matematycznych	19
4.5. Poznawcze uwarunkowania umiejętności matematycznych	21
ROZDZIAŁ 5	
Szczegółowa analiza wyników badań – wnioski i zalecenia metodyczne	25
5.1. Znajomość liczb i umiejętność posługiwania się nimi	25
5.2. Orientacja przestrzenna	27
5.3. Orientacja w czasie	28
5.4. Główne obszary trudności w badanej grupie	28
5.5. Mocne strony badanych dzieci w zakresie umiejętności matematycznych	32
5.6. Porównanie wyników badań z umiejętnościami oczekiwanymi	34
BIBLIOGRAFIA	40

*Dziecko – pyłek w przestrzeni,
Dziecko – moment w czasie,
Jak przewidzieć? Jak osłonić?
Motyl nad spienionym potokiem życia.
Jak dać trwałość, a nie obciążyć lotu,
Hartować, a nie nużyć skrzydeł?*

J. Korczak, „Jak kochać dziecko”



Rozdział 1

Rozwój umiejętności matematycznych

1.1. Poglądy i koncepcje psychologiczne

Umiejętności matematyczne we wczesnym okresie rozwoju, obejmującym wiek przedszkolny, dotyczą w głównej mierze posługiwania się liczbami. Dlatego często nazywane bywają umiejętnościami arytmetycznymi. Są to umiejętności kluczowe nie tylko z punktu widzenia początkowej edukacji szkolnej, ale także dla efektywnego funkcjonowania w dzisiejszych czasach, w których liczby dominują na każdym kroku. Do sprawnego liczenia potrzebna jest dziecku znajomość nazw liczebników oraz cyfr i umiejętność zapisywania liczb cyframi. Poznaje je ono w doświadczeniach codziennych, w zabawach, grach oraz przy posługiwaniu się drobnymi kwotami pieniędzy. Swoistymi obiektami do dziecięcego liczenia są oczka na kostce do gry czy klockach domina, karty (np. „Piotruś” – 1–13). Umiejętności posługiwania się liczbami wymaga znalezienie strony w książce czy kanału w TV, podanie daty, określenie czasu (godziny, minut), zapłacenie za chleb i sprawdzenie wysokości reszty, itp.

Badaczy z dziedziny psychologii, pedagogiki i dydaktyki matematyki od lat intrygują pytania: 1. w jaki sposób nabywane są te umiejętności, jak kształtują się umiejętności liczenia, 2. jakie procesy i funkcje są niezbędne do ich prawidłowego rozwoju, 3. czy istnieją specyficzne procesy psychiczne odpowiedzialne za rozwój umiejętności arytmetycznych?

Jean Piaget (1952) zwrócił uwagę na fakt, że pojęcie liczby i umiejętności arytmetyczne są

budowane na bazie zdolności bardziej podstawowych. Jedną z nich jest rozumienie **zasady przechodności**: jeśli A jest większe od B, a B jest większe od C, to A jest większe od C. Bez zrozumienia tej zasady dziecko nie jest w stanie porządkować obiektów według określonej kolejności, a także liczb według ich wielkości. Kolejną fundamentalną zdolnością, niezbędną aby posługiwać się liczbami, jest **świadomość stałości**, czyli faktu, że zmiana ułożenia obiektów w zbiorze nie zmienia ich liczby. Jedynie dodanie lub zabranie obiektu ze zbioru ma wpływ na jego liczebność. Następną podstawową zdolnością, akcentowaną przez Piageta, jest możliwość **oderwania się od fizycznych cech przeliczanych obiektów**. Aby ustalić liczebność zbioru, należy oderwać się od kształtu, koloru, rozmiaru jego elementów. Zbiór czterech kulek ma tę samą liczebność co zbiór czterech krzesel czy czterech motyli. Pojęcie liczby jest zatem pojęciem abstrakcyjnym. Jednak rozwija się w rezultacie manipulowania obiektami w celu liczenia, np. dzielenia się zabawkami, przyporządkowywania doniczek kwiatkom według zasady jeden do jednego, itp.

Edyta Gruszczyk-Kolczyńska (1992) nawiązuje do koncepcji J. Piageta dotyczącej rozwoju poznawczego i **inteligencji operacyjnej** dziecka. Na podstawie wieloletnich badań w poszukiwaniu odpowiedzi na pytanie, dlaczego sprawne dziecięce liczenie nie wystarcza do osiągnięcia sukcesu w szkolnej edukacji matematycznej w okresie nauczania początkowego, wskazuje ona niski poziom rozumowania operacyjnego jako przyczynę nadmiernych kłopotów z matematyką. Opanowanie przez dziecko rozumowania operacyjnego na

poziomie konkretnym jest warunkiem przyswojenia pojęcia liczby naturalnej, opanowania czterech działań arytmetycznych, rozwiązywania zadań tekstowych. Dzięki niemu bowiem dziecko jest w stanie zrozumieć aspekt kardynalny liczby, dokonać porównań liczebności zbiorów, określić wielkość różnicy pomiędzy nimi, zrozumieć sens zadań tekstowych. Dzięki doświadczeniom manipulacyjnym z różnymi obiektami dziecko zaczyna rozumieć odwracalność operacji, których dokonuje.

Brian Butterworth (1999) stawia pytanie, czy nabywanie umiejętności związanych z liczeniem jest zależne od bardziej ogólnych zdolności poznawczych, takich jak rozumowanie, wnioskowanie, pamięć, percepcja wzrokowa, czy też może jest uwarunkowane **zdolnościami specyficznymi dla określania świata w kategoriach liczbowych**. Rezultaty eksperymentalnych badań z udziałem niemowląt oraz osób żyjących w prymitywnych kulturach, gdzie nie obowiązuje powszechnie przyjęty system liczenia, dostarczają dowodów na obecność wrodzonej specyficznej zdolności, dzięki której w procesie edukacji nabywane są bardziej zaawansowane umiejętności posługiwania się liczbami. Zaburzenia wczesnego rozwoju tej zdolności mogą prowadzić do szczególnie uporczywych problemów z opanowaniem systemu liczbowego i tzw. dyskalkulii rozwojowej. W tabeli 1 przedstawiono rozwój umiejętności posługiwania się liczbami, prezentując główne osiągnięcia dziecka w kolejności chronologicznej.

Tabela 1. Główne osiągnięcia dziecka we wczesnym rozwoju umiejętności arytmetycznych (na podstawie: Butterworth, 2005)

Wiek dziecka	Osiągnięcia arytmetyczne
0;0	Różnicowanie zbiorów o niewielkich liczebnościach
0;4	Dodawanie i odejmowanie jednego obiektu
0;11	Rozróżnianie wzrastającej i malejącej sekwencji obiektów
2;0	Początek poznawania kolejnych liczebników; umiejętność przyporządkowania jeden do jednego w próbach dzielenia się (np. klockami)
2;6	Świadomość, że liczebniki oznaczają więcej niż jeden obiekt
3;0	Przeliczanie niewielkich zbiorów obiektów
3;6	Dodawanie i odejmowanie jednego elementu w zabawach z przedmiotami i liczebnikami; stosowanie zasady kardynalności w celu określenia liczebności zbioru
4;0	Spontaniczne używanie palców w celu szybkiego dodawania
5;0	Dodawanie zbiorów o małych liczebnościach
5;6	Rozumienie przemienności dodawania i rozpoczynanie liczenia od większej liczby obiektów
6;0	Rozumienie stałości liczby
6;6	Rozumienie zasady przemienności odejmowania i dodawania; poprawne liczenie nawet do 80
7;0	Wydobywanie prawidłowych faktów liczbowych z magazynu pamięci (np. $2+2=4$ bez konieczności każdorazowego przeliczania)

Podane przez Butterwortha okresy rozwojowe są orientacyjne i nie należy traktować ich jako norm rozwojowych.

Różne dzieci mogą osiągać opisane umiejętności w różnym wieku. Istotny jest fakt długiego okresu rozwoju umiejętności arytmetycznych oraz bardzo wczesny wiek, w którym obserwowane są ich zaczątki. Wiek pojawiania się danej zdolności powinien być niezależny od wpływu kultury, jednak badania wykazują, że w przyspieszeniu bądź zwolnieniu procesu nabywania idei związanych z liczeniem odgrywa rolę struktura systemu językowego. Regularny system językowy (np. chiński) powoduje, że niektóre aspekty rozumowania arytmetycznego są opanowywane wcześniej (Butterworth 1999; Nunes, Bryant 1996).

Według Butterwortha (2005) dziecko jest w stanie rozwinąć rozumowanie arytmetyczne, jeśli: 1. rozumie zasadę liczenia jeden obiekt-jeden liczebnik; 2. rozumie, że zbiór obiektów ma swoją liczebność oraz że liczebność ta może być taka sama, większa bądź mniejsza od liczebności innego zbioru; 3. rozumie, że zbiory nie muszą dotyczyć rzeczy materialnych, mogą być dźwiękowe, dotykowe, niewidzialne (np. trzy życzenia); 4. potrafi podać liczebność niewielkiego zbioru (do 4 elementów) bez liczenia.

1.2. Determinanty rozwoju umiejętności arytmetycznych

Badania wskazują na udział wielu czynników w kształtowaniu się umiejętności arytmetycznych. Analizowane są wyniki badań nad wpływem procesów poznawczych, płci oraz środowiska i doświadczeń życiowych dziecka na umiejętności posługiwania się liczbami. Znaczącą rolę w opanowaniu systemu liczenia pełni doświadczenie dziecka.

Terezinha Nunes i Peter Bryant (1996) opisują zjawisko ulicznej i domowej matematyki,

którą odróżniają od matematyki szkolnej. Badacze zwracają uwagę na fakt, że warunki środowiskowe, w jakich znajduje się dziecko, mogą mieć znaczący wpływ na rozwój umiejętności liczenia, a praktyczne sytuacje uczą dzieci efektywnego posługiwania się liczbami, sprawnego dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia nawet zanim przyswoją teoretyczną wiedzę na temat systemu liczbowego. Okazuje się, że kilkuletnie dzieci, które stanęły wobec konieczności dokonywania obliczeń podczas sprzedaży produktów, aby zarobić na utrzymanie rodziny, potrafią sprawnie wykonywać skomplikowane operacje, przyjmować banknoty o różnych nominatach, bezbłędnie obliczać wagę produktu i wysokość zapłaty oraz szybko wydawać resztę z otrzymanej gotówki. Nauczanie matematyki na sposób szkolny ma często zbyt wielką dawkę abstrakcji, co sprawia, że dzieci nie radzą sobie z rozwiązywaniem zadań tekstowych w klasie, a sprawnie dzielą i mnożą w konkretnej sytuacji życiowej. Z drugiej strony, kontekst sytuacyjny, bogaty w doświadczenia z posługiwaniem się liczbami, stwarza warunki do skutecznego opanowania systemu liczenia z zastosowaniem coraz bardziej skomplikowanych reguł i procedur.

Na rolę doświadczeń dziecka w rozwoju umiejętności matematycznych zwracają uwagę także inni autorzy. E. Gruszczyk-Kolczyńska (1992) wykazuje, że w zmaganiu się z sytuacjami trudnymi, problemowymi, do jakich niewątpliwie należą zadania matematyczne, ogromne znaczenie ma kształtowanie *odporności emocjonalnej*. B. Butterworth (1999) pokazuje, jak wczesne doświadczenia z matematyką mogą doprowadzić do sukcesu bądź porażki dziecka. Te obserwacje nie pozwalają pozostawać obojętnym na udział emocji w rozwoju umiejętności matematycznych.

Wielu badaczy zwraca uwagę na *procesy poznawcze*, które są bardzo ważne w nabywaniu i rozwoju umiejętności posługiwania się liczbami. Procesy te obejmują: pamięć operacyjną, zdolności wzrokowo-przestrzenne, kompetencje językowe. Korelacje między tymi zdolnościami a wynikami testów arytmetycznych są wysokie,

co oznacza ich silny wzajemny związek i wpływ. W badaniach dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki, prowadzonych przez Urszulę Oszwę i współpracowników (w druku), uzyskano wyniki wskazujące na obniżony poziom umiejętności fonologicznych, percepcji wzrokowej i uwagi badanych. Rochel Gelman i Brian Butterworth (2005) poszukują odpowiedzi na pytanie o to, czy istnieją powiązania pomiędzy umiejętnościami językowymi a sprawnością w posługiwaniu się liczbami. Związki te wydają się uzasadnione sąsiednią lokalizacją mózgową funkcji językowych i procesów liczenia. Jednak dane z badań neuropsychologicznych wskazują na występowanie zaburzeń językowych przy jednocześnie zachowanej wysokiej sprawności liczenia. Badania neuroobrazowania, czyli ocena aktywności mózgu podczas wykonywania zadań liczbowych, ujawniają, że kluczowe dla liczenia są obszary okolic ciemieniowych lewej półkuli, podczas gdy okolice językowe zlokalizowane są w płacie czołowym i skroniowym po tej samej stronie. Bezsporny pozostaje jednak fakt, że liczenie wymaga posługiwania się określeniami werbalnymi i nazywania wykonywanych operacji. Odpowiedni poziom kompetencji językowych wydaje się warunkiem koniecznym, ale niewystarczającym do skutecznego nabywania umiejętności liczenia.

Pojawia się też pytanie, czy płeć i związane z nią różnice neurobiologiczne mogą wpływać na sukcesy w matematyce. Porównania statystyczne wskazują na większe zainteresowanie matematyką chłopców i wyższy poziom ich zdolności do myślenia abstrakcyjnego oraz przestrzenno-wyobraźniowego, co odgrywa rolę w osiąganiu sukcesów matematycznych. Wśród wybitnych matematyków więcej jest też mężczyzn niż kobiet. Jednak na taki wynik składa się wiele różnorodnych czynników. We wczesnym okre-

Poczynione obserwacje wskazują na duży udział emocji w rozwoju umiejętności matematycznych.

sie rozwoju i edukacji nie dostrzega się różnic w osiągnięciach matematycznych dziewczynek i chłopców, nie należy więc traktować płci jako czynnika determinującego sukces czy porażkę w tej dziedzinie wiedzy.

1.3. Zasady i strategie dziecięcego przeliczania

Liczenie obiektów, ich dodawanie, porównywanie wielkości zbiorów, a potem liczb odbywa się zgodnie z ustalonym porządkiem rozwojowym. Znajomość zasad i strategii liczenia oraz okresów życia, w których są one opanowywane, pozwala określić poziom rozwoju dziecka oraz dostrzec występujące w tym zakresie odchylenia.

Zgodnie ze stanowiskiem R. Gelman i C. Gallistel (1978; za: Gruszczyk-Kolczyńska 1992; Butterworth 2005) umiejętności liczenia wymagają opanowania reguł, które są przyswajane przez dziecko w kolejnych okresach życia. Dzieci trzyletnie potrafią stosować podczas przeliczania obiektów następujące zasady:

1. zasadę stałego porządku – liczenie odbywa się zawsze w tej samej kolejności (np. 1-5 wymaga znajomości pięciu słów, których porządek jest stały),
2. zasadę jeden do jednego – każdemu przedmiotowi odpowiada jedna nazwa (liczebnik),
3. zasadę kardynalności – ostatni liczebnik oznacza jednocześnie liczebność zbioru obiektów.

W wieku późniejszym, około 5 roku życia, dziecko potrafi stosować dwie kolejne zasady:

4. zasadę abstrakcyjności – wszystkie obiekty można liczyć, należy przy tym abstrahować od ich cech fizycznych, które nie mają wpływu na liczbę elementów zbioru (np. 5 biedronek i 5 wieżowców),
5. zasadę niezależności porządkowej – można zacząć liczyć od dowolnego elementu zbioru, kierunek i porządek wskazywania nie mają znaczenia.

Oznacza to, że dzieci sześciolatnie, które nie rozumieją tych zasad, powinny zostać otoczone szczególną opieką psychologiczno-pedagogiczną, w przeciwnym razie mogą bowiem mieć poważne kłopoty z opanowaniem systemu liczenia.

Również strategie stosowane przy przeliczaniu obiektów zmieniają się w toku rozwoju. Następujące strategie odpowiadają kolejnym etapom rozwojowym (Butterworth 1999; 2005):

1. liczenie wszystkiego: w celu porównania dwóch zbiorów obiektów czy dodania dwóch liczb, np. $2+4$, dziecko przelicza najpierw pierwszy zbiór (*jeden, dwa*), potem drugi (*jeden, dwa, trzy, cztery*), a następnie zaczyna liczyć od początku wszystkie elementy w obu zbiorach łącznie (*jeden, dwa, trzy, cztery, pięć, sześć*),
2. liczenie od drugiego liczebnika: dziecko zauważa, że nie jest konieczne przeliczanie pierwszego składnika, rozpoczyna liczenie od razu dodając drugi (*trzy, cztery, pięć, sześć*),
3. liczenie od większego liczebnika: dziecko wybiera większy składnik i dołącza do niego mniejszy (*pięć, sześć*); jest to strategia zaawansowana, świadcząca o rozumieniu prawa przemienności dodawania.

1.4. Edukacja proceduralna i konceptualna

W nauczaniu matematyki na świecie obowiązują dwa podejścia: edukacja przez zrozumienie (kraje zachodnie) oraz edukacja poprzez trening i nieustanne ćwiczenie (kraje azjatyckie). Każda z nich ma mocne i słabe strony, dlatego najlepszym rozwiązaniem jest umiejętne połączenie ich obu. W literaturze występuje pojęcie wiedzy proceduralnej i konceptualnej (Van Lehn 1986), zdobywanych na drodze odmiennych metod kształcenia.

Edukacja proceduralna polega na opanowywaniu umiejętności arytmetycznych poprzez intensywne ćwiczenia w dokonywaniu obliczeń.

Korzystnym efektem końcowym jest wysoka automatyzacja działań arytmetycznych, bardzo dobre zapamiętywanie i odtwarzanie faktów liczbowych, wysoka sprawność pamięciowego liczenia, szybkie stosowanie skomplikowanych procedur. Wolniej przebiega jednak rozwiązywanie nowych zadań, ze względu na słabą umiejętność stosowania zdobytej wiedzy w nieznanym sytuacjach.

Edukacja konceptualna akcentuje rozumowanie i rozumienie istoty rozwiązywanego problemu. Nauczanie poprzez zrozumienie prowadzi do mniejszej biegłości proceduralnej, ale daje większą elastyczność w rozwiązywaniu zadań dotychczas nietrenowanych. Głównym celem kształcenia jest zrozumienie problemu i poszukiwanie najbardziej skutecznego rozwiązania. Zbyt duży nacisk na ten aspekt działalności matematycznej może prowadzić do popełniania błędów rachunkowych i stosowania niewłaściwych reguł liczenia.

Złotym środkiem jest taka realizacja edukacji matematycznej, aby dziecko, przy wysokim poziomie rozumienia stawianych przed nim zadań, nabyło dużą biegłość w dokonywaniu obliczeń i stosowaniu adekwatnych procedur liczenia.

Na podstawie analizy wyników badań psychologicznych i pedagogicznych konstruowane są programy edukacyjne, które odwołują się do prawidłowości rozwojowych. Ich ramy i wymagania powinny odpowiadać temu, co dziecko jest w stanie przyswoić i osiągnąć w danym okresie życia. Ważne, aby były one elastyczne i uwzględniały indywidualne różnice między dziećmi z tej samej grupy wiekowej. Znajomość prawidłowości rozwojowych oraz różnic w tempie rozwoju poszczególnych dzieci pozwala nauczycielowi dostosowywać wymagania do potrzeb edukacyjnych tak, aby wyrównywać szanse słabszych i stymulować szczególnie uzdolnionych.



Rozdział 2

Możliwości orientacyjnego diagnozowania umiejętności matematycznych dzieci sześciolletnich

Nauczyciel w przedszkolu jest często stawiany przed zadaniem wstępnej oceny poziomu umiejętności dziecka w różnych zakresach i obszarach edukacji przedszkolnej. Jest to zwykle ocena orientacyjna, mająca na celu wskazanie mocnych stron dziecka, specyfiki przejawianych przez niego trudności oraz możliwości dalszego rozwoju. W takiej ocenie przydatna jest znajomość wymagań programowych, które mogą stanowić punkt wyjścia do porównań poziomu umiejętności dziecka. Innym sposobem jest korzystanie z dostępnych metod kwestionariuszowych i skal obserwacyjnych.

2.1. Ramy programowe matematycznej edukacji przedszkolnej

Podstawę prawną przy opracowywaniu programów wychowania przedszkolnego stanowi Rozporządzenie MEN z 1 grudnia 1999 r. (Dz. U. Nr 2/2000). W aktualnie obowiązującej podstawie programowej wprowadzono poziomy o rosnącym stopniu trudności i odstąpiono od podziału treści programowych na grupy wiekowe. Umożliwia to elastyczne traktowanie programu przez nauczyciela i indywidualizację treści (Łada-Grodzicka, Bełczewska, Herde, Kwiatkowska-Klarzak, Wasilewska 2000).

W podstawie programowej wychowania przedszkolnego obszar edukacji matematycznej obejmuje zdobywanie przez dziecko umiejętności w zakresie:

1. orientacji przestrzennej, takich jak orientacja w schemacie własnego ciała i najbliższej przestrzeni, nazywanie części ciała, posługiwanie się określeniami dotyczącymi położenia przedmiotów w przestrzeni, poznawanie określeń stron (prawa-lewa), orientacja w schemacie ciała osoby stojącej naprzeciw, poznawanie i różnicowanie figur geometrycznych, płaskich (koło, kwadrat, prostokąt, trójkąt) i przestrzennych (kula, sześcian), znajomość ich nazw i cech (kształt, wielkość, kolor, grubość),
2. klasyfikacji, takich jak znajomość cech związanych z wielkością przedmiotów (długość, szerokość, wysokość, grubość, wielkość), porządkowanie i klasyfikowanie zbiorów na podstawie cech jakościowych, nadrzędnych i podrzędnych,
3. posługiwania się liczbami naturalnymi, takich jak znajomość liczb i cyfr, umiejętność ich porządkowania, porównywania, dodawania i odejmowania; przeliczanie przedmiotów, rozpoznawanie symboli matematycznych, znajomość aspektu kardynalnego (*ile jest? trzy*) i porządkowego (*który z kolei? trzeci*) liczby; posługiwanie się liczebnikami głównymi i porządkowymi w zakresie 1–10; rozwiązywanie prostych zadań tekstowych i zapisywanie działań arytmetycznych z użyciem symboli,
4. orientacji w czasie, takich jak znajomość określeń i jednostek czasu, znajomość cykliczności zjawisk w przyrodzie,

świadomość, że czas można nazywać i mierzyć;

- określania ciężaru przedmiotów i pojemności naczyń, takich jak posługiwanie się wagą szalkową, coraz dokładniejsza ocena ciężaru, równoważenie, używanie pojęć związanych z ważeniem, stosowanie wspólnej miary; porównywanie poziomu płynu, przelewanie, posługiwanie się pojęciami określającymi pojemność (pełny, połowa naczynia, niepełny, prawie pełny).

Każdy z wymienionych aspektów edukacji matematycznej jest związany z organizowaniem zabaw, w których dzieci mogą samodzielnie manipulować przedmiotami, dokonywać przekształceń i obserwować zachodzące zmiany. Edukacja matematyczna w okresie przedszkolnym ma charakter polisensoryczny, aktywizujący myślenie sensoryczno-motoryczne oraz konkretno-wyobrażeniowe. Edukacja w ramach każdego aspektu realizowana jest na czterech poziomach, zgodnie z zasadą stopniowania trudności i dostosowywania wymagań do potrzeb i możliwości rozwojowych dziecka. Zasadniczo na wiek 6 lat życia przypada czwarty, najwyższy poziom kształtowanych umiejętności matematycznych. Można zatem przyjąć, że dziecko w klasie 0 powinno opanować orientację w schemacie ciała i przestrzeni, umieć klasyfikować przedmioty według cech nadrzędnych i podrzędnych, dokonywać prostych operacji arytmetycznych na materiale manipulacyjnym oraz na liczbach, orientować się w zakresie oceny ciężaru i pojemności, rozumieć następstwo zdarzeń i upływ czasu, znać podstawowe jednostki pomiaru czasu i określenia temu służące (np. nazwy pór roku, dni tygodnia). Choć wymagania edukacyjne powinny być dostosowane do możliwości dziecka, ważne jest, aby nauczyciel orientował się co do ich wysokości bezwzględnej. Dzięki temu zaistnieje możliwość wychwycenia dzieci stabilizujących się z przyswajaniem treści programowych i otoczenia ich dodatkową opieką, umożliwiającą wyrównanie szans edukacyjnych oraz zapobieganie ewentualnym niepowodze-

niom w nauce szkolnej. Z drugiej strony pojawia się sposobność wyłonienia dzieci bardzo dobrze funkcjonujących w zakresie działalności matematycznej, potrzebujących dodatkowych zadań, poszerzających ich dotychczasowe horyzonty. Obie te grupy powinny być przez nauczyciela dostrzeżone, wnikliwie ocenione i otoczone odpowiednią troską.

2.2. Metody oceny gotowości szkolnej dzieci w zakresie umiejętności matematycznych

Jedną z metod oceny gotowości szkolnej w zakresie umiejętności matematycznych jest obserwacja zachowań i aktywności dziecka podczas zajęć edukacyjnych, a następnie ich porównanie z wymaganiami programowymi oraz w grupie rówieśniczej. Jednak jest to metoda subiektywna, zawodna i w praktyce niezwykle trudna w realizacji i interpretacji. Pomocną techniką może być *Skala Umiejętności Matematycznych* (Oszwa 2005), zawierająca pytania/stwierdzenia dotyczące osiągnięć dziecka w edukacji matematycznej. Eksperymentalna wersja Skali została opublikowana w książce U. Oszy *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii.* (2005). Dla orientacji Czytelnika poniżej zostanie ona krótko scharakteryzowana.

Skala Umiejętności Matematycznych jest formą skali obserwacyjnej, skonstruowanej na podstawie obowiązujących wymagań programowych i zawierającej usystematyzowane obszary działalności matematycznej dziecka, co ułatwia uwzględnienie w ocenie wielu aspektów i pozwala porównać wyniki dziecka z poprzednimi jego rezultatami oraz w ramach grupy rówieśniczej. Obserwacji i oceny dokonuje nauczyciel. Skala nawiązuje do programu wychowania przedszkolnego w zakresie edukacji matematycznej (tab. 2), składa się z 70 pytań i obejmuje następujące aspekty rozumowania matematycznego: 1. figury

geometryczne, 2. orientacja P-L, 3. relacje przestrzenne, 4. porządkowanie obiektów, 5. klasyfikacja, 6. porównywanie, 7. czas zegarowy i kalendarzowy, 8. pojęcie liczby, 9. przeliczanie, 10. leksykon matematyczny, 11. czytanie cyfr i liczb, 12. pisanie cyfr i liczb, 13. dodawanie i odejmowanie.

Tabela 2. Aspekty rozumowania matematycznego mierzone *Skalą Umiejętności Matematycznych* wraz z przykładami pytań dotyczących dziecka

Kategoria umiejętności matematycznych	Przykładowe pytanie
Figury geometryczne	Czy [dziecko] różnicuje podstawowe figury geometryczne (koło, kwadrat, trójkąt)?
Orientacja P-L	Czy spontanicznie posługuje się określeniami stron: prawa, lewa?
Relacje przestrzenne	Czy rozumie i prawidłowo posługuje się określeniami stosunków przestrzennych: na, pod, za?
Porządkowanie obiektów	Czy potrafi porównać tempo poruszania się pojazdów (roweru, samolotu, samochodu)?
Klasyfikacja	Czy potrafi pogrupować obiekty wg różnych cech, np. przeznaczenia (do jedzenia, do zabawy)?
Porównywanie	Czy potrafi porównać obiekty wg ciężaru (cięższy, lżejszy)?
Czas, kalendarz	Czy zna nazwy miesięcy?
Pojęcie liczby	Czy wie, że ostatni liczebnik wskazuje liczbę obiektów w zbiorze?
Przeliczanie	Czy potrafi liczyć, zaczynając w dowolnym miejscu?
Leksykon matematyczny	Czy zna nazwy operacji arytmetycznych (dodać, odjąć)?
Czytanie cyfr i liczb	Czy potrafi prawidłowo odczytać cyfry 0-9?
Pisanie cyfr i liczb	Czy potrafi prawidłowo zapisać działanie arytmetyczne?
Dodawanie i odejmowanie	Czy potrafi podać liczbę większą od danej o jakąś wartość, np. o 3 większą od 5?

Zastosowanie skali obserwacyjnej do oceny umiejętności matematycznych sześciolatka wymaga znajomości dziecka i powinno być poprzedzone obserwacją jego zachowań i myślenia w działaniu. Wykorzystanie Skali w grupie rówieśniczej umożliwia wstępną ocenę poziomu umiejętności dziecka na tle grupy oraz wskazanie aspektów działalności matematycznej, które stanowią mocne i słabe strony badanego sześciolatka.

Inną metodą, przydatną w ocenie poziomu umiejętności matematycznych dzieci 6-letnich, jest *Skala Gotowości Szkolnej* E. Koźniewskiej, pozwalająca ocenić wiele aspektów funkcjonowania

dziecka, wśród których znalazł się obszar kompetencji poznawczych oraz umiejętności szkolnych, w tym matematycznych.

Niezwykle pomocną metodą diagnostyczną jest opracowana przez E. Gruszczyk-Kolczyńską (1999) *Dziecięca matematyka. Diagnozowanie dziecięcej kompetencji*. Ma ona formę eksperymentalnego zestawu zadań, nawiązujących do koncepcji rozwoju poznawczego J. Piageta oraz

prób stosowanych przez niego i kontynuatorów jego myśli (np. Donaldson 1986). Zastosowanie tej metody pozwala ocenić poziom kompetencji matematycznych dziecka w kontekście inteligencji operacyjnej. Jest to metoda bardzo wartościowa poznawczo, jednak indywidualne badanie każdego dziecka w zakresie każdej kompetencji może przekraczać możliwości czasowe nauczyciela.





Rozdział 3

Obszary i przebieg badań

W rozdziale przedstawione zostaną aspekty i sposoby oceny umiejętności matematycznych, a także przebieg badań przeprowadzonych w 2006 w ramach projektu *Badanie gotowości szkolnej sześciolatków* i charakterystyka objętej nimi populacji.

3.1. Aspekty i sposoby oceny umiejętności matematycznych dzieci sześciolatków

Ocenię poddano trzy główne aspekty działalności matematycznej dzieci 6-letnich, uwzględnione w podstawie programowej wychowania przedszkolnego w obszarze edukacji matematycznej oraz istotne z punktu widzenia dalszego rozwoju i kształcenia w ramach szkoły podstawowej. Na podstawie literatury przyjęto, że na umiejętności matematyczne, które z punktu widzenia prawidłowości rozwojowych mogą, a z punktu widzenia założeń metodycznych i programowych powinny zostać opanowane w tym okresie, składają się kompetencje w trzech istotnych zakresach.

1. Liczby. Po pierwsze, główną umiejętnością szkolną, na bazie której rozwijać się będą następne, jest posługiwanie się liczbami. Ocenię poddano zatem umiejętność werbalnego, sekwencyjnego liczenia (1, 2, 3...). Oceniano też umiejętność liczenia przy użyciu innych jednostek (np. dwójkami: 2, 4, 6... oraz piątkami: 5, 10... i dziesiątkami: 10, 20...). Zadaniem dziecka było także liczenie sekwencyjne do tyłu (11, 10...). Wprowadzenie trudniejszych zadań było podyktowane chęcią zróżnicowania poziomu trudności prób. Trudność tych zadań wynikała

między innymi z tego, że były one dla dzieci nowe, wcześniej nie ćwiczone i nieobecne w ich doświadczeniach edukacyjnych. Oprócz aspektu kardynalnego i znajomości liczebników głównych oceniano również znajomość aspektu porządkowego liczby (*ponumeruj piłkarzy: pierwszy...*). Umiejętność porządkowania obiektów mierzono w zadaniu: *wskaż grzybki po kolei, od najmniejszego do największego*. Ocenię poddawano też znajomość figur geometrycznych, umiejętność ich różnicowania i liczenia oraz porównywania liczebności różnych zbiorów (*o ile więcej jest małych kół niż dużych?*). Sprawdzano znajomość znaków arytmetycznych. Zadaniem dziecka było napisać cyfry dyktowane przez badającego, przeczytać cyfry umieszczone na planszy oraz nazwać znaki: +, -, <, >, =. Ocenię poddawano także umiejętność samodzielnego wykonywania prostych operacji arytmetycznych (dodawania i odejmowania w zakresie 1-10) prezentowanych na planszach. Ponadto dzieci układały treść zadań do sytuacji arytmetycznych przedstawionych na obrazkach (dodawano i odejmowano ślimaki, żabki, motylki i rybki).

2. Przestrzeń. Drugim aspektem umiejętności matematycznych, ocenianym w badaniu, była orientacja w przestrzeni i znajomość podstawowych figur geometrycznych oraz ich różnicowanie. Dzieci rozpoznawały na obrazkach prostokąty i kwadraty, a następnie porównywały liczebność zbiorów figur. Proszono je też o ocenę, czy kula i koło są tą samą figurą. Poprzez odpowiedzi na pytania do obrazków oceniano orientację stronną i przestrzenną (*Spójrz na młotek; po której jego stronie stoi krzesło? Co jest na lewo od kapelusza? Po której stronie kotka jest mysz? W którą stronę patrzy orzeł?*)

3. Czas. Trzecią mierzoną umiejętnością matematyczną była orientacja w czasie. W tym okresie wyraża się ona intuicyjną znajomością jednostek czasu oraz narzędzi do jego pomiaru, a także świadomością periodyzacji i cykliczności życia w formie pór dnia, dni tygodnia, pór roku, miesięcy. Ten aspekt edukacji matematycznej rozwija się najpóźniej w stosunku do dwóch poprzednich. Znajomość pór doby (dzień, noc), pór dnia (rano, południe, wieczór) czy kolejnych pór roku (wiosna, lato, jesień, zima) jest informacją o posiadanej przez dziecko wiedzy o czasie, jego jednostkach i następstwach. Umiejętność oceny, jak długo trwają minuta czy godzina, jest początkiem rozumienia upływu czasu i faktu, że podlega on pomiarowi.

Wymienione kategorie rozumowania matematycznego poddano ocenie zgodnie z prawidłowościami rozwojowymi oraz po uwzględnieniu aktualnych podstaw programowych edukacji przedszkolnej. Oceny umiejętności matematycznych dokonywano, zapisując dosłowne odpowiedzi dziecka na arkuszu, a następnie zliczając uzyskane punkty według opracowanego wcześniej klucza.

3.2. Przebieg badań, charakterystyka badanej populacji

W badaniach, przeprowadzonych w roku 2006, uczestniczyły dzieci 6-letnie, losowo wybrane spośród populacji sześciolatków na terenie całego kraju. Wszystkie dzieci badano indywidualnie – po nawiązaniu kontaktu z dzieckiem specjalnie przeszkolony psycholog bądź pedagog (pracownik poradni psychologiczno-pedagogicznej) zapraszał je do wspólnej zabawy. Materiał testowy prezentowano

dziecku w postaci książeczki z obrazkami, jednocześnie kolejno odczytując pytania bądź polecenia z eksperymentalnego zestawu prób. Badanie jednego dziecka trwało około 20-30 minut, w zależności od indywidualnych cech osobowych oraz sytuacyjnych.

Do badań wybrano 500 dzieci uczęszczających do klas zerowych w szkołach i przedszkolach na terenie całego kraju. Ze względu na braki danych w niektórych pozycjach testowych w analizach uwzględniono nieco mniejszą liczbę badanych (491, 487, 486, 484 w zależności od analizowanej zmiennej). W badaniach wzięło udział 268 chłopców, co stanowi 54% badanej grupy, i 232 dziewczynki, co stanowi 46% ogółu badanych. Spośród wszystkich dzieci uczestniczących w badaniach połowa uczęszczała do zerówek przedszkolnych, a połowa do zerówek szkolnych.

Rodzice badanych dzieci mieli zróżnicowane wykształcenie, które uporządkowano w 7 kategorii: 1. podstawowe, 2. zasadnicze zawodowe, 3. niepełne średnie, 4. średnie, 5. pomaturalne, 6. niepełne wyższe, 7. wyższe. W tabeli 3 przedstawiono listy rankingowe uporządkowane według liczebności grup matek i ojców z danym wykształceniem. Zarówno wśród matek, jak i ojców dominowało wykształcenie zasadnicze zawodowe (35,6% matek i 49,4% ojców) oraz średnie (34% matek i ok. 26,6% ojców). Wykształcenie wyższe miało 14,8% matek i 10,4% ojców badanych dzieci, a podstawowe - 10,2% matek i 8,4% ojców.

Z przedstawionych zestawień wynika, że w badanej grupie dzieci poziom wykształcenia matek i ojców był zbliżony, jednak więcej ojców niż matek miało wykształcenie zasadnicze zawodowe. Matki badanych dzieci miały nieco wyższe wykształcenie niż ojcowie.



Tabela 3. Wykształcenie matek i ojców w badanej grupie sześciolatek

Wykształcenie matki	Liczebność grupy	Odsetek
zasadnicze zawodowe	178	35,6%
średnie	170	34,0%
wyższe	74	14,8%
podstawowe	51	10,2%
niepełne średnie	10	2,0%
pomaturalne	8	1,6%
niepełne wyższe	7	1,4%
Wykształcenie ojca		
zasadnicze zawodowe	247	49,4%
średnie	133	26,6%
wyższe	52	10,4%
podstawowe	42	8,4%
pomaturalne	5	1,0%
niepełne wyższe	5	1,0%
niepełne średnie	3	0,6%



Rozdział 4

Ogólna charakterystyka wyników badań

W badaniach zastosowano eksperymentalny zestaw 36 zadań, utworzony na podstawie wymagań programowych dotyczących edukacji matematycznej w przedszkolu oraz zmodyfikowany w efekcie badań pilotażowych. Każde zadanie oceniano punktami 0-1, co dawało maksymalny wynik 36 punktów. Do oceny umiejętności matematycznych pozyskano jeden wskaźnik ogólny i trzy szczegółowe. Wskaźnik ogólny (mat O), stanowił sumę wyników otrzymanych przez dziecko we wszystkich próbach, natomiast wskaźniki szczegółowe były miarami umiejętności posługiwania się liczbami (mat L), orientacji przestrzennej i znajomości figur geometrycznych (mat P) oraz orientacji w czasie i znajomości określeń służących do jego pomiaru (mat C). Maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania w poszczególnych aspektach umiejętności matematycznych wynosiła: mat L = 16 pkt., mat P = 10 pkt., mat C = 10 pkt.

Średni wynik uzyskany w badanej grupie dzieci wyniósł 21,66 punktów (61% maksymalnej punktacji), przy czym wysokie wyniki (30-36 pkt.) uzyskało 77 dzieci (16% badanych), a wyniki bardzo niskie (0-10 pkt.) otrzymało 41 dzieci (8%). Wynikiem dominującym było 29 punktów, co stanowi 81% maksymalnej punktacji.

Wszystkie oceniane aspekty umiejętności matematycznych (liczby, przestrzeń i czas) zostały opanowane w zbliżonym stopniu, przy czym najlepsze wyniki badane dzieci uzyskały w zakresie orientacji przestrzennej (68% wartości maksymalnej), a najniższe w zakresie orientacji czasowej (55% maksymalnej liczby punktów). Znajomość liczb i umiejętność posługiwania się nimi została opanowana na po-

ziomie 59% wyników możliwych do uzyskania. W zakresie orientacji przestrzennej wynikiem dominującym było 90% maksymalnej liczby punktów, w zakresie orientacji w czasie – 60%, natomiast w zakresie posługiwania się liczbami – 63%, co wskazuje na wysoki poziom znajomości figur geometrycznych i orientacji stronnej badanych dzieci oraz niższy poziom orientacji w czasie i znajomości określeń służących do jego pomiaru, a także posługiwania się liczbami. Może to stanowić konsekwencję prawidłowości rozwojowych i wynikających z nich doświadczeń dziecka: figury geometryczne są obiektami różnicowanymi percepcyjnie we wczesnym okresie, natomiast posługiwanie się liczbami i znajomość określeń czasu wymaga wyższego poziomu rozwoju poznawczego, odwołuje się do pojęć abstrakcyjnych i zjawisk dopiero przez dziecko 6-letnie poznawanych.

W dalszej części omówione zostaną uwarunkowania umiejętności matematycznych badanych dzieci. Wśród nich zaprezentowane będą:

- czynniki demograficzne (płeć, województwo, typ placówki, długość edukacji przedszkolnej),
- czynniki społeczno-ekonomiczne (wykształcenie matek i ojców, warunki materialne rodziny),
- czynniki ontogenetyczne (urazy okołoporodowe, hospitalizacje, choroby przewlekłe; wady narządów zmysłu: wzroku i słuchu),
- warunki edukacyjne (rodzaj stosowanego programu nauczania, staż i wiek nauczyciela oraz jego stopień awansu zawodowego),
- determinanty poznawcze (rozwój intelektualny, percepcja wzrokowa, motoryka).

Dane pochodzą z badań wg Kwestionariusza dla Rodziców A. Frydrychowicz i E. Koźniewskiej i Kwestionariusza Pedagogicznego R. Michalak i E. Misiornej (wersje eksperymentalne), przeprowadzonych przez psychologów w ramach *Badania gotowości szkolnej sześciolatków*.

4.1. Demograficzne uwarunkowania umiejętności matematycznych

Płeć dzieci

W zakresie ocenianych umiejętności matematycznych nie wystąpiły istotne statystycznie różnice między chłopcami a dziewczynkami. Średnie wyników ogólnych są niemal identyczne w przypadku dziewczynek i chłopców i wynoszą odpowiednio 21,65 i 21,67 łącznej liczby punktów. Dziewczynki wykazały się nieznacznie lepszą wiedzą na temat jednostek czasu i określeń służących do jego pomiaru (dni tygodnia, nazwy pór roku, miesięcy). Natomiast chłopcy okazali się nieco lepsi w zakresie posługiwania się liczbami oraz w orientacji przestrzennej, połączonej z umiejętnością liczenia figur geometrycznych.

Województwo

Średnie wyniki uzyskane przez badane dzieci w poszczególnych 16 województwach wahały się od 17,47 pkt. do 23,79 pkt., a różnica między średnim wynikiem najwyższym i najniższym wyniosła 6,32 pkt. Najwyższe miejsce w rankingu województw uzyskały dzieci z województwa małopolskiego, a najniższe – z województwa warmińsko-mazurskiego. Do województw, których wyniki były niższe od średniej dla całej badanej próby, należą: dolnośląskie, lubuskie, podkarpackie, opolskie, pomorskie, łódzkie i warmińsko-mazurskie. Województwa, w których uzyskane wyniki były wyższe od średniej dla całej badanej grupy, to w kolejności rosnącej: mazowieckie, podlaskie, lubelskie, zachodniopomorskie, wielkopolskie, kujawsko-pomorskie, świętokrzyskie, śląskie i małopolskie. Listę



rankingową średnich wyników uzyskanych przez dzieci z poszczególnych województw przedstawia tabela 4.

Tabela 4. Średni wynik ogólny w próbach umiejętności matematycznych w poszczególnych województwach – lista rankingowa

Województwo	Średni wynik ogólny (mat O) w punktach
małopolskie	23,79
śląskie	23,59
świętokrzyskie	23,44
kujawsko-pomorskie	23,07
wielkopolskie	22,92
zachodniopomorskie	22,42
lubelskie	22,33
podlaskie	21,93
mazowieckie	21,88
dolnośląskie	20,59
lubuskie	20,50
podkarpackie	19,83
opolskie	19,67
pomorskie	18,97
łódzkie	17,83
warmińsko-mazurskie	17,47

Przyczyny różnic wyników uzyskanych przez badane dzieci z poszczególnych województw są na pewno bardzo złożone i wymagają pogłębionych analiz. Być może trzeba doskonalić umiejętności nauczycieli, a może poprawić warunki nauki.

Typ placówki – przedszkole, szkoła

Analiza porównawcza wyników uzyskanych przez dzieci uczęszczające do oddziału zerowego w przedszkolu i w szkole nie wykazała statystycznie istotnych różnic między tymi placówkami w zakresie przygotowania dzieci do edukacji matematycznej. Wynik ogólny był jednak nieznacznie wyższy w grupie dzieci uczęszczających do zerówki przedszkolnej (22,1 pkt.) niż szkolnej (21,2 pkt.). Częstkowe wskaźniki umiejętności liczenia, znajomości figur geometrycznych i orientacji w czasie były nieco wyższe w grupach przedszkolnych (mat L = 9,51 pkt., mat P = 6,95 pkt., mat C = 5,58 pkt.) w porównaniu ze szkolnymi (mat L = 9,23 pkt., mat P = 6,57 pkt., mat C = 5,40 pkt.).

Długość edukacji przedszkolnej

Dzieci uczęszczające do przedszkola pierwszy rok, tzn. rozpoczynające formalną edukację w klasie zerowej, uzyskały wyniki ogólne niższe (mat O = 20,47 pkt.) niż dzieci dłużej chodzące do przedszkola, tzn. 2 do 4 lat (mat O = 22,74 pkt.). Nie wystąpiły natomiast istotne różnice między dziećmi pobierającymi edukację przedszkolną 2-letnią oraz 3-4-letnią, co może oznaczać, że dla rozwoju umiejętności matematycznych krytyczne są co najmniej dwa lata pobytu w przedszkolu. Wcześniejsza edukacja nie wpływa znacząco na rozwój tych umiejętności.

4.2. Społeczno-ekonomiczne determinanty rozwoju umiejętności matematycznych

Wykształcenie rodziców

Porównano dzieci, które osiągnęły 25% wyników najniższych i 25% wyników najwyższych w badanej grupie. Wśród dzieci, które uzyskały wyniki najniższe, u obojga rodziców dominowało wykształcenie zasadnicze zawodowe (42% matek i 52% ojców). Natomiast w grupie dzieci, które otrzymały wyniki najwyższe, wśród ojców również dominowało wykształcenie zasadnicze zawodowe (42%), jednak większość matek miała wykształcenie średnie (31%). Ponadto w grupie dzieci z wysokimi wynikami częściej występowało wyższe wykształcenie u matek i ojców (tab. 5).

Tabela 5. Wykształcenie wyższe matek i ojców w grupie dzieci z najniższymi i najwyższymi wynikami w próbach matematycznych

Wyniki dzieci	Wykształcenie wyższe matki	Wykształcenie wyższe ojca
Niskie	6%	5%
Wysokie	19%	15%

Wśród dzieci z wynikami wysokimi zdecydowanie więcej rodziców, zarówno ojców, jak i matek, miało wyższe wykształcenie. Informacja ta powinna być wykorzystywana w konstruowaniu programów wyrównywania szans. Pracując z rodzicami, należy zwracać ich uwagę na przydatności matematyki w życiu, wskazywać edukacyjne zabawki i pomagać w dostrzeganiu zadań matematycznych ukrytych w codziennych sytuacjach.

Warunki bytowe

Analizie poddano wyniki prób badających umiejętności matematyczne w kontekście obecnej sytuacji materialnej rodziny, ocenianej przez rodziców. Jak wskazują dane z tabela 6, średnie wyniki dzieci z rodzin w trudnej i bardzo trudnej sytuacji materialnej nie różniły się od wyników dzieci z rodzin znajdujących się w średniej, dobrej i bardzo dobrej sytuacji finansowej.

Tabela 6. Porównanie wyników w kontekście sytuacji materialnej rodziny

Sytuacja materialna	Liczba dzieci	Średni wynik ogólny mat O	Rozpiętość wyników
Trudna i bardzo trudna	53	21,6	9-34
Średnia, dobra i bardzo dobra	431	21,7	2-36

Brak różnic między wynikami uzyskanymi przez dzieci z rodzin o zróżnicowanej sytuacji materialnej nasuwa przypuszczenie, że poziom warunków bytowych nie wpłynął na rezultaty otrzymane w badaniu. Z drugiej strony przyczyną osiągnięcia zbliżonych wyników przez dzieci z rodzin ubogich i dobrze sytuowanych mogły być czynniki psychologiczne, jak np. potrzeba aprobaty społecznej, motywacja, stopień zainteresowania tematem. Brak zainteresowania mało atrakcyjnymi zadaniami, niska motywacja do rozwiązywania zadań ocenianych jako łatwe czy też znudzenie nimi mogły u dzieci z rodzin w dobrej sytuacji materialnej wpłynąć na niższy poziom wyników w porównaniu z możliwościami.

4.3. Wpływ czynników ontogenetycznych na umiejętności matematyczne

Urazy okołoporodowe

Wśród badanych 500 dzieci 11% stanowiły dzieci z różnego stopnia urazami okołoporodowymi oraz urodzone w wyniku porodu z powikłaniami. Dokonano analizy porównawczej wyników uzyskanych w grupie dzieci z urazami perinatalnymi i bez takich urazów. Otrzymano zastawiające rezultaty: wyniki dzieci z urazami okołoporodowymi (mat O = 22,38 pkt.) są zbliżone do

wyników dzieci bez urazów (mat O = 21,64 pkt.), a nawet nieco wyższe. Jednym z wyjaśnień może być postawa rodziców dzieci z grupy ryzyka. Być może wcześniej podana rodzicom informacja o zakłócającym wpływie patogennych czynników perinatalnych na przebieg dalszego rozwoju dziecka sprawiła, że otoczyli je wzmożoną opieką od najwcześniejszych lat życia, co zaowocowało stymulacją wielu funkcji, w tym także wpływających na rozwój umiejętności matematycznych. Uzyskane wyniki mogą jednak nie być obiektywne, a wnioski należy formułować ostrożnie, ponieważ ma na nie wpływ wiele różnorodnych czynników.



Hospitalizacje i choroby przewlekłe

W badanej grupie wyłoniono 55 dzieci (11% wszystkich badanych) z przebytymi we wczesnym okresie rozwoju urazami wymagającymi hospitalizacji. Analiza porównawcza uzyskanych wyników nie ujawniła różnic między wynikami dzieci dłużej hospitalizowanych i chorych przewlekłe a wynikami dzieci zdrowych. Nieznacznie lepsze umiejętności liczenia wykazały dzieci bez urazów i chorób przewlekłych, jednak różnice nie są istotne statystycznie.

Wady wzroku i słuchu

Wśród badanych dzieci 10% wykazywało wady wzroku, a u 1% zgłoszono wady słuchu. Dzieci z wadami wzroku uzyskały niższe wyniki niż ich rówieśnicy bez takich wad. Największe różnice wystąpiły w zakresie posługiwania się liczbami (średni wynik w grupie z wadami wzroku mat L = 9,10 pkt., a bez wad wzroku mat L = 9,40 pkt.). Pozostałe wskaźniki w grupach z wadami wzroku/bez wad wzroku wyniosły odpowiednio: mat P = 6,25/6,82 pkt., mat C = 5,31/5,51 pkt. Materiał prezentowany w zadaniach miał charakter obrazkowy, jego analiza wymagała sprawnej percepcji wzrokowej i dokonywania rozróżnień między obiektami na obrazkach. Edukacja matematyczna we wczesnym okresie odbywa się głównie na fundamencie danych prezentowanych wzrokowo, dlatego ważne jest podjęcie odpowiednich działań dla wyrównania szans dzieci z wadami wzroku w stosunku do innych dzieci już na początku drogi. Również w późniejszych latach rozumowanie matematyczne opiera się na materiale wzrokowym, bardziej skomplikowanym, symbolicznym. Zatem w ciągu całego okresu kształcenia szkolnego ważna wydaje się kontrola stanu narządów zmysłu, a zwłaszcza wzroku, ponieważ osłabione ich funkcjonowanie może obniżyć poziom osiągnięć matematycznych dzieci. Nauczyciele powinni być wrażliwi na sygnały trudności wynikających z wad wzroku.

Dzieci z wadami słuchu uzyskały natomiast wyniki wyższe niż dzieci bez takich wad. Ich grupa była jednak niewielka (7 dzieci), a stopień i rodzaj wady zróżnicowany. Warto się zastanowić, co było przyczyną małej liczebności dzieci z wadami słuchu w grupie badanych – czy niska wykrywalność tych wad, czy mniej liczne ich występowanie w porównaniu z wadami wzroku. Największe różnice (na korzyść dzieci z wadą słuchu) wystąpiły w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami (średni wynik w grupie z wadami słuchu i bez takich wad odpowiednio: mat L = 10,29/9,36 pkt.) oraz orientacji przestrzennej (mat P = 8,43/6,73 pkt.). Możliwe, że dzieci z wadami słuchu intensywniej niż ich dobrze słyszący rówieśnicy angażowały inne analizatory (w tym wzrokowy) w rozwiązywanie zadań matematycznych.

4.4. Warunki edukacyjne a poziom umiejętności matematycznych

Stosowany program nauczania

Spśród wielu dostępnych programów wychowania przedszkolnego do analizy wybrano tylko te, które stosowane były w badanej populacji najczęściej. Największą popularnością cieszyły się programy: *ABC... Program wychowania przedszkolnego XXI wieku* (C. Cyrański, M. Kwaśniewska, 187 badanych dzieci); *Program wychowania przedszkolnego. Moje przedszkole* (E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, G. Grabowska, 83 badanych dzieci); *Wesoła szkoła* (S. Łukasik, H. Petkiewicz, S. Karaszewski, 35 badanych dzieci). Programów, które stosowano w edukacji pojedynczych badanych, nie brano pod uwagę w analizach, ponieważ uzyskane wyniki nie byłyby reprezentatywne.

Tabela 7. Lista najpopularniejszych programów wychowania przedszkolnego uszeregowanych według średniego wyniku ogólnego w próbach oceniających umiejętności matematyczne korzystających z nich dzieci

Rodzaj programu	Wynik ogólny (mat O) w punktach
<i>ABC... Program wychowania przedszkolnego XXI wieku</i>	21,99
<i>Wesoła szkoła</i>	21,11
<i>Program wychowania przedszkolnego. Moje przedszkole</i>	20,40

Wszystkie wymienione programy są zgodne z podstawami programowymi edukacji matematycznej, co sprawia, że poziom ich efektywności w edukacji matematycznej jest zbliżony (tab. 7). Różnice mogą być rezultatem kompilacji innych zmiennych, takich jak cechy indywidualne dziecka czy doświadczenie zawodowe nauczyciela.

Staż i wiek nauczyciela

Analiza wpływu zmiennych związanych z osobą nauczyciela na wyniki uzyskane przez dzieci w próbach matematycznych wykazała, że nie mają one istotnego znaczenia dla ocenianych umiejętności. Zarówno dzieci, które uzyskały najwyższe, jak i najniższe wyniki, najczęściej uczone były przez nauczycielkę w wieku 39–40 lat w stopniu nauczyciela mianowanego.

Stopień awansu zawodowego nauczyciela

Średnie wyniki ogólne u dzieci uczonych przez nauczyciela stażystę, kontraktowego, mianowanego i dyplomowanego były na zbliżonym poziomie. Najwyższy średni wynik ogólny osiągnęły dzieci pozostające pod opieką nauczycieli kontraktowych, ukierunkowanych na dalszy rozwój zawodowy (tab. 8). Również w tej grupie najwyższy był wynik dominujący (czyli występujący najczęściej).

Tabela 8. Stopień awansu zawodowego nauczyciela a wyniki uczniów w próbach matematycznych

Stopień awansu nauczyciela	Średni wynik ogólny (mat O)	Wynik dominujący	Rozpiętość wyników
stażysta	21,75	14	8-32
kontraktowy	23,10	30	9-34
mianowany	21,62	29	5-36
dyplomowany	21,59	23	2-35

Poprawa wyników dzieci wraz z rosnącym stopniem awansu zawodowego nauczyciela zachodzi tylko do poziomu nauczyciela mianowanego, potem następuje pogorszenie. Można to tłumaczyć zjawiskiem wypalenia zawodowego i narastającą rutyną, a także dużym wysiłkiem wkładanym w uzyskanie kolejnego stopnia awansu, jakim jest stopień nauczyciela dyplomowanego. Być może przygotowanie i zgromadzenie materiałów dokumentujących doświadczenie i profesjonalizm nauczycieli ubiegających się o ten najwyższy stopień awansu pozostaje w konflikcie z ich codzienną pracą zawodową i odbywa się kosztem dzieci znajdujących się pod ich opieką. Możliwe, że wyczerpujący wysiłek wyzwała po uzyskaniu awansu potrzebę odpoczynku. Istnieje też przypuszczenie, że rodzice dzieci słabiej rozwijających się preferują bardziej doświadczonych nauczycieli i dlatego więcej takich dzieci znalazło się w tej grupie.

4.5. Poznawcze uwarunkowania umiejętności matematycznych

Zgromadzone w ramach projektu dane, obejmujące wiele zmiennych, pozwalają stwierdzić, czy istnieje związek między wskaźnikami umiejętności matematycznych a dostępnymi wskaźnikami rozwoju poznawczego, i jaka jest jego siła.

Rozwój intelektualny

Wyniki uzyskane w próbach umiejętności matematycznych skorelowano z wynikami otrzymanymi przez badane dzieci w *Skali Dojrzałości Umysłowej Columbia* oraz w *Podskali Kompetencji Poznawczych Skali Gotowości Szkolnej (SGS)* E. Koźniewskiej. Zdaniem autorki na kompetencje poznawcze objęte obserwacją w ramach Skali składa się myślenie pojęciowe, elementy samowiedzy i samooceny, dociekliwość oraz podwyższone umiejętności szkolne w zakresie czytania i matematyki. Współczynnik korelacji r Pearsona między wynikiem ogólnym w próbach badających umiejętności matematyczne (mat O) a wynikiem uzyskanym przez badane dzieci w Podskali Kompetencji Poznawczych SGS jest dodatni i umiarkowany ($r = 0,57$; $p < 0,01$), istotny statystycznie. Oznacza to wzajemną zależność między rozwojem ocenianych umiejętności matematycznych a kompetencjami poznawczymi badanych dzieci. Im wyższe kompetencje poznawcze, tym wyższe umiejętności matematyczne i odwrotnie. Zatem badanie jedną z metod może dostarczyć informacji o poziomie kompetencji mierzonych drugą. Korelacja wyniku ogólnego w próbach matematycznych z wynikami Skali Dojrzałości Umysłowej Columbia jest także istotna statystycznie, chociaż bardzo niska ($r = 0,14$; $p < 0,01$). Zatem ogólny rozwój umysłowy dziecka ma związek z rozwojem jego umiejętności matematycznych. Między średnim wynikiem ogólnym w próbach matematycznych a wynikiem ogólnym w Skali Gotowości Szkolnej wystąpiła umiarkowana korelacja dodatnia ($r = 0,51$; $p < 0,01$). Oznacza to, że niski poziom umiejętności matematycznych wskazuje na

niski poziom gotowości szkolnej dziecka i stwarza konieczność objęcia go intensywną opieką przed rozpoczęciem edukacji szkolnej na etapie kształcenia zintegrowanego.

Percepcja wzrokowa

Istnieje również wzajemna zależność między poziomem rozwoju umiejętności matematycznych a percepcją wzrokową badanych dzieci. Współczynnik korelacji r Pearsona między wynikiem ogólnym w próbach matematycznych (mat O) a wynikiem ogólnym w Teście Percepcji Wzrokowej M. Frostig jest dodatni, niski ($r = 0,32$; $p < 0,01$), ale istotny statystycznie. Podobny stopień wzajemnej zależności występuje między wynikiem ogólnym w próbach matematycznych a ilorazem percepcji wzrokowej uzyskanym na podstawie wyników Testu M. Frostig ($r = 0,4$; $p < 0,01$). Zależność między tymi zmiennymi jest najsilniejsza w zakresie orientacji przestrzennej i znajomości figur geometrycznych, ocenianych w próbach matematycznych. Zadania w tej części zestawu są eksponowane z wykorzystaniem materiału percepcyjnego, zatem nie dziwi fakt, że w celu udzielenia poprawnych odpowiedzi dziecko powinno wykazać się prawidłowo rozwiniętą percepcją wzrokową. Im wyższy jej poziom, tym wyższe wyniki w tej części zestawu prób matematycznych.

Motoryka

Wystąpiła niewielka dodatnia, istotna statystycznie korelacja między wynikiem uzyskanym w Podskali Sprawności Motorycznej SGS a wynikiem ogólnym w próbach matematycznych ($r = 0,23$; $p < 0,01$). Umiejętności matematyczne sześciolatka wymagają adekwatnego do wieku rozwoju sprawności ruchowej, gdyż jego zadaniem jest manipulowanie przedmiotami w celu dokonywania porównań, klasyfikacji, oceny wielkości zbiorów i równoważenia ich liczebności. Nie jest to główna umiejętność warunkująca rozwój rozumowania matematycznego, może jednak – w okresie zdobywania edukacji poprzez działanie i własną aktywność – je ułatwiać.

Podsumowanie

Analiza uzyskanych rezultatów pozwala sformułować kilka istotnych wniosków, ważnych z punktu widzenia dalszej edukacji badanych dzieci, a także przydatnych w matematycznej edukacji przedszkolnej kolejnych grup sześciolatków.

1. W badaniach oceniano trzy aspekty umiejętności matematycznych: liczby, przestrzeń i czas. Wszystkie kategorie zostały opanowane w zbliżonym stopniu, przy czym najlepsze wyniki badane dzieci uzyskały w zakresie orientacji przestrzennej (68% wartości maksymalnej), a najłabsze w zakresie orientacji czasowej (55% maksymalnej liczby punktów). Znajomość liczb i umiejętność posługiwania się nimi została opanowana na poziomie 59% punktów możliwych do uzyskania. W zakresie orientacji przestrzennej wynikiem dominującym było 90% maksymalnej liczby punktów, w zakresie orientacji w czasie – 60%, natomiast w zakresie posługiwania się liczbami – 63%, co wskazuje na wysoki poziom znajomości figur geometrycznych i orientacji stronnej badanych dzieci oraz niższy poziom orientacji w czasie i znajomości określeń służących do jego pomiaru, a także w zakresie posługiwania się liczbami. Umiejętności opanowane słabiej wymagają rozwijania i utrwalania na dalszym etapie edukacji matematycznej.
2. Wśród czynników demograficznych, mogących wpływać na poziom umiejętności matematycznych badanych dzieci, analizowano: płeć, województwo, typ placówki oraz długość edukacji przedszkolnej dziecka.
 - 2A. Płeć nie różnicowała istotnie wyników uzyskanych w próbach matematycznych. Dziewczynki wykazały nieznacznie lepszą wiedzę na temat jednostek czasu i określeń służących do jego pomiaru (dni tygodnia, nazwy pór roku, miesięcy). Natomiast chłopcy okazali się nieco lepsi w zakresie posługiwania się liczbami

mi oraz w orientacji przestrzennej, połączonej z umiejętnością liczenia figur geometrycznych.

- 2B. W rankingu województw średnie wyniki uzyskane przez badane dzieci w poszczególnych 16 województwach wahały się od 17,47 pkt. do 23,79 pkt., a różnica między średnim wynikiem najwyższym i najniższym wyniosła 6,32 pkt. Najniższy wynik ogólny na liście rankingowej województw oznacza, że badane dzieci wykonały poprawnie tylko 49% postawionych przed nimi zadań, wymagających orientacji w przestrzeni, czasie i posługiwania się liczbami.
- 2C. Analiza porównawcza wyników uzyskanych przez dzieci uczęszczające do oddziału zerowego w przedszkolu i w szkole nie wykazała statystycznie istotnych różnic w zakresie przygotowania do edukacji matematycznej. Wynik ogólny był jednak nieznacznie wyższy w grupie dzieci uczęszczających do zerówki przedszkolnej niż szkolnej. Największe różnice na korzyść przedszkola wystąpiły w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami.
- 2D. Dzieci uczęszczające do przedszkola rok, tzn. rozpoczynające formalną edukację w klasie zerowej, uzyskały wyniki ogólne niższe niż dzieci dłużej chodzące do przedszkola. Nie wystąpiły natomiast istotne różnice między edukacją przedszkolną 2-letnią oraz 3-4-letnią, co może oznaczać, że dla rozwoju umiejętności matematycznych krytyczne są co najmniej dwa lata pobytu w przedszkolu.
3. W ramach społeczno-ekonomicznych czynników rozwoju umiejętności matematycznych analizowano wykształcenie rodziców i sytuację materialną rodziny.
 - 3A. Wśród dzieci, które uzyskały wyniki najłabsze, u obojga rodziców dominowało wykształcenie zasadnicze zawodowe. Natomiast w grupie dzieci, które otrzymały wyniki najwyższe, większość matek

miała wykształcenie średnie, a u ojców również dominowało wykształcenie zasadnicze zawodowe. W grupie dzieci z wysokimi wynikami częściej występowało natomiast wyższe wykształcenie u matek i ojców niż u dzieci ze słabymi wynikami.

- 3B.** Średnie wyniki dzieci z rodzin znajdujących się w trudnej i bardzo trudnej sytuacji materialnej nie różniły się istotnie od wyników dzieci z rodzin znajdujących się w średniej, dobrej i bardzo dobrej sytuacji finansowej. Te zaskakujące wyniki mogły być spowodowane niskim stopniem trudności zadań stosowanych w badaniach, a także dużą liczbą innych zmieniających warunkujących osiągnięty rezultat i różnymi źródłami, z których pochodziły dane o sytuacji finansowej rodziny.
- 4.** Do czynników ontogenetycznych determinujących kształtowanie się umiejętności matematycznych badanych dzieci zaliczono: urazy okołoporodowe, hospitalizacje i choroby przewlekłe, wady wzroku i słuchu.
- 4A.** Dzieci z urazami okołoporodowymi (których stopnia ciężkości nie oceniano) wypadły podobnie jak ich rówieśnicy bez urazów. Może to oznaczać, że wcześniej podana rodzicom informacja o zakłócającym wpływie patogennych czynników perinatalnych na przebieg dalszego rozwoju dziecka sprawiła, że otoczyli je wzmożoną opieką od najwcześniejszych lat życia, co zaowocowało stymulacją wielu funkcji, w tym także wpływających na rozwój umiejętności matematycznych.
- 4B.** Nieznacznie lepsze umiejętności liczenia wykazali badani bez urazów i chorób przewlekłych, jednak różnice nie są istotne statystycznie.
- 4C.** Dzieci z wadami wzroku słabiej wykonywały zadania matematyczne niż ich rówieśnicy bez takich wad. Dzieci z wadami słuchu uzyskały natomiast nieznacznie wyższe wyniki niż dzieci dobrze słyszące. Największe różnice wystąpiły w zakresie umiejętności posługiwania się liczbami oraz orientacji przestrzennej. Możliwe, że badane dzieci z wadami słuchu podczas wykonywania poleceń intensywniej niż ich dobrze słyszący rówieśnicy angażowały analizator wzrokowy.
- 5.** W ramach określania warunków edukacyjnych analizie poddano rodzaj stosowanego programu nauczania oraz staż, wiek i stopień awansu zawodowego nauczyciela.
- 5A.** Największą popularnością w badanej grupie sześciolatków cieszyły się programy: *ABC... Program wychowania przedszkolnego XXI wieku*, *Program wychowania przedszkolnego. Moje przedszkole* i *Wesoła szkoła*. Przy średniej dla całej badanej grupy wynoszącej 21,66 pkt. (61% maksymalnej liczby punktów) można przyjąć, że wymienione programy przygotowują dzieci w zakresie edukacji matematycznej na zbliżonym poziomie.
- 5B.** Analiza wpływu zmiennych związanych z osobą nauczyciela, takich jak staż pracy i wiek, wykazała, że nie mają one istotnego znaczenia dla umiejętności ocenianych w próbach matematycznych. Zarówno dzieci najstarsze, jak i najlepsze najczęściej uczone były przez nauczycielkę w wieku 39-40 lat w stopniu nauczyciela mianowanego.
- 5C.** Średnie wyniki ogólne dzieci uczonych przez nauczyciela stażystę, mianowanego i dyplomowanego były na zbliżonym poziomie. Najwyższy średni wynik ogólny osiągnęły dzieci uczone przez nauczycieli kontraktowych, a najniższy – przez nauczycieli stażystów, choć różnice były niewielkie. Dzieci będące pod opieką nauczyciela dyplomowanego uzyskały wyniki niższe niż uczone przez nauczyciela mianowanego, co może świadczyć o wkradającej się rutynie oraz zjawisku

wypalenia zawodowego w ostatniej fazie awansu zawodowego nauczyciela. Nie można jednak pominąć przypuszczenia, że powodem tego jest fakt, że rodzice dzieci tzw. trudnych oraz słabiej się rozwijających zabiegają, aby znalazły się one w klasie doświadczonego nauczyciela.



6. Wśród poznawczych uwarunkowań umiejętności matematycznych analizowano rozwój umysłowy, percepcję wzrokową i motorykę.
- 6A. Istnieje wzajemna zależność między rozwojem ocenianych umiejętności matematycznych a kompetencjami poznawczymi badanych dzieci, ocenianymi *Skalą Gotowości Szkolnej E. Koźniewskiej* oraz *Skalą Dojrzałości Umysłowej Columbia*. Im wyższe kompetencje poznawcze, tym wyższe umiejętności matematyczne i odwrotnie. Niski poziom umiejętności matematycznych wskazuje na niski poziom gotowości szkolnej dziecka i stwarza konieczność objęcia go intensywną opieką przed rozpoczęciem edukacji szkolnej na etapie kształcenia zintegrowanego.
- 6B. Wystąpiła również wzajemna zależność między poziomem rozwoju umiejętności matematycznych a percepcją wzrokową badanych dzieci, mierzoną Testem Percepcji Wzrokowej M. Frostig. Oznacza to, że poziom percepcji wzrokowej dziecka może wpływać na jego osiągnięcia w matematyce w pierwszym okresie kształcenia.
- 6C. Niewielka, dodatnia, istotna statystycznie korelacja między wynikiem Podskali Sprawności Motorycznej SGS a wynikiem ogólnym w próbach matematycznych wskazuje na zależność obu funkcji, chociaż słabą. Umiejętności matematyczne sześciolatka wymagają adekwatnego do wieku rozwoju sprawności ruchowej, ponieważ dokonuje on porównań, klasyfikacji i oceny wielkości manipulując przedmiotami. Chociaż nie jest to umiejętność podstawowa, która warunkuje rozwój rozumowania matematycznego, może je jednak w tym okresie zdobywania wiedzy ułatwiać.



Rozdział 5

Szczegółowa analiza wyników badań – wnioski i zalecenia metodyczne

Uzyskane rezultaty oceny umiejętności matematycznych mogą mieć praktyczne implikacje edukacyjne, mogą bowiem okazać się przydatne w podnoszeniu efektywności zdobywania doświadczeń w zakresie postępowania się liczbami przez dzieci.

5.1. Znajomość liczb i umiejętność postępowania się nimi

W badaniach poddawano ocenie następujące umiejętności, niezbędne w procesie dalszej edukacji matematycznej: 1. liczenie sekwencyjne, 2. znajomość aspektu porządkowego liczby, 3. dokonywanie klasyfikacji i różnicowania figur geometrycznych, 4. praktyczna znajomość cyfr i znaków arytmetycznych, 5. dokonywanie operacji arytmetycznych – dodawania i odejmowania, 6. układanie i rozwiązywanie prostych arytmetycznych zadań tekstowych.

Liczenie sekwencyjne. Badane dzieci wykazały umiejętność sekwencyjnego liczenia w zakresie 1–20. Wśród badanych 76% dzieci potrafiło liczyć, używając prawidłowych liczebników, 24% nie poradziło sobie z tym zadaniem. Liczenie dwójkami było już trudniejsze, w zakresie 1–20 poprawnie policzyło 37% badanych, natomiast 63% popełniało błędy albo nie potrafiło kontynuować ciągu liczebników zainicjowanego przez badającego. Z trudnym zadaniem liczenia piątkami, wymagającym dodawania kolejnych piątek, poradziło sobie aż 18% badanych sześciolatków. Potrafiły one przeliczyć w ten sposób

do 50. Liczenie do tyłu okazało się zadaniem łatwym w badanej grupie, poprawnie wykonało je 68% badanych, 32% popełniło przynajmniej jeden błąd w ciągu liczebników 11–1. W zabawach z liczbami ponad połowa sześciolatków potrafiła poprawnie przeliczać dziesiątkami w zakresie do pięćdziesięciu. 46% badanych nie poradziło sobie z tym zadaniem.

Wniosek: Większość dzieci potrafi liczyć sekwencyjnie, zna kolejne liczebniki. Różnice dotyczą poprawnej kolejności oraz zakresu używanych liczebników, który waha się od 5 nawet do 1000.

Aspekt porządkowy liczby. Wśród badanych dzieci prawie 90% potrafiło przyporządkować kolejnym obiektom liczebniki porządkowe w zakresie 1–10, było to zatem zadanie bardzo łatwe. Nieco gorzej badani poradziło sobie z porządkowaniem obiektów w kolejności rosnącej, tu 63% dzieci wykonało zadanie poprawnie, a 37% popełniło przynajmniej jeden błąd. Aspektu kardynalnego liczby nie oceniano bezpośrednio, jednak jego znajomość była niezbędna przy porównywaniu liczebności zbiorów i rozwiązywaniu zadań tekstowych.

Wniosek: Wyznaczanie konsekwentnych serii jest niezbędne dla dalszego rozwoju umiejętności postępowania się liczbami. Nauczyciele kształcenia zintegrowanego (zwłaszcza w klasie I) powinni wspierać doskonalenie tej umiejętności, uwzględniając fakt obecności w klasie dzieci, które nadal nie potrafią porządkować obiektów w kolejności rosnącej bądź malejącej.

Przeliczanie i różnicowanie figur geometrycznych. Spośród badanych dzieci ponad 80% prawidłowo różnicowało figury geometryczne pod względem wielkości i kształtu. Potrafiło je także przeliczyć i wskazać, których figur jest więcej. Zadanie polegające na wskazaniu, o ile więcej, jest operacją wieloetapową, bardziej skomplikowaną i okazało się trudniejsze. Mimo to poprawnie wykonało je aż 32% badanych sześciolatków.

Wniosek: Zadania rozwijające umiejętności arytmetyczne powinny uwzględniać wzrastający stopień trudności i przechodzić bardzo stopniowo od jednoetapowych do coraz bardziej złożonych, wieloetapowych operacji i działań. Ważne, aby nauczyciel był świadomy, że dzieci różnią się pod względem poziomu i zakresu swoich możliwości.

Cyfry i znaki arytmetyczne. Analiza uzyskanych wyników wskazuje, że większość badanych potrafi czytać wszystkie cyfry, nie popełniając przy tym żadnego błędu (88% dzieci). Pisanie cyfr jest zadaniem trudniejszym, zostało poprawnie wykonane przez 75% badanych dzieci, 25% popełniło błędy graficzne podczas pisania trudniejszych cyfr (6, 5, 8), zachowując jednak ich zbliżony kształt. Więcej kłopotów sprawiało rozpoznawanie znaków arytmetycznych $<$, $>$, $+$, $-$, $=$. Wśród badanych ok. 36% prawidłowo rozpoznało i nazwało wszystkie wymienione znaki, 65% popełniło w tej czynności co najmniej jeden błąd, którym było najczęściej mylenie znaków $<$ i $>$.

Wniosek: znajomość cyfr, ich rozpoznawanie i pisanie zostało opanowane przez większość badanych dzieci sześciolatków. Rozpoznawanie znaków arytmetycznych i prawidłowe ich nazywanie sprawiało im więcej kłopotu. Należy zdawać sobie z tego sprawę podczas rozpoczynania edukacji szkolnej w klasie I, gdzie po rozpoczęciu roku szkolnego bardzo szybko wymaga się od dzieci biegłej znajomości i sprawnego posługiwania się znakami arytmetycznymi.

Działania arytmetyczne. Wykonywanie działań arytmetycznych na liczbach jest dla dzieci sześciolatków umiejętnością, którą dopiero na-

bywają, dlatego ważne jest stopniowe wprowadzanie do zabawy działań na liczbach i operacji na konkretnych obiektach. W badanej grupie dzieci lepiej poradziły sobie z dodawaniem (57% prawidłowych odpowiedzi) niż z odejmowaniem, które jest operacją trudniejszą. Zadania odejmowania w zakresie 1–10 zostały wykonane poprawnie przez 43% dzieci.

Wniosek: Umiejętności wykonywania działań arytmetycznych znajdują się w fazie opanowywania, ich doskonalenie nastąpi w klasie pierwszej szkoły podstawowej. Wynik ok. 50% odpowiedzi poprawnych świadczy o możliwości wykonywania takich operacji przez dzieci sześciolatków. W dalszej edukacji dzieci, które to potrafią, będą doskonaliły się w dokonywaniu obliczeń, natomiast te, które nie opanowały w pełni tej umiejętności, należy zachęcać do zabaw w dodawanie i odejmowanie, wskazując okazje do wykonywania takich działań w codziennych sytuacjach.

Arytmetyczne zadania tekstowe. Badane dzieci bardzo dobrze poradziły sobie zarówno z rozwiązywaniem prostych zadań tekstowych, jak i z samodzielnym ich układaniem do zapisanej operacji arytmetycznej. Ponad połowa badanych (59%) potrafiła układać i rozwiązywać zadania wymagające dodawania w zakresie 1–10, z drugiej jednak strony 41% dzieci tego nie umiało. Zbliżony odsetek (57% dzieci) poradziło sobie z zadaniami wymagającymi odejmowania. Oznacza to, że operacje arytmetyczne w kontekście sytuacyjnym są przez dzieci sześciolatków lepiej wykonywane niż działania w tym samym zakresie liczbowym, ale takiego kontekstu pozbawione.

Wniosek: W rozwijaniu umiejętności matematycznych pomocne są zabawy w układanie zadań tekstowych, a następnie ich rozwiązywanie przez rówieśników i sprawdzanie przez autora. Pobudza to motywację do działania i zachęca do współpracy, a jednocześnie stanowi materiał ćwiczeniowy w wykonywaniu operacji arytmetycznych.

5.2. Orientacja przestrzenna

W okresie przedszkolnym przypada intensywny rozwój orientacji w schemacie własnego ciała i w otaczającej dziecko przestrzeni. W programie edukacji matematycznej tego okresu znajduje się dużo zabaw i ćwiczeń kształtujących te ważne umiejętności. Są one również istotne z punktu widzenia dalszego rozwoju umiejętności matematycznych, ułatwiają rozumienie pojęć geometrycznych i naukę w ramach innych działów matematyki, wykraczających poza arytmetykę. W badaniach oceniano umiejętność różnicowania figur geometrycznych na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej, orientację w stronach ciała – prawej i lewej oraz umiejętność oceny relacji przestrzennych. Zastosowano plansze z obiektami pozostającymi w różnych zależnościach przestrzennych względem siebie oraz wobec oceniającego je dziecka.

Różnicowanie figur geometrycznych płaskich i przestrzennych. Badane dzieci potrafiły poprawnie różnicować kwadraty i prostokąty, równocześnie dokonując oceny liczebności dwóch zbiorów figur i porównywania ich wielkości. Mimo wieloetapowości, zadanie to okazało się bardzo łatwe dla większości badanych, prawidłowo wykonało je 88% dzieci. Więcej trudności sprawiło dzieciom różnicowanie figur płaskich i przestrzennych, tylko 20% badanych potrafiło podać różnice i podobieństwa między kulą i kołem. Pozostałe 80% twierdziło, że kula i koło nie są tą samą figurą, jednak nie potrafiło podać przykładów tych figur w otoczeniu ani uzasadnić swojej odpowiedzi.

Wniosek: Badane dzieci sześciolatnie prawidłowo różnicują płaskie figury geometryczne i ich nazwy, nawet przy niewielkich różnicach pomiędzy nimi (kwadrat, prostokąt). Trudności sprawia im różnicowanie figur płaskich i przestrzennych. Umiejętność ta powinna być kształtowana w toku edukacji szkolnej.

Orientacja stronna w schemacie ciała. Dzieci z badanej grupy potrafiły wskazać swoje części ciała po prawej i lewej stronie, właści-

wie je różnicując. Spośród wszystkich badanych 80% sześciolatków umie określić, która ręka jest prawa, i wskazać bezbłędnie zewnętrzną część ciała po swojej lewej stronie. Otoczenia opieką wymaga pozostałe 20% dzieci, które nie radzą sobie z rozróżnianiem swojej prawej i lewej strony, co również powoduje trudności w takiej stronnej orientacji w przestrzeni. Na uwagę zasługuje fakt, że tylko 76% badanych potrafiło wymienić przedmioty znajdujące się po ich lewej stronie. Pozostałe 24% dzieci myliło się i wymieniało przedmioty umieszczone po ich prawej stronie.

Wniosek: Należy zwrócić uwagę na grupę dzieci, które mają kłopoty z określeniem strony prawej i lewej, stosując wobec nich dodatkowe ćwiczenia i zabawy wspomagające nabycie tej umiejętności.

Przestrzenna orientacja stronna. Zgodnie z prawidłowościami rozwoju, określanie stron względem przedmiotów w przestrzeni (*Spójrz na młotek. Po której jego stronie stoi krzesło?*) okazało się trudniejsze dla badanych dzieci niż wskazywanie swojej lewej i prawej strony. Zadania tego typu poprawnie wykonało 68% badanych. Pozostałe 32% dzieci myliło nazwy stron i nie poprawiało popełnionego błędu. Około 60% sześciolatków prawidłowo wskazywało przedmioty na polecenie zawierające określenie strony (*Powiedz, co jest na prawo od młotka?*). Pozostałe 40% badanych nie radziło sobie z zadaniami tego typu i wymieniało przedmioty po stronie nieadekwatnej do wymienionej w poleceniu.

Wniosek: Wskazywanie części ciała po stronie prawej i lewej jest umiejętnością opanowaną najlepiej, natomiast orientacja stronna w przestrzeni pozostaje w trakcie rozwoju, przy czym łatwiej dzieciom określać stronę niż wymieniać przedmioty, które są stronne zlokalizowane. Te umiejętności wymagają dalszego ćwiczenia w formie zabawy potążonej z aktywnym działaniem.

5.3. Orientacja w czasie

Ocena stanu wiedzy dzieci o czasie, jednostkach jego pomiaru i subiektywnym odczuciu ich długości pozwala zorientować się w kolejnym objętym programem nauczania obszarze działalności matematycznej dziecka. Świadomość późniejszego rozwoju tej umiejętności pozwala zrozumieć niższy poziom wyników (55% maksymalnej punktacji) uzyskanych przez badane dzieci niż w zadaniach dotyczących orientacji przestrzennej (68%) i posługiwania się liczbami (59%).

Pory roku. Około 70% badanych zna pory roku i potrafi je wymienić po kolei. Pozostałe 30% wymienia 3 z 4 pór lub tylko zimę i lato, bądź nie zna ich poprawnej kolejności. Umiejętność ta wymaga dalszego rozwijania, także w ramach edukacji przyrodniczej.

Nazwy miesięcy. Tylko 20% badanych wiedziało, że rok ma dwanaście miesięcy. Pozostałe 80% wyraźnie zgadywało, podając rozmaite liczby. Na uwagę zasługuje fakt, że aż 25% dzieci potrafiło wymienić przynajmniej 6 nazw miesięcy, niektóre czyniły to nawet we właściwej kolejności.

Dni tygodnia. Spośród badanych 61% podało prawidłową liczbę dni tygodnia, a 66% potrafiło wymienić nazwy siedmiu dni we właściwej kolejności. Więcej trudności sprawiało określenie dnia wymagające rozumienia terminów „przedwczoraj” i „pojutrze”. Z prawidłowym wskazaniem dnia, który będzie pojutrze, poradziło sobie 40% dzieci, natomiast 49% badanych potrafiło poprawnie wymienić dzień, który był przedwczoraj.

Pory dnia. Około 65% badanych prawidłowo używa określeń oznaczających pory dnia: rano, południe, popołudnie, wieczór. Pozostałe 35% dzieci ma trudności z powiązaniem konkretnej aktywności z odpowiednią nazwą pory dnia (*O jakiej porze dnia jemy kolację? Po wieczoryn-ce*). Jest to jednak prawidłowość rozwojowa, związana z myśleniem konkretnym.

Jednostki czasu zegarowego i ocena ich długości. Badane dzieci mają podstawową wiedzę o jednostkach pomiaru czasu, potrafią po-

prawnie ocenić i różnicować ich długość. 84% badanych prawidłowo odpowiedziało na pytanie: *Co trwa dłużej, minuta czy godzina?* Jednak pozostałe 16% miało kłopot z rozstrzygnięciem tej kwestii, co świadczy o braku świadomości zróżnicowania jednostek pomiaru czasu.

Wnioski: Orientacja w czasie jest kategorią umiejętności matematycznych, jednak wymaga od dziecka ogólnej wiedzy o świecie, bez której nie zostanie prawidłowo opanowana. W przedszkolnej edukacji matematycznej należy intensywnie wprowadzać określenia służące do pomiaru czasu i stwarzać dzieciom okazje do subiektywnej oceny jego upływu. Ćwiczenia wymagające określenia czasu z zastosowaniem operacji liczenia do przodu i do tyłu mogą okazać się przydatne w rozwijaniu myślenia operacyjnego na poziomie operacji konkretnych.

5.4. Główne obszary trudności w badanej grupie

Zadania stosowane w ocenie umiejętności matematycznych badanych dzieci mierzyły różnorodne ich aspekty. W tabeli 9 przedstawiono listę aspektów ocenianych umiejętności matematycznych uporządkowaną według ich trudności w kolejności malejącej (dane procentowe), tj. poczynając od zadań wykonywanych przez większość dzieci w kierunku coraz trudniejszych, wykonywanych przez mniejszy odsetek badanych.

Zadania w dolnej części tabeli 9 zostały wykonane poprawnie przez mniej niż połowę badanych, co przyjęto za oznakę wysokiego stopnia ich trudności. Podkreślić należy, że niektóre z zadań znajdujących się na tej liście wykraczały poza ramy programowe klasy zerowej i matematycznej edukacji przedszkolnej. Na tym tle niepokoić może słaba znajomość znaków arytmetycznych, niska umiejętność określania różnicy liczebności zbiorów (*o ile więcej*) oraz wykonywania prostych operacji arytmetycznych dotyczących odejmowania. Pozostałe za-

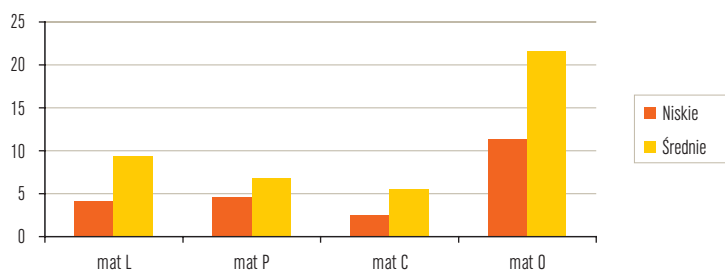
Tabela 9. Lista rankingowa ocenianych aspektów umiejętności matematycznych w kolejności od zadań łatwych do trudnych

Zadanie/aspekt umiejętności matematycznych	Odsetek dzieci wykonujących zadanie prawidłowo
Aspekt porządkowy liczby	89,6%
Różnicowanie prostokątów i kwadratów	87,9%
Czytanie cyfr	87,6%
Porównywanie długości jednostek pomiaru czasu	83,8%
Porównywanie liczebności zbiorów (których więcej)	82,7%
Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie prawej części ciała)	81,8%
Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie lewej kończyny)	79,8%
Sekwencyjne liczenie (od 1 do 20)	76,4%
Orientacja w przestrzeni (obiekty po stronie lewej)	75,6%
Pisanie cyfr	75,0%
Orientacja przestrzenna – określanie stron (prawa)	71,7%
Orientacja przestrzenna – określanie stron (lewa)	70,2%
Kolejność pór roku	69,8%
Relacje przestrzenne między obiektami na obrazku	68,0%
Następstwo pór roku	67,8%
Liczenie wspak (11, 10...1)	67,6%
Kolejność dni tygodnia	66,1%
Pory dnia (rano, południe, wieczór)	64,8%
Porządkowanie serii	63,4%
Liczba dni tygodnia	61,0%
Orientacja przestrzenna (obiekty na prawo od)	59,9%
Układanie i rozwiązywanie zadań - dodawanie	59,4%
Orientacja przestrzenna (obiekty na lewo od)	58,7%
Wykonywanie działań arytmetycznych – dodawanie	57,2%
Układanie i rozwiązywanie zadań - odejmowanie	56,8%
Liczenie dziesiątkami (10, 20...50)	53,8%
Dni tygodnia – przedwczoraj	48,7%
Wykonywanie działań arytmetycznych – odejmowanie	43,4%
Dni tygodnia – pojutrze	40,1%
Liczenie dwójkami (2, 4,..20)	36,6%
Nazywanie znaków arytmetycznych	35,6%
Określanie różnicy liczebności zbiorów (o ile więcej)	31,9%
Nazwy miesięcy	25,3%
Liczba miesięcy w roku	20,0%
Różnicowanie figur płaskich i przestrzennych (koło, kula)	19,9%
Liczenie piątkami (5, 10..50)	17,8%

dania dotyczą umiejętności znajdujących się poza wymaganiami edukacyjnymi, więc poprawne ich rozwiązanie przez 18–49% dzieci, w zależności od rodzaju zadania, powinno raczej cieszyć niż martwić.

Dużo kłopotów sprawiało badanym dzieciom różnicowanie figur płaskich i przestrzennych, przy czym różny był poziom przejawianych trudności. Niektóre dzieci nie dostrzegały różnicy między kulą a kołem, inne nie potrafiły wskazać przykładów tych figur w najbliższym otoczeniu. Najwięcej kłopotu sprawiało określenie różnic oraz wskazanie podobieństw między tymi figurami, co jednak warunkowane jest zasobem słownictwa i wykracza poza zakres wymagań programowych. Na poprawne wykonanie tego zadania składa się wiele czynników: prawidłowy rozwój percepcji wzrokowej, wiedza o świecie, poziom myślenia i wnioskowania, umysłowe procesy analizy, syntezy, porównywania i abstrahowania. Badane dzieci nie znały liczby miesięcy w roku, miały trudności z podaniem nazw kilku miesięcy, nawet bez zachowania właściwej kolejności. Do zadań trudnych należało porównywanie liczebności zbiorów. Było to zadanie wieloetapowe, wymagające operowania dużą ilością danych i ich przekształcania. Słabo wypadło też rozpoznawanie znaków arytmetycznych, które są intensywnie używane w klasie pierwszej nauczania zintegrowanego, a ich znajomość pozwala bardziej płynnie wejść w świat operowania liczbami oderwanymi od kontekstu sytuacyjnego.

Dalszej analizie poddano 25% wyników najniższych, czyli znajdujących się poniżej 1 kwartyła. Okazało się, że są to wyniki ogólne poniżej 16 punktów. Wśród badanych uzyskało je 105 dzieci. Średni wynik ogólny (mat O) w tej grupie wynosił 11,31 pkt., co stanowi 30% maksymalnej liczby punktów. Mając na uwadze wyrównywanie szans edukacyjnych, te dzieci powinny zostać otoczone szczególną opieką. Rysunek 1 przedstawia ich wyniki w poszczególnych aspektach ocenianych umiejętności matematycznych.



Rysunek 1. Rezultaty uzyskane przez dzieci z najniższymi wynikami na tle średnich wyników w całej badanej grupie.

Wszystkie mierzone zmienne mają w tej grupie niższe wartości niż średnie wyniki w całej badanej populacji. Największe różnice występują jednak w zakresie posługiwania się liczbami i orientacji w czasie, co wpływa na obniżenie wyniku ogólnego w zastosowanych próbach umiejętności matematycznych. Najmniejsze różnice dotyczyły orientacji przestrzennej i znajomości figur geometrycznych.

Szczegółowa analiza rezultatów ujawnia, że w poszczególnych mierzonych aspektach umiejętności matematycznych wiele z tych dzieci nie osiągnęło nawet połowy punktów:

1. w zakresie posługiwania się liczbami – 82% dzieci;
2. w zakresie orientacji w czasie – 90% dzieci;
3. w zakresie orientacji w przestrzeni – 49% badanych.

W praktyce oznacza to, że wśród badanych sześciolatków wystąpiła spora grupa dzieci o niskich umiejętnościach matematycznych, słabych umiejętnościach liczenia, obniżonej orientacji w czasie

i przestrzeni. Najbardziej niepokojące w kontekście dalszej edukacji wydaje się uzyskanie przez wymienione dzieci niskich wyników w liczeniu i posługiwaniu się liczbami. Należy jednak pamiętać, że wśród zadań składających się na ten aspekt umiejętności matematycznych znalazły się zadania wykraczające poza ramy programu przedszkolnej edukacji matematycznej. Nieliczne dzieci z tej grupy (34%) potrafiły liczyć sekwencyjnie. Bardzo trudne było także przeliczanie do tyłu (wykonało je 21,9% dzieci z tej grupy).

Tabela 10. Lista rankingowa zadań wymagających posługiwania się liczbami, w kolejności od najłatwiejszych do najtrudniejszych dla dzieci o obniżonych umiejętnościach matematycznych

Umiejętność matematyczna	Odsetek dzieci wykonujących zadanie prawidłowo
Aspekt porządkowy liczby	62,9%
Określanie liczebności zbiorów	57,1%
Czytanie cyfr	55,2%
Pisanie cyfr	50,5%
Liczenie sekwencyjne (1, 2...20)	34,3%
Zadania tekstowe – dodawanie	29,5%
Ustalanie rosnącej serii	25,7%
Liczenie wspak (11, 10, 9...)	21,9%
Zadania tekstowe – odejmowanie	19,0%
Operacje arytmetyczne na liczbach – dodawanie	17,1%
Operacje arytmetyczne na liczbach – odejmowanie	8,6%
Porównywanie liczebności zbiorów	7,6%
Znajomość znaków arytmetycznych	4,8%

Analiza danych zawartych w tabeli 10 pokazuje, że ponad połowa dzieci z grupy o najniższych umiejętnościach matematycznych zna aspekt porządkowy liczby, potrafi określać liczebność zbioru obiektów oraz czytać i pisać cyfry. Mniej niż połowa dzieci z tej grupy potrafi liczyć sekwencyjnie do 20, rozwiązywać zadania tekstowe dotyczące dodawania, uporządkować obiekty w kolejności rosnącej, liczyć wspak.

Większość dzieci z tej grupy nie potrafiła rozwiązywać zadań tekstowych dotyczących odejmowania, nie wykonała poprawnie operacji dodawania i odejmowania na liczbach, nie umiała porównać liczebności zbiorów, nie potrafiła nazwać znaków arytmetycznych używanych do oznaczania działań.

Zalecenie: Wyniki badań wykazały istnienie dużej grupy dzieci o słabiej rozwiniętych umiejętnościach liczenia. Aby wyrównać szanse edukacyjne tych dzieci, należy możliwie wcześniej je wyłonić i przeprowadzić pogłębioną analizę ich trudności. Wskazane jest dobieranie matematycznych zabaw edukacyjnych dostosowanych poziomem trudności do potrzeb tych dzieci, zachęcanie ich do wybierania zabawek matematycznych, współpraca z rodzicami polegająca na wskazywaniu możliwości doskonalenia umiejętności matematycznych w codziennych życiowych sytuacjach.

5.5. Mocne strony badanych dzieci w zakresie umiejętności matematycznych

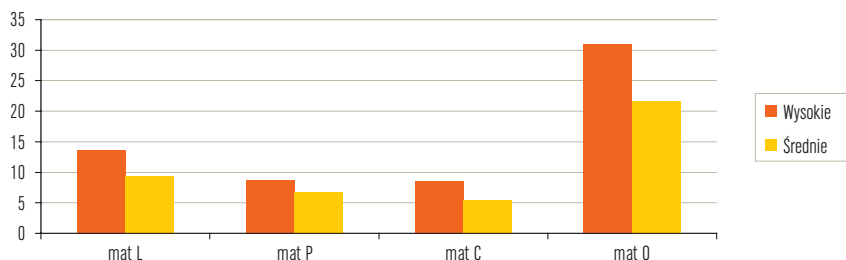
Zadania, w których uzyskano najwyższą średnią punktację, czyli wykonane poprawnie przez większość badanych, można uznać za wskaźniki najlepiej opanowanych umiejętności matematycznych. Do aspektów mogących uchodzić za mocne strony badanej grupy zaliczyć można wybrane przejawy operowania liczbami, orientacji przestrzennej i czasowej, które przedstawiono w tabeli 11 uszeregowane wg kolejności od najłatwiejszych do coraz trudniejszych

Tabela 11. Aspekty ocenianych umiejętności matematycznych najlepiej opanowane w badanej grupie sześciolatków

Umiejętność matematyczna	Odsetek dzieci wykonujących zadanie prawidłowo
Aspekt porządkowy liczby	89,6%
Różnicowanie prostokątów i kwadratów	87,9%
Czytanie cyfr	87,6%
Ocena długości jednostek pomiaru czasu	83,8%
Porównywanie liczebności zbiorów	82,7%
Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie prawej kończyny)	81,8%
Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie lewej kończyny)	79,8%
Sekwencyjne liczenie od 1 do 20	76,4%
Orientacja w przestrzeni (wskazywanie obiektów po lewej stronie)	75,6%
Pisanie cyfr	75%

Przyjęto, że zadania wykonane przez 75% wszystkich dzieci należą do łatwych, dobrze opanowanych przez badaną grupę. Zatem najlepiej opanowanymi umiejętnościami matematycznymi okazały się: znajomość aspektu porządkowego liczby, odczytywanie cyfr 1–9, różnicowanie płaskich figur geometrycznych i znajomość ich nazw, różnicowanie długości podstawowych jednostek służących do pomiaru czasu (godzina, minuta), a także umiejętność prawidłowego porównywania liczebności zbiorów (*gdzie jest więcej?*) oraz orientacja stronna w schemacie własnego ciała. Badane dzieci wykazały się także zadowolającymi umiejętnościami w zakresie liczenia sekwencyjnego do 20 oraz umiejętnością prawidłowego zapisu cyfr dyktowanych przez badającego.

Dalszej analizie poddano wyniki powyżej trzeciego kwartyla (najwyższe 25% w badanej grupie). Były to wyniki ogólne powyżej 28 punktów. Dzieci spełniających ten warunek było w badaniach 108.



Rysunek 2. Rezultaty uzyskane przez dzieci o wysokich umiejętnościach matematycznych na tle średnich wyników w całej badanej grupie.

Rysunek 2 ujawnia, że na wyższy wynik ogólny dzieci o wysokich rezultatach w próbach matematycznych składają się przede wszystkim ich podwyższone umiejętności liczenia i operowania liczbami oraz wyższy poziom orientacji w czasie i wiedzy o jednostkach jego pomiaru. Ze względu na istotny wpływ umiejętności posługiwania się liczbami na wynik ogólny oraz jej znaczenie dla dalszej edukacji, dokonano dokładniejszej analizy zadań wymagających liczenia, które zestawiono wg wzrastającego stopnia trudności w tabeli 12.

Tabela 12. Lista rankingowa zadań wymagających posługiwania się liczbami, w kolejności od najłatwiejszych do najtrudniejszych dla dzieci o podwyższonych umiejętnościach matematycznych

Umiejętność matematyczna	Odsetek dzieci wykonujących zadanie prawidłowo
Aspekt porządkowy liczby	100%
Liczenie wspak (11, 10, 9...)	99,1%
Liczenie sekwencyjne od 1 do 20	98,1%
Pisanie cyfr	98,1%
Określanie liczebności zbiorów	94,4%
Liczenie dziesiątkami (10, 20, ...)	93,5%
Ustalanie rosnącej serii	92,6%
Czytanie cyfr	92,6%
Operacje arytmetyczne na liczbach – dodawanie	88,9%
Zadania tekstowe – dodawanie	88,0%
Zadania tekstowe – odejmowanie	88,0%
Operacje arytmetyczne na liczbach – odejmowanie	75,9%
Liczenie dwójkami do 20	75,0%

Przyjęto, że zadania wykonane przez co najmniej 75% dzieci opisują umiejętności dobrze opanowane w badanej grupie sześciolatek. Wszystkie dzieci z najwyższymi wynikami w próbach umiejętności matematycznych potrafiły poprawnie używać liczb w ich aspekcie porządkowym. Bardzo dobrze poradziły sobie także z liczeniem wspak, zaczynając od 11. Sprawnie liczyły w zakresie od 1 do 20. Niemal wszystkie poprawnie zapisały cyfry dyktowane przez badającego, nie popełniając przy tym błędów o charakterze grafomotorycznym w postaci zniekształceń proporcji i rotacji. Kłopotu nie sprawiło im określanie liczebności zbiorów. Bardzo sprawnie liczyły dziesiątkami. Potrafiły porządkować obiekty w kolejności rosnącej i malejącej. Zdecydowana większość badanych z tej grupy umiała poprawnie odczytać przedstawione na planszy cyfry. Umiejętnością różniącą je od pozostałych dzieci była wysoka sprawność w zakresie wykonywania operacji arytmetycznych na liczbach, szczególnie z zastosowaniem dodawania. Szybko układały zadania tekstowe dotyczące dodawania i odejmowania i potrafiły je poprawnie rozwiązać. Nieco słabiej na tym tle wypadło w charakteryzowanej grupie najlepszych sześciolatek wykonywanie operacji arytmetycznych na liczbach w zakresie odejmowania oraz liczenie sekwencyjne dwójkami od 2 do 20. Na dalszych pozycjach znalazła się znajomość symboli arytmetycznych oraz określanie różnicy liczebności zbiorów (*o ile więcej?*), choć i tak umiejętności te opanowało ponad 60% badanych z tej grupy. Wymienione umiejętności znajdowały się znacznie niżej na liście zadań, wykonywanych w całej grupie (por. tab. 9).

5.6. Porównanie wyników badań z oczekiwanymi umiejętnościami osiąganymi w przedszkolnej edukacji matematycznej

Przedszkolna edukacja matematyczna obejmuje: 1. kształtowanie orientacji w schemacie ciała, 2. znajomość figur geometrycznych, 3. umiejętność klasyfikacji obiektów według różnych cech jakościowych, 4. posługiwanie się liczbami naturalnymi, 5. orientację w czasie, 6. określanie ciężaru przedmiotów i pojemności naczyń (Łada-Grodzicka i inni 2000). W dalszej części dla każdego z aspektów edukacji matematycznej przedstawione zostaną umiejętności oczekiwane w grupie sześciolatków, zaprezentowane wyniki przeprowadzonych badań oraz wnioski płynące z porównań.

Orientacja w schemacie ciała

Program: wskazywanie i nazywanie części ciała, dokładne i bezbłędne posługiwanie się określeniami: prawa, lewa, po prawej, po lewej, na prawo, na lewo; określenie stron u osoby znajdującej się naprzeciwko.

Wyniki: około 80% badanych potrafiło różnicować części ciała po swojej lewej i prawej stronie; około 75% dzieci poprawnie wskazywało obiekty w otoczeniu po określonej stronie; około 70% dzieci rozumiało określenia stron (bezbłędnie wskazywało obiekty znajdujące się po danej stronie od wymienionego przedmiotu); około 60% dzieci poprawnie używało określeń stron.

Wnioski: Umiejętność opanowana w badanej grupie w stopniu wysokim, jednak część dzieci nadal myli strony ciała - wskazane jest wzbogacanie doświadczeń dzieci w nabywaniu tej umiejętności, modelowanie przez nauczyciela wypowiedzi dzieci i zwracanie uwagi na stosowanie przez nie podczas codziennej aktywności określeń: na prawo, w lewo, po prawej... zamiast: tu, tam, poparte wskazaniem miejsca położenia.

Figury geometryczne

Program: sprawne posługiwanie się nazwami figur: koło, kwadrat, trójkąt, prostokąt, kula, sześciąt; rozpoznawanie figur płaskich i przestrzennych w otoczeniu oraz ich różnicowanie.

Wyniki: około 90% dzieci sprawnie posługiwało się nazwami figur i potrafiło różnicować je na płaszczyźnie; około 80% dzieci nie potrafiło podać cech różniących koło od kuli ani wskazać w otoczeniu prawdziwych ich przykładów.

Wnioski: Dobra znajomość nazw figur, różnicowanie kwadratów i prostokątów; słaba umiejętność odróżniania figur płaskich od przestrzennych — konieczny większy akcent na ten rodzaj porównań w dalszej edukacji.

Klasyfikacja obiektów

Program: sprawne porządkowanie zbiorów według różnych cech fizycznych: wielkości, kształtu, długości, szerokości, grubości, wysokości; grupowanie obiektów według kryteriów nadrzędnych i podrzędnych (zwierzęta, drzewa, zabawki).

Wyniki: 80% badanych sprawnie różnicowało i porządkowało figury według kształtu (koła, prostokąty; prostokąty, kwadraty) i wielkości (duże, małe); 70% dzieci nie potrafiło porównać liczebności zbiorów figur i podać różnicy między nimi; 40% dzieci popełniało błędy w szeregowaniu obiektów w kolejności rosnącej.

Wnioski: duża sprawność badanych w porządkowaniu obiektów wg cech fizycznych; sprawne porządkowanie przedmiotów w kolejności rosnącej i malejącej wymaga wielu praktycznych doświadczeń, które należy dziecku zapewnić.

Liczby naturalne

Program: porządkowanie i porównywanie zbiorów o różnej liczebności; dodawanie i odejmowanie obiektów; aspekt kardynalny i porządkowy liczby opanowany w zakresie 1-10; znajomość i różnicowanie znaków i symboli arytmetycznych; rozróżnianie cyfr 0-9; wykonywanie prostych działań z użyciem znaków +, -, <, >, =; sekwencyjne liczenie do 10; rozwiązywanie prostych zadań tekstowych.



Wyniki: średni wynik w próbach mierzących te umiejętności wyniósł 59% maksymalnej punktacji; około 80% badanych sprawnie liczyło do 20; około 40% potrafiło liczyć dwójkami do 20; około 20% liczyło piątkami do 50; około 50% potrafiło liczyć dziesiątkami; około 70% liczyło wspak od 11 do 1; około 80% znało cyfry od 0 do 9 (potrafiło je pisać i czytać); około 60% popełniało błędy w określaniu i różnicowaniu symboli arytmetycznych (+, -, =, <, >); około 40% dzieci nie potrafiło układać ani rozwiązywać prostych zadań tekstowych; około 50% poprawnie wykonywało operacje dodawania i odejmowania na liczbach, bez kontekstu sytuacyjnego.

Wnioski: należy wprowadzać więcej zabaw z liczbami (liczenie wspak) i odmierzaniem równej miary (liczenie dwójkami, piątkami, dziesiątkami); wskazane jest więcej doświadczeń, polegających na układaniu i rozwiązywaniu zadań tekstowych, a także więcej doświadczeń z dokonywaniem operacji na cyfrach z zastosowaniem znaków arytmetycznych.

Czas

Program: porównywanie czasu wykonywanych czynności; poprawne posługiwanie się określeniami pory doby i dnia; prawidłowe posługiwanie się określeniami wczoraj, dziś, jutro; znajomość nazw dni tygodnia, pór roku; osłuchanie się z nazwami miesięcy.

Wyniki: średni wynik w próbach mierzących te umiejętności wyniósł 55% maksymalnej punktacji; około 30% badanych nie zna prawidłowej kolejności pór roku; około 40% dzieci myli pory dnia; około 50% nie rozumiało określenia pojutrze, a około 60% - określenia przedwczoraj; około 30% nie potrafiło wymenić po kolei dni tygodnia; około 80% nie wiedziało, ile miesięcy ma rok, a około 70% nie znało nazw nawet kilku miesięcy.

Wnioski: należy stopniowo wprowadzać nazwy miesięcy, ich liczbę w roku, określenia przedwczoraj i pojutrze, wymagające dokonywania operacji dodawania i odejmowania dni (zabawy z dniami tygodnia); wskazane jest więcej

doświadczeń dotyczących kolejności pór roku i dni tygodnia, wprowadzających, a następnie utrwalających wiedzę w tym zakresie.

Określenia służące do opisu zmian zachodzących w czasie są dla dziecka pojęciami o wysokim stopniu abstrakcji, dlatego ich opanowanie powiązane jest z osiągnięciem określonego etapu rozwoju, zarówno w zakresie rozumowania operacyjnego, jak i myślenia abstrakcyjnego. Orientacja w czasie jest umiejętnością, która kształtuje się na bazie doświadczeń dziecka, dzięki którym dostrzega ono zmiany zachodzące w przyrodzie, zauważa różnice między porami dnia, odróżnia dzień od nocy, nabiera rozeznania, że czas upływa oraz że można go mierzyć. Te umiejętności wymagają zaangażowania wielu funkcji: orientacyjnych (w bliższym i dalszym otoczeniu), poznawczych (np. pamięci, uwagi, spostrzegania), językowych (przyswojenie nazw określeń związanych z pomiarem czasu) oraz wiedzy (np. że rok ma 12 miesięcy, a tydzień 7 dni), powiązanej z posługiwaniem się liczbami i wykonywaniem działań arytmetycznych (*ile czasu upłynęło, ile pozostało*). Jest to zatem umiejętność bardzo złożona, wieloaspektowa, i dlatego jej opanowanie wymaga cierpliwego i starannego modelowania z wykorzystaniem okoliczności stwarzających do tego sposobność.

Ciężar i pojemność

Te umiejętności nie były oceniane w badaniach, gdyż w początkowej edukacji szkolnej największy nacisk położony jest na umiejętności arytmetyczne, którymi zajęto się najdokładniej.

Podsumowanie – próba syntezy

W badanej próbie losowo wybranych sześciolatków poziom posługiwania się liczbami okazał się zadowalający, ale zróżnicowany. Najlepiej rozwiniętą spośród badanych umiejętnością była orientacja przestrzenna, najstąbiej - orientacja w czasie i jednostkach jego pomiaru.

1. Posługiwanie się liczbami. Pozytywną obserwacją jest fakt, że większość dzieci potrafiła

liczyć sekwencyjnie i znała kolejne liczebniki od 1 do 20, czyli w zakresie wykraczającym poza wymagania programowe. Różnice dotyczyły poprawności kolejności oraz zakresu używanych liczebników, który waha się w granicach od 5 do 100, w sporadycznych przypadkach nawet do 1000, co znacznie wykracza poza program matematycznej edukacji przedszkolnej.

Wśród badanych dzieci 90% potrafiło porządkować kolejnym obiektom liczebniki porządkowe w zakresie od 1 do 10, było to zatem zadanie bardzo łatwe. Nieco gorzej badani poradzi sobie z porządkowaniem obiektów w kolejności rosnącej, tu 63% dzieci wykonało zadanie poprawnie, a 37% popełniło przynajmniej jeden błąd. Wyznaczanie konsekwentnych serii powinno być systematycznie ćwiczone, zwłaszcza u dzieci, które nie potrafią bezbłędnie porządkować obiektów w kolejności rosnącej bądź malejącej.

Pośród badanych dzieci 80% prawidłowo różnicowało figury geometryczne pod względem wielkości i kształtu. Potrafiło je także przeliczyć i wskazać, których figur jest więcej. Zadania rozwijające umiejętności arytmetyczne powinny uwzględniać wzrastający stopień trudności i przechodzić od jednoetapowych do coraz bardziej złożonych, wieloetapowych operacji i działań.

Analiza uzyskanych wyników wskazuje, że 88% badanych potrafi czytać wszystkie cyfry, nie popełniając przy tym żadnego błędu. Pisanie cyfr jest zadaniem trudniejszym, zostało poprawnie wykonane przez 75% badanych dzieci. Więcej trudności sprawiało rozpoznawanie znaków arytmetycznych: $<$, $>$, $+$, $-$, $=$. Znajomość cyfr, ich rozpoznawanie i pisanie zostały opanowane przez badane dzieci na poziomie wymagań programowych. Ćwiczenia wymaga rozpoznawanie znaków arytmetycznych, a prawidłowe ich nazywanie – utrwalania.

Wykonywanie działań arytmetycznych na liczbach jest dla dzieci sześciolatkich umiejętnością, którą dopiero nabywają. W badanej grupie dzieci lepiej poradziły sobie z dodawaniem (57% prawidłowych odpowiedzi) niż z odejmowaniem,

które jest operacją trudniejszą. Działania odejmowania w zakresie 1–10 zostały wykonane poprawnie przez 43% dzieci. Poziom dokonywania operacji dodawania i odejmowania na liczbach jest w badanej grupie sześciolatków zgodny z oczekiwaniami, a umiejętności te znajdują się w fazie opanowywania, ich doskonalenie nastąpi w klasie pierwszej szkoły podstawowej.

Badane dzieci dobrze poradziły sobie zarówno z rozwiązywaniem prostych zadań tekstowych, jak i z ich samodzielnym układaniem do zapisanej operacji arytmetycznej. Ponad połowa badanych (59%) potrafiła układać i rozwiązywać zadania wymagające dodawania w zakresie 1–10. Zbliżony odsetek (57% dzieci) poradził sobie z zadaniami wymagającymi odejmowania. Oznacza to, że operacje arytmetyczne wykonywane w kontekście sytuacyjnym są przez dzieci sześciolatków lepiej wykonywane niż działania w tym samym zakresie liczbowym, ale takiego kontekstu pozbawione.

2. Orientacja w przestrzeni. Badane sześciolatki prawidłowo różnicują płaskie figury geometryczne i ich nazwy, nawet przy niewielkich różnicach pomiędzy nimi (kwadrat, prostokąt). Trudności sprawia im różnicowanie figur płaskich i przestrzennych. Umiejętność ta powinna być dalej kształtowana w toku edukacji przedszkolnej.

Dzieci z badanej grupy potrafiły wskazać swoje części ciała po prawej i lewej stronie. 80% badanych sześciolatków umie określić, która ręka jest prawa, i wskazać bezbłędnie zewnętrzną część ciała po swojej lewej stronie. Otoczenia opieką wymaga pozostałe 20% dzieci, które nie radzą sobie z rozróżnianiem swojej prawej i lewej strony, co również powoduje trudności w takiej stronnej orientacji w przestrzeni.

Zgodnie z prawidłowościami rozwoju, określanie stron położenia przedmiotów w przestrzeni okazało się trudniejsze dla badanych dzieci niż wskazywanie swojej lewej i prawej strony. Zadania tego typu poprawnie wykonało około 70% badanych. Pozostałe 30% dzieci myliło nazwy stron i nie poprawiało popełnionego

obłądu. Około 60% sześciolatków potrafiło prawidłowo wskazywać przedmioty na polecenie zawierające określenie strony (*na prawo od*). 40% badanych nie radziło sobie z zadaniami tego typu i wymieniało przedmioty po stronie nieadekwatnej do wymienionej w poleceniu. Wskazywanie części ciała po stronie prawej i lewej jest umiejętnością opanowaną najlepiej, natomiast orientacja stronna w przestrzeni pozostaje w trakcie rozwoju, przy czym łatwiej dzieciom określać stronę niż wymieniać przedmioty, które są stronnie zlokalizowane. Te umiejętności wymagają dalszego treningu w formie zabawy połączonej z aktywnym działaniem.

3. Orientacja w czasie jest kategorią umiejętności matematycznych wymagającą ogólnej wiedzy o świecie, bez której nie zostanie prawidłowo opanowana. W przedszkolnej edukacji matematycznej należy intensywnie wprowadzać określenia służące do pomiaru czasu i stwarzać dzieciom okazję do subiektywnej oceny jego upływu. Ćwiczenia wymagające określenia czasu z zastosowaniem operacji liczenia do przodu i do tyłu mogą okazać się przydatne w rozwijaniu myślenia operacyjnego na poziomie operacji konkretnych.

Większość badanych znała pory roku i potrafiła je wymienić po kolei. Mniej niż połowa dzieci



(30%) nie potrafiła podać ich w poprawnej kolejności. Około 65% badanych wykazało znajomość nazw pór dnia (rano, południe, popołudnie, wieczór). Badane dzieci umiały poprawnie porównać długość jednostek czasu zegarowego. Jednak 16% miało trudności z rozstrzygnięciem tej kwestii (*Co trwa dłużej, godzina czy minuta?*), co świadczy o braku świadomości zróżnicowania jednostek pomiaru czasu.

Spśród badanych 61% podało prawidłową liczbę dni tygodnia, a 66% potrafiło wymienić nazwy siedmiu dni we właściwej kolejności. Na uwagę zasługuje fakt, że aż 25% dzieci potrafiło wymienić przynajmniej 6 nazw miesięcy, niektóre czyniły to nawet we właściwej kolejności.

4. Umiejętności matematyczne opanowane najslabiej. Dużo kłopotów sprawiało dzieciom różnicowanie figur płaskich i przestrzennych. Trudne było również podanie liczby miesięcy w roku oraz nazw kilku miesięcy, nawet bez zachowania właściwej kolejności. Do zadań trudnych należało porównywanie liczebności zbiorów. W całej grupie słabiej wypadło też rozpoznawanie znaków arytmetycznych, które są intensywnie używane w klasie pierwszej nauczania zintegrowanego, a ich znajomość ułatwia przejście do operowania liczbami oderwanymi od kontekstu sytuacyjnego.

5. Umiejętności matematyczne opanowane najlepiej. W badanej grupie 500 sześciolatków najlepiej opanowanymi umiejętnościami matematycznymi okazały się: znajomość aspektu porządkowego liczby, odczytywanie cyfr 0–9, różnicowanie płaskich figur geometrycznych i znajomość ich nazw, różnicowanie podstawowych jednostek służących do pomiaru czasu (*godzina, minuta*), a także prawidłowe porównywanie liczebności zbiorów (*gdzie jest więcej?*) oraz orientacja stronna w schemacie własnego ciała. Badane dzieci wykazały się także umiejętnościami w zakresie liczenia sekwencyjnego do 20 oraz umiejętnością prawidłowego zapisu cyfr dyktowanych przez badającego.

Oceniając przygotowanie badanych sześciolatków do rozpoczęcia edukacji matematycznej

w ramach kształcenia zintegrowanego, należy podkreślić ich 1. dobrą orientację przestrzenną, znajomość figur geometrycznych i umiejętność wzrokowego ich różnicowania, 2. przeciętny poziom przygotowania do liczenia, dokonywania operacji arytmetycznych, układania i rozwiązywania zadań tekstowych oraz 3. nieco niższy poziom znajomości jednostek pomiaru czasu i umiejętności posługiwania się nimi.

W procesie oceny dużej grupy nie można pominąć dzieci o obniżonych umiejętnościach matematycznych. Dzieci te należy otoczyć szczególną opieką w celu wyrównania ich szans edukacyjnych i zapobiegania niepowodzeniom w nauce szkolnej. Dodatkowego wsparcia wymagają sześciolatki, które miały trudności z posługiwaniem się liczbami.

Na uwagę zasługują też dzieci o umiejętnościach rozwiniętych powyżej przeciętnej dla grupy. Ich również nie można pominąć. W postępowaniu z tymi dziećmi ważne jest stawianie im coraz większych wymagań i zadań dostosowanych do ich podwyższonych możliwości. W przeciwnym bowiem razie może pojawić się zniechęcenie, spadek motywacji do rozwiązywania zadań, a w dalszej konsekwencji niewykorzystanie tkwiącego w nich potencjału. Ze względu na swoją różnorodność edukacja matematyczna stwarza warunki do tworzenia postaw sprzyjających uczeniu się w ciągu całego życia. Ważne, aby tej okazji nie zmarnować.

Bibliografia

- Butterworth B. (1999). *The Mathematical Brain*. London: Macmillan.
- Butterworth B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3-18.
- Donaldson M. (1986). *Myślenie dzieci*, Warszawa: WSiP.
- Gelman R., Butterworth B. (2005). Number and language: how are they related? *Trends in Cognitive Sciences*, 9, 1, 6-10.
- Gruszczyk-Kolczyńska E. (1992). *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*. Warszawa: WSiP.
- Gruszczyk-Kolczyńska E. (1999). *Dziecięca matematyka. Diagnozowanie dziecięcej kompetencji. Filmy dla nauczycieli, pedagogów i psychologów*. Warszawa: WSiP.
- Łada-Grodzicka A., Betczewska E., Herde M., Kwiatkowska-Klarzak E., Wasilewska J. (2000). *ABC. Program wychowania przedszkolnego XXI*. Warszawa: WSiP.
- Nunes T., Bryant P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers.
- Oszwa U. (2005). *Zaburzenia rozwoju umiejętności arytmetycznych. Problem diagnozy i terapii*. Kraków: OW Impuls.
- Oszwa U. (red.) (w druku). *Psychologia trudności arytmetycznych. Doniesienia z badań*. Kraków: OW Impuls.
- Piaget J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Van Lehn K. (1986). Arithmetic procedures are induced from examples. W: Hiebert J. (ed.). *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*. New York: Earlbaum, Hillsdale.



Wydane pod wspólnym tytułem „Doradca Nauczyciela Sześciolatek” podręcznik do Skali Gotowości Szkolnej oraz zeszyty metodyczne stanowią integralną całość. Opracowania łączy współczesne rozumienie gotowości szkolnej, a ich tematy odnoszą się do różnych jej aspektów. Zeszyty zawierają praktyczne propozycje programów, scenariuszy zajęć i zabaw oraz wnioski sformułowane na podstawie przeprowadzonych badań. Całość pomoże nauczycielom rozpoznać w zachowaniu dzieci przejawy aktywności, samodzielności, umiejętności społecznych, komunikacyjnych, gotowości do nauki czytania i matematyki, a przede wszystkim lepiej dzieci rozumieć i świadomie wspierać ich rozwój.

Elżbieta Koźniewska