

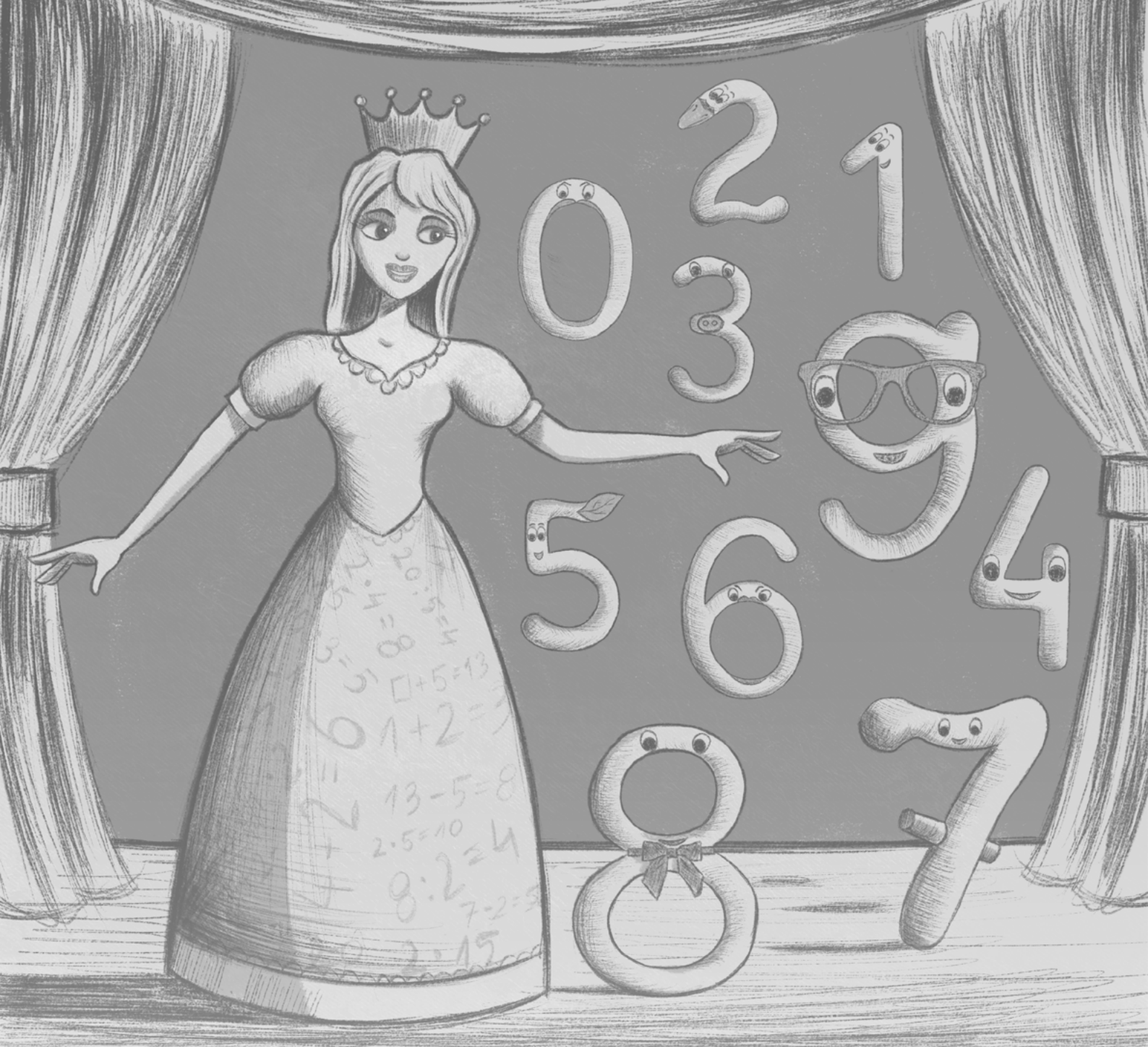


Renata Pasymowska

W Cyferkowie

Witajcie w świecie Królowej Matematyki!

Poradnik metodyczny do programu edukacji wczesnoszkolnej
„W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie”



Renata Pasymowska

W Cyferkowie

Witajcie w świecie Królowej Matematyki!

Poradnik metodyczny do programu edukacji wczesnoszkolnej
„W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie”

Konsultacja merytoryczna
Wydział Rozwoju Kompetencji Kluczowych
Anna Kasperska-Gochna

Redakcja i korekta
Elżbieta Gorazińska

Projekt okładki, layout,
redakcja techniczna i skład
Wojciech Romerowicz

Rysunki
Joanna Pasymowska
Wojciech Romerowicz

Rysunek na okładce
Wojciech Romerowicz

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Warszawa 2021
Wydanie I

ISBN 978-83-66830-32-5

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach licencji
Creative Commons Uznanie Autorstwa – Użycie Niekommercyjne (CC BY-NC)

Ośrodek Rozwoju Edukacji
Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
www.ore.edu.pl

Spis treści

Wstęp.....	6
1. Teorie psychologiczne w edukacji matematycznej, na których opiera się koncepcja Cyferkowa.....	10
2. Nawiązanie do programu nauczania „W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie”.....	11
3. Pytania o ważne kwestie w związku z koncepcją Cyferkowa.....	13
3.1. Co jest celem koncepcji?.....	13
3.2. Jakie zadania stoją przed nauczycielem?.....	14
3.3. Jakie metody pracy znalazły zastosowanie w realizacji koncepcji?.....	14
3.4. Jakie są preferowane formy pracy?.....	15
3.5. Jakie środki dydaktyczne należy przygotować?.....	16
3.6. Co to jest Cyferkowo?.....	17
3.7. Kiedy myślenie jest matematyczne?.....	17
3.8. Na co może liczyć dziecko w Cyferkowie?.....	18
3.9. W jaki sposób pomaga Królowa Matematyka?.....	18
3.10. Jak uczy się dziecko w Cyferkowie?.....	18
3.11. Jaka jest rola nauczyciela?.....	19
3.12. Na czym będą polegały matematyczne eksploracje w Cyferkowie?.....	19
3.13. Jaka jest rola wielozmysłowości w edukacji matematycznej?.....	19
3.14. Co leży u podstaw kształcenia matematycznego?.....	20
4. Matematyczne doświadczanie przestrzeni w edukacji wczesnoszkolnej.....	22
4.1. Matematyczne treningi w sali gimnastycznej.....	23
4.2. Matematyczne zabawy na powietrzu.....	26
5. Klasyfikacje – zaproszenie do myślenia.....	27
6. O liczeniu. Matematyczne niespodzianki, czyli co Królowa w tajemniczych woreczkach chowa?.....	28
7. O Cyfrach z Cyferkowa.....	29
7.1. Jak powstały cyferki?.....	29
7.2. Praca nad aspektem symbolicznym liczby.....	34
7.3. Ćwiczenia utrwalające kształt cyfr.....	37
7.4. Powiązanie aspektu symbolicznego z kardynalnym.....	38
8. Gdzie mieszkają liczby w Cyferkowie?.....	39
8.1. Aspekt miarowy liczb – oś liczbowa.....	39
8.2. Aspekt porządkowy liczb – tabela stu liczb.....	40

9. Propozycje spotkań z maskotkami symbolizującymi cyfry z Cyferkowa	42
9.1. Witaj, Jedyneczko!	42
9.2. Witaj, Dwójeczko!	43
9.3. Witaj, Trójeczko!	44
9.4. Witaj, Czwóreczko!	44
9.5. Witaj, Piąteczko!	45
9.6. Witaj, Szósteczko!	45
9.7. Witaj, Siódemeczko!	45
9.8. Witaj, Ósemeczko!	46
9.9. Witaj, Dziewiąteczko!	46
9.10. Witaj, Zero!	47
10. Historia o pełnej dziesiątce	47
10.1. Trening czyni mistrza	49
11. Suma w Cyferkowie	50
11.1. Nazwy liczb w dodawaniu	52
12. Różnica w Cyferkowie	54
12.1. Różnica to odejmowanie. Co to znaczy?	56
13. Ćwiczenia w dodawaniu i odejmowaniu	59
14. Iloczyn w Cyferkowie	60
15. Iloraz w Cyferkowie	65
16. Ćwiczenia w mnożeniu i dzieleniu	70
17. Całości i części w Cyferkowie	72
18. O umiejętnościach rachunkowych w Cyferkowie	74
19. Historia o cyfrach rzymskich	78
20. O pieniądzach	79
21. Ważenie, odmierzanie i mierzenie w Cyferkowie	83
22. Zadaniowo	85
23. Liczby dwucyfrowe i trzycyfrowe – o Matematyce Porządnisi	88
24. Historia o zegarze, cyfry elektroniczne	91
25. Równania – poszukiwanie niewiadomej. Obliczanie czy zgadywanie?	93
26. Matematyczne Stacje Badawcze	94
27. Orientacja w przestrzeni i na płaszczyźnie. Geometria w Kocykowie – pion, poziom, skos i podstawowe kierunki oraz oś symetrii	96
28. Historia o porządku w Cyferkowie, o zimowej krainie i jeszcze o termometrze	101
29. Planowanie w Cyferkowie	102

30. Projektowanie w Klockowie – trójwymiarowość.....	104
31. O kalendarzu.....	105
32. Gry matematyczne w Cyferkowie.....	106
33. Porównywanie w Cyferkowie.....	108
34. Zasady Królowej Matematyki.....	110
35. Dlaczego Matematyka jest Królową Nauk?.....	111
36. Do czego człowiekowi potrzebna jest matematyka?.....	112
37. O numerach, kodach, szyfrach i hasłach.....	113
38. Problem Królowej Matematyki, czyli co należy zrobić, żeby dzieci ją polubiły.....	115
39. O ocenianiu i monitorowaniu postępów uczniów.....	117
Podsumowanie.....	119
Bibliografia.....	120
Aneks.....	122

Wstęp

Niniejszy poradnik metodyczny dedykuję szkole ćwiczeń. Napisałam go na podstawie programu nauczania mojego autorstwa *W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie*, opublikowanego na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej Ministerstwa Edukacji i Nauki¹. Poradnik stanowi uzupełnienie koncepcji programu nauczania poprzez przedstawienie szczegółowych wskazówek dotyczących rozwijania myślenia matematycznego uczniów I etapu edukacyjnego. Jego celem jest przede wszystkim umożliwienie studentom kierunków pedagogicznych praktycznej weryfikacji teorii poznawanej w czasie studiów. Celem tym jest również wzbogacanie warsztatu pracy zarówno przez nauczycieli rozpoczynających karierę zawodową, jak i tych pedagogów, którzy nieustannie poszukują skutecznych metod nauczania dla konkretnych grup uczniów.

Zaprezentowany w opracowaniu sposób realizacji treści kształcenia może stać się inspiracją do podejmowania przez nauczycieli innowacyjnych działań dydaktycznych, wychowawczych i organizacyjnych. W poradniku przedstawiam bowiem niekonwencjonalne rozwiązania metodyczne, które są efektem moich wieloletnich poszukiwań i doświadczeń w codziennej pracy z dziećmi. Wszystkie pomysły, które proponuję, wyrosły na gruncie obserwacji oraz zostały zweryfikowane praktycznie. Z tego właśnie powodu mogą pobudzić uczących do refleksji nad procesem kształcenia, a studentów przygotować do zawodu nauczyciela. W opracowaniu dzielę się swoimi spostrzeżeniami, wychodząc naprzeciw potrzebom współczesnej szkoły, która zabiega o refleksyjnych profesjonalistów, nieobawiających się twórczego podejścia do budowania klimatu uczenia się.

Moim celem jest zainspirowanie odbiorcy innowacją w postaci małych form teatralnych, po to by wszystkie dzieci, a zwłaszcza ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi (SPE), mogły odnosić sukcesy. Nauczycielom nie wolno bowiem zapominać, że ich nadrzędnym zadaniem jest zwiększanie szans edukacyjnych uczniów poprzez zapewnienie im warunków do rozwijania indywidualnego potencjału. W odpowiedzi na te oczekiwania koncepcja, którą przedstawiam, umożliwi pełnię rozwoju osobistego dziecka na miarę możliwości każdego z nich, a wykorzystane metody teatralne z pewnością pomogą w szerokim włączeniu małego obywatela w życie społeczne.

Na początek zapraszam nauczycieli na krótkie rozważania w nawiązaniu do słowa, które – jak wiemy – kryje w sobie magiczną moc. Im częściej będziemy mu się przyglądać, tym skuteczniej je zrozumiemy. Musimy ponadto zastanowić się, jakie słowa kryje w sobie wyraz MATEMATYKA? Od razu widzimy, że przede wszystkim – podwójne MA, które można zinterpretować jako poczucie pewnej wartości, bo bezsprzecznie nauka ta bazuje na konkretnej mocy. Gdy przyjrzymy się tej nazwie uważniej, przeczytamy

¹ Pasybowska R., (2019), *W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie. Program nauczania edukacji wczesnoszkolnej w szkole podstawowej*, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

słowa: MA TEMATY, TEMATY i TEMATYKA. Jak widać, trudno wymienić całe bogactwo zagadnień, którymi zajmuje się ten przedmiot.

Matematyka na każdym etapie edukacyjnym prowokuje do wysiłku intelektualnego, przypominającego siłownię umysłową, którą łatwo powiązać z ukrywającym się w jej nazwie słowem MATY. Jego część TY zdradza, że bez człowieka i ludzkiej dociekliwości przedmiot ten nie istnieje. Występujący w jego nazwie wyraz TYKA ma dwa znaczenia. Po pierwsze, można go powiązać z odgłosem zegara, który kojarzy się z działaniem, porządkiem, rytmem, przewidywalnością i nieskończonością, i po drugie, oznacza podporę dla wzrastającej rośliny, będącej symbolem rozwoju. Taką właśnie rolę odgrywa matematyka w procesie nauczania. Ale w jej nazwie można wyczytać także słowo MAT. W rozgrywce szachowej mat kończy porażką grę tego zawodnika, którego król został zmatowany. Danie przeciwnikowi mata jest celem obu rywali. W matematyce zaś MAT może stać się symbolem osobistego zwycięstwa, gdy uczeń zmatuje poczucie lęku i niechęci. Wszystkie te zabiegi prowadzą do zdobycia tytułu MATEMATYK. Czytając wyraz MATEMATYKA wspan, znajdziemy w nim także słowo TAM, które może oznaczać konkretną przestrzeń, niezbędną do matematycznych eksploracji. Analizując dalej tę nazwę, dotrzemy również do słowa META, które przywołuje poczucie ulgi na finiszu i satysfakcji wynikającej z włożonego wysiłku.

Uczeń, obcując z matematyką, często doświadcza takich sytuacji. Łatwo może więc zauważyć także wyraz ETA. Oznacza on siódmą literę alfabetu greckiego, która w języku starogreckim jest znakiem samogłoski „e”, natomiast w greckim systemie liczbowym symbolizuje liczbę „8”. Ta ciekawostka może przypominać tajemniczą niewiadomą w matematyce, przedstawianą w postaci litery, która w kontekście wyrażenia niesie pewną wartość. Na zakończenie wnikliwej analizy docieramy do słowa TA, kojarzącego się z konkretem stanowiącym filar procesu myślenia. Podsumowując rozważania, stwierdzamy, że to niezwykle ekscytujące móc odkrywać pewne oczywistości. Czym zatem jest matematyka dla ucznia edukacji wczesnoszkolnej?

W nawiązaniu do powyższej zabawy literowej, posiłkując się wieloletnim doświadczeniem zawodowym, konstatuje, że matematyka dla dzieci w klasach I–III jest przede wszystkim poletkiem doświadczalnym, pełnym konkretów, działań, wyobrażeń, niewiadomych, zawłości, sprzeczności, obrazowania itp. Przedmiot ten sprzyja zarówno sukcesom, jak i porażkom, wzbudza wiele skrajnych emocji. Wszystko to z jednego powodu: pojęcia matematyczne wymagają abstrakcyjnego myślenia, natomiast myślenie dziecka na poziomie edukacji wczesnoszkolnej ma charakter konkretny i obrazowy.

A zatem w pracy z uczniami będącymi na tym etapie rozwoju należy zastosować takie metody, które po pierwsze umożliwią im wejście na wyższy poziom intelektualnych możliwości, a po drugie wyjdą naprzeciw przeszkodom i trudnościom. Ważne, by pozwalały dzieciom na rozwijanie się dzięki matematyce, a nie tylko na uczenie ich matematyki.

Jeśli poprowadzimy uczniów właściwą ścieżką, to większość z nich, w tym dzieci z problemami w nauce, poczuje, czym jest ulga i satysfakcja na mecie.

Nieustannie poszukuję więc metod, które sprawią, że każde dziecko odniesie sukces na miarę swoich możliwości. Jedną z nich jest wyimaginowany świat Królowej Matematyki, o którym opowiem w tym poradniku. Zaznaczam, że matematyka w edukacji wczesnoszkolnej, tak jak pozostałe edukacje, ma na celu całościowy rozwój dziecka. Powołując się na podstawę programową kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej², przypominam też, że nauczanie ma sprzyjać odkrywaniu przez uczniów własnych możliwości i gromadzeniu doświadczeń, a nauczyciel jest zobowiązany respektować ich indywidualną wiedzę. Należy w takim razie dać matematyce szansę – by stała się przyjazna dla dzieci i skradła ich serca.

Jak to uczynić? Odpowiedź można znaleźć w podstawie programowej. Przede wszystkim trzeba zastosować właściwą organizację sytuacji edukacyjnych, aby umożliwić dzieciom eksperymentowanie, nabywanie doświadczeń oraz poznawanie polisensoryczne. Ważne jest wspieranie wszelkiej aktywności uczniów oraz mechanizmów prowadzących do samodzielnego uczenia się. Należy dostosować metody i formy pracy do potrzeb i możliwości dzieci, które powinny się uczyć głównie przez zabawę. Istotna jest również przestrzeń edukacyjna, mająca na celu stymulowanie naturalnej ciekawości uczniów. Nie można też zapominać, że proces kształcenia w edukacji wczesnoszkolnej ma charakter zintegrowany.

Samo eksplorowanie, wyczerpujące treningi umiejętności i rozwijanie myślenia nie wystarczą jednak, gdy mamy do czynienia z dzieckiem ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Dziecko to jest niezwykle wymagające, ponieważ odbiera świat inaczej. To właśnie praca z takimi uczniami stała się dla mnie prawdziwą lekcją, która sprawiła, że nie ustawałam w poszukiwaniu drogi do dziecięcych umysłów. Drogowskazem okazał się dla mnie teatr, który nie kojarzy się z metodami szkolnymi. A jednak wykorzystałam jego małe formy, by przenosić uczniów w wyimaginowany świat. Z czasem zauważyłam, że taki rodzaj pracy przynosi niezwykle efekty.

Zaczęłam więc uprawiać „edukacyjną magię”. Zapoznałam dzieci z fikcyjną postacią, noszącą znamienne nazwę KRÓLOWA MATEMATYKA. Postać ta charakteryzuje się upodobaniem porządku, precyzji, perfekcji, jest też zagadkowa, konkretna, praktyczna, otwarta, dociekliwa, przyjazna, zasadnicza, badawcza, wnioskująca, pomocna itp. Z czasem moi uczniowie odkryli, dlaczego jest królową. Każdego dnia mocą wyobraźni wprowadzam dzieci do jej miasteczka, które nazywa się CYFERKOWO.

² Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej, Dz.U. 2017, poz. 356.

W konsekwencji stosowania przez nauczyciela małych form teatralnych uczniowie mogą trenować matematyczne umiejętności na scenie codzienności. Pełnią rolę aktorów, statystów, reżyserów, scenografów i widzów. I co najważniejsze... zdobywają wiedzę przy okazji dobrej zabawy. Dzięki patrzeniu na problem z wielu perspektyw dzieci stają się mądre. Uczą się m.in. myśleć, mylić, poprawiać błędy, przegrywać, słuchać siebie nawzajem, drażnić problem i mówić o nim. Nabierają pewności siebie i odnoszą sukcesy, ponieważ potrafią zastosować techniki, które zdradza im Królowa Matematyka. Z racji wyobrażenia tej właśnie postaci, reprezentującej rozległą wiedzę, matematyka stanie się dla nich osiągalna i namacalna.

Edukacja wczesnoszkolna sprzyja kreowaniu przestrzeni edukacyjnej, zwłaszcza że nauczyciele nie są obwarowani dzwonkami. Każde zajęcia mogą być osobnym scenariuszem teatralnym, pełnym postaci, akcji, dialogów, rekwizytów i scenografii. Wystarczy go tylko wyreżyserować i sprawić, by mocniej zabiły dziecięce serca.

Renata Pasymowska

⇒ 1. Teorie psychologiczne w edukacji matematycznej, na których opiera się koncepcja Cyferkowa

Pojęcia matematyczne mają swoją specyfikę, można nawet przyjąć, że różnią się od innych terminów w dość istotny sposób³. Powstają one głównie na drodze abstrahowania tylko niektórych cech realnych przedmiotów i ich uogólniania. Treścią pojęć matematycznych są określone relacje między przedmiotami, a także pewne sposoby manipulowania nimi, nie zaś cechy konkretnych obiektów.

Można stwierdzić, że pojęcia matematyczne, tak jak cała matematyka, mają charakter operatywny. Szczególne znaczenie dla kształcenia matematycznego ma teoria J. Piageta⁴, który był zwolennikiem aktywności poznawczej uczniów i zachęcania ich do eksperymentowania. Uczony brał również pod uwagę zasadę stopniowania trudności, przejawiającą się w respektowaniu ontogenicznych prawidłowości, tj. powolnym rozwoju koncentracji uwagi, której potrzebne są częste wzmocnienia. Autorka poradnika w pełni akceptuje stanowisko J. Piageta, który twierdził także, że każda prawda powinna być przez ucznia na nowo odkryta⁵.

Ponieważ trening i doświadczanie warunkują prawidłowy rozwój dziecka, bardzo trafna i przydatna w praktyce nauczania matematyki jest typologia poziomów rozumienia i kształtowania pojęć P.H. van Hiele, psychologa i dydaktyka holenderskiego⁶. Uczony ten uznał, że istnieje kilka poziomów myślenia, a co za tym idzie – poziomów rozumienia pojęć i rozumowania: poziom wzrokowy, opisowy i logiczny. Każdy z nich jest nierozzerwalnie związany z językiem dziecka, coraz bardziej ścisłym i poprawnym pod względem matematycznym.

Na etapie edukacji wczesnoszkolnej ważne są dwa pierwsze poziomy rozumowania. **Poziom wzrokowy** – dziecko poznaje nowe pojęcia na podstawie obserwacji przedmiotów, manipulowania nimi oraz doświadczeń na nich prowadzonych. Dziecko rozpoznaje przedmioty należące do danej klasy, kierując się ich wyglądem i ujęciem całościowym, np. odróżnia koło od trójkąta, nie znając własności tych figur. **Poziom opisowy** – nowe pojęcia kształtują się w wyniku obserwacji i wyróżniania własności przedmiotów. Obiekty są postrzegane przez dziecko wraz z ich składowymi oraz charakterystycznymi cechami, które uczeń rozpoznaje, wyróżnia i opisuje. Na tym etapie spojrzenie ucznia jest analityczne, jego język zaś oddaje to, co uczeń stwierdził.

³ Por. Pasymowska R., (2002), *Możliwości wzbogacania zajęć matematycznych w nauczaniu zintegrowanym*, [w:] Nowicka M. (red.), *Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły*, Olsztyn: Uniwersytet Warmińsko-Mazurski.

⁴ Wadsworth B.J., (1998), *Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

⁵ Piaget J., (1997), *Dokąd zmierza edukacja*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

⁶ Wilk-Siwiek B., (1996), *Przewodnik metodyczny 3. O nauczaniu i uczeniu się matematyki w klasie trzeciej szkoły podstawowej*, Bielsko-Biała: Wydawnictwo Kleks.

W matematyce według twierdzenia van Hiele buduje się pojęcia na pojęciach, tworząc w ten sposób piętra abstrakcji.

W tworzeniu pojęć matematycznych niezbędna jest także różnorodność aktywności, którą opisuje Z. Krygowska⁷. Według tej teorii **czynnościowe nauczanie matematyki** jest postępowaniem dydaktycznym, uwzględniającym jej operatywny charakter równoległe z psychologicznym procesem interioryzacji, prowadzącym od czynności konkretnych i wyobrażeniowych do operacji abstrakcyjnych. Zgodnie ze stanowiskiem autorki poglądu uczeń powinien być kształcony w dostrzeganiu analogii, sprawdzaniu hipotez i szacowaniu. Nauczyciele nie ukształtują pojęć, jeśli będą ćwiczyć i powtarzać tylko te scenariusze, które wymyślił dorosły. Uczeń powinien tworzyć własne sposoby rozwiązań i wymieniać się nimi z kolegami.

Szczególnie interesująca wydaje się koncepcja teoretyczna, którą stworzył psycholog rosyjski L.S. Wygotski⁸ – dotycząca **strefy najbliższego rozwoju**. Zdaniem Wygotskiego zadanie matematyczne zalicza się do sfery możliwości ucznia, jeśli rozwiązuje je on samodzielnie. Jeżeli dziecko podczas rozwiązywania wymaga pomocy dorosłego, to znaczy, że zadanie zalicza się do sfery jego najbliższych umiejętności. Jeśli zadania w ogóle nie rozwiąże, oznacza to, że wykracza ono poza poziom jego możliwości. Aby nauczanie było rozwijające, a uczeń podnosił swoją wiedzę na wyższy poziom, powinien rozwiązywać zadania dotyczące sfery jego najbliższych możliwości. Stanie się to możliwe wtedy, kiedy nauczyciele stale będą obserwować i oceniać możliwości każdego dziecka. Diagnoza i prognoza stanowią bowiem niezbędne podstawy do właściwego doboru zadań i zindywidualizowania sposobu postępowania w procesie nauczania stymulującego rozwój dziecka.

Nauczyciel, pełniąc rolę inicjatora, instruktora, reżysera i doradcy w procesie nauczania i uczenia się, powinien brać pod uwagę wyżej wymienione teorie rozwoju pojęć matematycznych, aby prowadzić ucznia na wyższe poziomy myślenia.

➡ 2. Nawiązanie do programu nauczania „W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie”⁹

Edukacja matematyczna ma własny kod, czyli coś, co w symbolicznym aspekcie myślenia wymaga od dziecka biegłości. Nie wszyscy uczniowie są w stanie stawić temu czoła. Dlatego w zaproponowanym nauczycielom programie nauczania *W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie*, z którym wiąże się niniejszy poradnik, powstał

⁷ Krygowska Z., (1977), *Zarys dydaktyki matematyki. Część 1*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

⁸ Wygotski L.S., (1971), *Wybrane prace psychologiczne*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

⁹ Pasyńska R., op. cit.

świat wyobrażeń pełen tajemniczych postaci, które dzięki włączeniu przez dzieci myślenia przyczynowo-skutkowego pomoże im wejść na wyższy poziom wiedzy i umiejętności.

Koncepcja programu nawiązuje do animistycznego myślenia dzieci¹⁰ poprzez utożsamienie świata symboli ze światem ludzi. Jako pomost między fantazją a rzeczywistością zostały wykorzystane **małe formy teatralne**. Program opiera się też na dostosowaniu działań nauczyciela do indywidualnych potrzeb uczniów edukacji wczesnoszkolnej, z nastawieniem na odkrycie stylu uczenia się¹¹, samodzielność i autorealizację dziecka podejmującego naukę w ośmioletniej szkole podstawowej.

Motto, które przyświeca koncepcji nauczania przyjętej przez autorkę poradnika, brzmi:

*Słucham,
przeżywam,
odkrywam,
tworzę,
działam,
uczę się,
mówię,
wychowuję się i patrzę,
czyli... z nauką w teatrze.*

Odnosi się ono do umiejętności kluczowych opisanych w podstawie programowej i obrazowo zdradza kształt sceny i małego aktora, czyli skupionego ucznia, zanurzonego w roli. Z uczniem takim pragniemy pracować ze względu na jego indywidualność – stąd pomysł przeniesienia nauki na scenę teatralną, by trafiała do dzieci zupełnie innymi kanałami.

Nieoczekiwany zwrot akcji, element zaskoczenia, humor, tajemnica, a przede wszystkim magia, mocno podsycają dziecięcą ciekawość. To wszystko znajduje się w teatrze – miejscu ukochanym przez dzieci. Bycie widzem i aktorem jest dla nich prawdziwą przygodą i daje moc odkrywania osobistego potencjału. Emocje napędzają procesy motywacyjne i sprawiają, że uczniowie nabierają odwagi do mierzenia się z własnymi słabościami. Realizowanie treści matematycznych przez zastosowanie małych form teatralnych, które skutecznie przyczyniają się do wyeksponowania wartości i powodują przeżycia emocjonalne, stwarza okazję do analizy i oceny tychże wartości, a także wyrażania własnego stosunku do nich.

Z uwagi na uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi proponowana koncepcja wpisuje w zintegrowany proces kształcenia metody terapeutyczne, umożliwiające techniczne uczenie się, łącząc je z małymi formami teatralnymi, dzięki którym odbywa się

¹⁰ Piaget J., (2006), *Jak sobie dziecko wyobraża świat*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, s. 137.

¹¹ Linksman R., (2005), *W jaki sposób się uczyć*, Warszawa: Świat Książki.

uczenie przy okazji. Aplikowanie treści z wykorzystaniem wszystkich zmysłów podczas „włączonych” emocji ma na celu spowodowanie odczucia przez dzieci swojej mocy sprawczej.

Ponieważ w pracy z uczniami należy pamiętać o profilaktyce, dlatego na co dzień powinny towarzyszyć jej zasady terapii pedagogicznej, zgodnie z którymi każdy mały sukces zmotywuje dzieci do wysiłku intelektualnego. Wtedy odkryją one, jak odbierać świat kontekstowo, i wykorzystają własne zdolności do tworzenia nowych rzeczy.

Zabawa w teatr sprzyja także rozwojowi poznawczemu – dzieje się tak dzięki zastosowaniu wizualizacji będącej treningiem wyobraźni. Im więcej wysiłku uczeń włoży w konstruowanie roli, tym mocniej ją przeżyje i zapamięta. Należy zatem kształtować aktywnego ucznia, który podejmuje się różnych ról, jest autorem swoich kwestii i współautorem działań zespołu. Podczas prezentacji przed publicznością ten mały aktor czuje się ważny i zauważony. Nabiera odwagi życiowej, by przyjąć rolę zdumionego badacza otaczającego nas świata.

Jednym z głównych założeń proponowanej koncepcji jest **doskonalenie umiejętności na scenie codzienności**, czyli aranżowanie i reżyserowanie sytuacji dydaktycznych jak w teatrze, aby umożliwić uczniowi nabywanie kompetencji niezbędnych do funkcjonowania w nieustannie zmieniającej się rzeczywistości. Na co dzień, w realnym świecie, nie ma czasu na próby, powtórzenia zaistniałych zdarzeń czy na przyjrzenie się życiu z bliska. Stąd też pomysł, aby przygotować dzieci na ich premiery mierzenia się z codziennością – żeby były przedsiębiorcze i jak najlepiej odegrały swoje życiowe role. Dzięki hartowi ducha i pewności siebie uczniowie z łatwością doświadczą momentów zaciekawienia. Będą w stanie przejść kolejne etapy poznania, rozwiązywać problemy i w konsekwencji odnosić sukcesy, po które przyszli do szkoły. Nauczyciel ma być reżyserem tego procesu. Takim, przy którym uczeń odkrywa tkwiące w nim samemu możliwości i rozwija je mimo trudności.

⇒ 3. Pytania o ważne kwestie w związku z koncepcją Cyferkowa

3.1. Co jest celem koncepcji?

Celem tym jest przede wszystkim **wychowanie dziecka w duchu matematyki**. Takiego dziecka, które: patrzy i widzi, słucha i słyszy, w działaniu przeżywa, dzięki emocjom odkrywa, wprawia się w patrzeniu na zagadnienie z wielu perspektyw, ma czas na myślenie, uczy się na własnych błędach, podejmuje się samokontroli, opisuje swoje działania i samodzielnie buduje matematyczną wiedzę.

3.2. Jakie zadania stoją przed nauczycielem?

Zgodnie z przyjętą koncepcją do zadań tych należy:

- Połączenie metod terapeutycznych z małymi formami teatralnymi i współtworzenie żywego teatru na scenie matematyki poprzez: włączenie emocji, wykorzystanie symboliki liczb, odgrywanie epizodów powodujących zmiany, budowanie scen dialogowych, które porządkują myśli, także poprzez nieoczekiwany zwrot akcji, humor, tajemnicę, podsycanie ciekawości, bycie w roli widza i aktora, przygotowanie rekwizytu i pracę z nim, pobudzanie wyobraźni, tworzenie wizualizacji.
- Praca w myśl zasady: trenuj albo trać – każdy zawodnik musi trenować, by nie wypaść z formy.
- Stworzenie przestrzeni do uczenia się przy okazji – matematyczne eksploracje otaczającej rzeczywistości poprzez: rozwiązywanie problemów w działaniu, odkrywanie korzyści ze współpracy, przechodzenie kolejnych etapów poznania, rozwiązywanie zagadek i konstruowanie własnych, doświadczanie sukcesów i porażek, przekraczanie swoich możliwości.
- Doskonalenie umiejętności dzieci na scenie codzienności – aranżowanie aktywności uczniów w wymyślonym Cyferkowie.
- Zapoznanie z regulaminami i zasadami Królowej Matematyki w zabawie teatralnej poprzez rymowanki, podczas gromadzenia dowodów i głównie w aspekcie użyteczności.

3.3. Jakie metody pracy znalazły zastosowanie w realizacji koncepcji?

Wyboru metod pracy dokonano ze względu na przydatność w realizacji koncepcji programu. Celem ich zastosowania stało się wspieranie, doskonalenie, motywowanie, rozwijanie, inspirowanie i integrowanie dzieci w młodszym wieku szkolnym. Metody te mają być pośrednikiem w zdobywaniu kompetencji kluczowych uczniów.

Są to przede wszystkim:

- **Aktywizujące metody matematyczne**
Matematyczne Stacje Badawcze, rodzinna matematyka czy matematyka w terenie¹², zapewniające dzieciom samodzielne dochodzenie do wiedzy.
- **Metody zaczerpnięte z teatru**
Przed wszystkim małe formy teatralne, takie jak: drama, scenki sytuacyjne, wizualizacja, inscenizacja, pantomima, teatr cieni, teatr lalkowy i dramatyczny oraz epizody z lalkami, którymi są uczłowieczone cyfry, z Królową Matematyką w roli głównej, pełniącą funkcję przewodniczki po Cyferkowie. Zadaniem cyfr jest kształtowanie kreatywnej, otwartej i odważnej postawy uczniów, którzy uczą się przy okazji dobrej zabawy.

¹² Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I-III szkoły podstawowej*, Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji.

- **Inne metody aktywizujące**

Działania polegające na tworzeniu i definiowaniu pojęć, hierarchizacji twórczego rozwiązywania problemów, także metody ewaluacyjne, diagnostyczne, dyskusyjne – rozwijające twórcze myślenie i planowanie, które dostarczą dzieciom wrażeń z eksperymentowania i doświadczania.

- **Metody polisensoryczne i mnemotechniki**

Działania wdrażające dzieci do samokontroli i wypracowania własnego stylu uczenia się.

- **Metody terapeutyczne**

Metody przyspieszonego uczenia się, np.: afirmacja, wizualizacja, relaksacja, drama, pedagogika zabawy, techniki zapamiętywania i koncentracji, elementy kinestezjologii edukacyjnej, rozmowa psychoterapeutyczna, mnemotechniki, elementy integracji sensorycznej i logorytmiki, które doskonale sprawdzą się w procesie indywidualizacji, zapewnią autorealizację jednostki i wdrożą dzieci do samodzielności.

- **Metody polegające na współpracy**

Grupowe podejmowanie decyzji, dyskusja, gry dydaktyczne, dzięki którym uczniowie poznają, czym jest kooperacja, komunikacja, praca zespołowa, i nabeżdżą szeregu kompetencji społecznych.

- **Metody waloryzacyjne**

Uczenie przez przeżywanie, które ukształtuje człowieka empatycznego, wrażliwego i wartościowego.

- **Metody podające**

Uczenie oparte na słowie, stosowane w zespole ze względu na uczniów prezentujących modalność słuchową – a więc np.: doskonale przygotowany wykład, połączony z prezentacją, ciekawe opowiadanie i opis, czy też praca z tekstem – kształtujące postawy uniwersalne, m.in. posługiwanie się językiem polskim.

- **Metody praktyczne**

Uczenie polegające na stosowaniu zasady: trenuj albo trać – ćwiczeń inercyjnych, które są niezbędne do utwierdzenia się przez dziecko się w swoich możliwościach oraz konieczne do świadomego wykroczenia poza ich próg.

3.4. Jakie są preferowane formy pracy?

Praca grupowa. Uczniowie:

- w zespole uczą się indywidualności – każde spotkanie w grupie wpływa na samorozwój;
- otwierają się na drugiego człowieka – doświadczają jego osobowości, wypracowują kompromis na drodze mediacji;
- poznają swoje mocne i słabe strony;
- uczą się radzić sobie z oceną koleżeńską i sami oceniają rówieśników;
- wypracowują uniwersalne umiejętności, niezbędne do funkcjonowania w społeczeństwie.

Praca grupowa przyniesie efekty wówczas, gdy dzieci będą mogły doświadczać zmieniającego się składu osobowego zespołu. Spotkanie z różnorodnymi typami charakteru

zahartuje dziecko na tyle, że nabierze ono odwagi w kontaktach społecznych i będzie w stanie przewidzieć swoje reakcje.

Praca w parach. Uczniowie:

- odczuwają wsparcie partnera podczas wykonywania i sprawdzania zadań.

Taka forma aktywności przynosi wiele pożytku uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, zwłaszcza kiedy partner mobilizuje ich do pracy. Różnicowanie zadań wykonywanych w parach daje dzieciom korzyści także w postaci realizowania się na wielu poziomach – mają wówczas szansę na odniesienie swojego małego sukcesu, przekraczając własne możliwości, nie siląc się na dorównanie innym.

Praca zbiorowa. Uczniowie:

- odnoszą korzyści w procesie integracji – podczas generowania pomysłów, np. burzy mózgów, oraz w trakcie zabaw w kręgu.

Praca zbiorowa ma zastosowanie w dyskusjach, rozmowach, dramie narracyjnej, a także w ewaluacji zajęć. Doskonale sprawdza się w realizacji zadań koncepcyjnych.

Praca indywidualna. Uczniowie:

- pracują indywidualnie, ucząc się pisania cyfr czy liczenia;
- wymagają samodzielności, gdy mają wykazać się stopniem opanowania wiadomości i umiejętności, np. podczas pisania sprawdzianów czy dyktand matematycznych.

3.5. Jakie środki dydaktyczne należy przygotować?

Niezwykle ważne dla proponowanej koncepcji są pomoce dydaktyczne, zwłaszcza że jest ona ściśle związana ze sztuką teatralną. Rola rekwizytów w przedstawieniu jest wszystkim dobrze znana, wszak stanowią one element pośredniczący między widzem a aktorem. W Cyferkowie funkcję tę spełniają **maskotki obrazujące cyfry**, które mają taką moc sprawczą jak przytulanki. Wystarczy wziąć je do ręki, a świat staje się przyjazny, jak za dotknięciem czarodziejskiej różdżki. Uczeń mający kontakt z takim pośrednikiem traktuje naukę jak zabawę, uczy się wielozmysłowo, angażując emocje.

W Cyferkowie **zwykle rzeczy mają niezwykłą moc**, np. płótno z liczbami, po którym chodzą dzieci i uczą się w ten sposób kolejności, także kubeczki po jogurcie, w których można ukryć pewną część zbioru. Z plasteliny uczniowie ulepią trójwymiarowe cyfry, żeby zauważyć aspekt kierunku, a ze sznurka różnej grubości wykonają model kratki. Packi na muchy mają za zadanie wywoływać dźwięk, a przede wszystkim inspirować dzieci do dobrej zabawy. Spinacze do bielizny też sprawdzą się w wielu aktywnościach. Sznupek, lina, zapalniczki, gumki recepturki, kubki plastikowe, rurki do napojów to nieodłączne atrybuty procesu tworzenia. Ważną rolę odgrywają także opaski na oczy – jako element zaskoczenia, tajemnica i niewiadoma, mocno podsycając uczniowską ciekawość.

Nie bez znaczenia w krainie Królowej Matematyki jest **gromadzenie różnorodnych liczmanów**, które pakowane do woreczków umożliwiają potem przeliczanie ich zawartości i oszacowanie liczby. **Tabela stupolowa i taśma krawiecka** to obrazy domów, w których mieszkają liczby, z kolei **kratownica** jest niezastąpiona w projektowaniu. **Minutnik** w Cyferkowie pełni rolę strażnika czasu. Jest niezbędny podczas pracy w Matematycznych Stacjach Badawczych, a także w trakcie ćwiczeń doskonalących umiejętności. Należy jednak ostrożnie podchodzić do zastosowania tego pośrednika, biorąc pod uwagę potrzeby i ograniczenia uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Ważne są **gry i elementy gier**, jak: tangramy, domino, kostki, żetony, karty z liczbami od 1 do 24, kości opowieści, rurki kreatywne itp. oraz **gotowe zestawy pomocy**: kolorowe liczby, klocki sześcienne, klocki Numicon, figury geometryczne o trzech wymiarach, liczydełka, karty obrazkowe, wzory cyfr, tablice demonstracyjne, instrumenty perkusyjne, projektor, ekran, laptop itp. **Nowoczesne technologie** są również doskonałym narzędziem, z którego może korzystać nauczyciel. Podczas prezentowania omawianych na zajęciach zagadnień internet posłuży jako źródło pozyskiwania wiedzy, a komputer, laptop i tablet staną się pośrednikami w docieraniu do źródeł informacji, mogą też uatrakcyjnić lekcję i przez zabawę służyć nauce. Przygotowanie prezentacji multimedialnych z pewnością wzbogaci realizowane treści matematyczne, a wykorzystanie tablicy interaktywnej pomoże w utrwalaniu wiadomości i umiejętności.

3.6. Co to jest Cyferkowo?

Cyferkowo to wyimaginowane miasteczko, do którego przenosi się dziecko, gdy tylko uruchamia matematyczne myślenie. Przebywają w nim cyfry wymyślone przez Królową Matematykę, tworzące liczby, które zamieszkują oś liczbową i tabelę stupolową. Królowa dokłada wielu starań, by dzieci zrozumiały ich właściwości. W Cyferkowie znajdują się następujące osiedla: Orientacji Przestrzennej, Figur Geometrycznych, Zbiorów, Ważenia, Mierzenia, Czasu, Pieniędzy, Kodowania, Porównywania, Dodawania, Odejmowania, Mnożenia, Dzielenia, Zadaniowo, Zagadkowo oraz Gier i Zabaw.

Akcja w Cyferkowie rozgrywa się w różnych miejscach, po to by uczniowie rozwijali matematyczne myślenie i wykorzystywali utrwalone wiadomości, a także pozyskiwali nową wiedzę. Wszystkie zdarzenia mają prowadzić do wszechstronnego rozwoju dzieci.

3.7. Kiedy myślenie jest matematyczne?

Łatwo można się przekonać, że stwierdzenie tego faktu jest dla dzieci codziennością. Dzieje się tak w wielu sytuacjach:

- Podczas ustalania, **co jest ważniejsze, a co mniej ważne**: „Włożyć do plecaka misia czy żyrafę?”
- W czasie **łączenia przyczyny ze skutkiem**: „Nie mam zeszytu, bo mi mama wczoraj wyjęła”.

- W warunkach **przewidywania i wizualizowania zdarzenia**: „No to mam przegrane...”
- Podczas **klasyfikacji i tworzenia pojęć**: „Kiedy wrócę, posegreguję zabawki, poukładam książki, włożę ubrania. Mama będzie szczęśliwa i mi wybaczy”.
- W czasie **przeliczania, dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia**: „Odam 5 zł z kieszonkowego za uwagę, ale dostanę 3 zł za pracę bez przymusu, więc stracę tylko 2 zł”.
- Podczas **dokonywania pomiarów**: „Coraz bliżej do świąt, wytrzymam...”
- W sytuacji **obrazowania**, dzięki tworzeniu intuicji geometrycznych: „I wtedy... udekoruję swój pokój światełkami, ubiorę choinkę, a potem... prawie 2 tygodnie laby – stół, łóżko, telewizor, laptop...”

Doświadczenia dzieci warto więc wykorzystywać w treningu matematycznym, a uczniowska codzienność będzie doskonałym polem do eksperymentowania. Dzięki takim zabiegom nauczyciel zyska też pewność, że dzieci zainteresują się danym zagadnieniem i będą je drążyły.

3.8. Na co może liczyć dziecko w Cyferkowie?

Z pewnością może liczyć na pomoc Królowej Matematyki, na jej obecność poprzez wyobrażenia. Dzięki częstym odwiedzinom w kolejnych osiedlach Cyferkowa dziecko nabierze wprawy, udoskonali umiejętności i utrwali wiadomości. Biorąc udział w scenkach teatralnych, będzie się uczyło matematyki przy okazji dobrej zabawy.

3.9. W jaki sposób pomaga Królowa Matematyka?

Królowa Matematyka udziela rad, daje wskazówki, gromadzi dowody, ujawnia zasady, naprowadza, prowokuje, pobudza wyobraźnię, wizualizuje, obrazuje, uczy, jak ustrzec się błędów, jest trenerką umiejętności. Dzięki bajkowej atmosferze dziecko uruchamia emocje i odbiera zdarzenia wszystkimi zmysłami. Doskonale sprawdzają się zatem mnemotechniki z pozytywnymi i pełnymi humoru obrazami, małe formy teatralne zaskakującymi scenami pełnymi zwrotów akcji, a także rymowanki, które szybko wpadają w ucho i zostają w pamięci na dłużej.

3.10. Jak uczy się dziecko w Cyferkowie?

Uczeń odbywa treningi umiejętności na scenie codzienności, tj. odgrywa matematyczne treści w scenkach rodzajowych czy dramach, wykorzystując niezbędne rekwizyty. Uczy się przy okazji dobrej zabawy. Matematykę odbiera wielozmysłowo, namacalnie i za pomocą magicznych sztuczek. Nie czuje przymusu, ma prawo wyboru i stale przekracza swoje aktualne możliwości. Bierze udział w zabawach teatralnych i dzięki nim tworzy wizualizacje, rozwiązując zadania. Dziecko uczy się, ucząc kolegę w parze,

sprawdzając jego pracę i formułując dla niego zagadki. Dzięki współpracy nie musi brać na siebie odpowiedzialności, a jednocześnie ma szansę na wykazanie się i zaprezentowanie swojej indywidualności. W grach i zabawach nabiera wprawy poprzez konkretne działania, a także uczy się wygrywać i przegrywać.

3.11. Jaka jest rola nauczyciela?

Nauczyciel trener jest reżyserem sytuacji dydaktycznych. Aranżuje je tak, aby umożliwić uczniowi nabywanie kompetencji niezbędnych do funkcjonowania w nieustannie zmieniającej się rzeczywistości. Jego rolą jest przygotowanie dzieci na ich premiery w mierzeniu się z codziennością, po to by stały się przedsiębiorcze. Wspólnie z uczniami współtworzy żywy teatr na scenie matematyki poprzez: włączenie emocji, wykorzystanie symboliki liczb, odgrywanie epizodów powodujących zmiany, budowanie scen dialogowych, które porządkują myśli, nieoczekiwany zwrot akcji, humor, tajemnicę, podsycanie ciekawości, bycie w roli widza i aktora, przygotowanie rekwizytu i pracę z nim, zabawę z lalkami-maskotkami obrazującymi cyfry, pobudzanie wyobraźni, tworzenie wizualizacji. Bardzo istotne jest ukazanie matematyki w aspekcie jej użyteczności. Ważnym zadaniem nauczyciela będzie zatem nieustanne diagnozowanie i sytuowanie poziomu umiejętności uczniów w zmieniających się warunkach zadaniowych.

3.12. Na czym będą polegały matematyczne eksploracje w Cyferkowie?

Uczniowie przeniosą się do Cyferkowa za pośrednictwem swojej wyobraźni. Dzięki inspiracji Królowej Matematyki będą rozwiązywali problemy w działaniu, odkryją korzyści ze współpracy, przejdą przez kolejne etapy poznania, rozwiążą zagadki i skonstruują własne, doświadczą sukcesów i porażek, a także przekroczą swoje możliwości. Dzieci nauczą się relacjonować podjęte kroki, ponieważ poczują się ważne i zauważone. Nabiorą wprawy dzięki występom w scenkach teatralnych.

3.13. Jaka jest rola wielozmysłowości w edukacji matematycznej?

Oddziaływanie na zmysły daje szansę na wszechstronny rozwój dziecka. Warto więc zastosować tego rodzaju wspomaganie także w przypadku matematycznych eksploracji. Do zadań nauczyciela będzie należało organizowanie przestrzeni edukacyjnej, wiążące się z modalnością uczniów oraz zorientowanie się w ich preferencjach w zakresie odbioru prezentowanych treści. Nauczyciele powinni demonstrować zagadnienia zarówno w postaci obrazów, opowieści słownych, jak i działań praktycznych, muszą podsycać ciekawość dziecięcą zapachami, pozwolić im smakować i dotykać. Dzięki takim zabiegom uczniowie odwdzięczą się uważnością i zapamiętają znacznie więcej.

3.14. Co leży u podstaw kształcenia matematycznego?

Odpowiedź jest prosta:

- **To przede wszystkim uwaga!**

Najważniejsze i zarazem najtrudniejsze jest skupienie dziecięcej uwagi, zwłaszcza w klasach I–III¹³. To, że dziecko słucha, nie zawsze oznacza, że słyszy, ponieważ potrafi doskonale kamuflować swoje „wyłączenia” myślowe. Patrzy na nauczyciela i sprawia wrażenie zdumionego słuchacza. Przekaz słowny odbierze wtedy, kiedy będzie tego chciało i gdy poczuje zaniepokojenie. Jeśli nauczyciel zaskoczy uczniów formami i metodami pracy, które nie kojarzą się ze szkołą, wówczas odpłacą się uważnością i będą uczyli się niejako przy okazji. Stąd pomysł na stworzenie wyimaginowanego miasteczka i Królowej Matematyki, która jest postacią pozytywną, otwartą na dziecięce potrzeby i problemy. Jej zadaniem jest sprawienie, żeby uczniowie:

- skupiali uwagę na tym, co robią, i ją utrzymali;
- kończyli rozpoczęte zadania;
- zapamiętywali więcej;
- umieli przechodzić z jednej aktywności do drugiej;
- wykonywali kilka czynności jednocześnie.

Należy zwrócić szczególną uwagę na kreowanie przestrzeni edukacyjnej. Nauczyciel powinien zadbać, aby wnętrze, w którym pracuje dziecko, nie było przesycone dystraktorami w postaci kolorowych ilustracji, zbyt wielu pomocy dydaktycznych, rażącego koloru ścian, jaskrawego oświetlenia itp.

- **Jeśli nie zostaną włączone emocje, wyczerpujące treningi pamięciowe okażą się mało skuteczne.**

To właśnie ich rola w nauce ortografii i matematyki jest niezwykle ważna. Powszechnie wiadomo, że nauka poprawnego pisania to przede wszystkim zauważanie, zapamiętywanie i kojarzenie. Ma ona wiele wspólnego z prawidłowościami zachodzącymi w nauczaniu matematyki. Naukowcy dowodzą, że ośrodek pamięci jest silnie powiązany z emocjami. Dzieje się tak dlatego, że znajdujące się w nim jądro migdałowe, ciało odpowiedzialne za emocje, jest połączone z hipokamperem – miejscem, które zarządza pamięcią. Gdy oba te ośrodki działają prawidłowo, możliwa jest skuteczna nauka nowych rzeczy. Dlatego mózg znacznie więcej zapamiętuje, gdy oprócz suchych faktów, jak pisze M. Spitzer¹⁴, w grę wchodzi również emocje. Pozytywne nastawienie emocjonalne podsyca aktywność dziecięcą, a dobry nastrój decyduje o efektach i jakości pracy uczniów.

¹³ Pasybowska R., (2017), *Moi przyjaciele z Literkowa. Program nauczania ortografii w klasach I–III*, Kraków: Impuls.

¹⁴ Spitzer M., (2017), *Jak uczy się mózg*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

- Prawdziwe odkrywanie odbywa się tylko przy okazji dobrej zabawy.**

Możliwość uczestniczenia w tak zaaranżowanej aktywności zdecydowanie zmienia stosunek dziecka do wykonywanych zadań. Jak wiadomo, podstawową formą działalności uczniów w młodszym wieku szkolnym jest zabawa. To także jeden z powodów, dla których warto ją zastosować w nauczaniu matematyki. Zasadniczym argumentem, uzasadniającym wprowadzanie zabawy do nauki szkolnej, jest według A. Kamińskiego¹⁵ możliwość wywołania w jej toku u dzieci odpowiedniego napięcia emocjonalnego, o różnym zabarwieniu uczuciowym i stopniu nasilenia, które podtrzymuje ich dążenie i jest jednym z warunków skutecznego uczenia się. Uczeń, bawiąc się, odkrywa nowe rzeczy, możliwości swoje i drugiego człowieka, co często zaskakuje nie tylko jego, ale przede wszystkim nauczyciela i rodziców. Taki proces wymaga czasu, systematyczności, spokoju i rozwagi. „Wybawione” dzieci odwdzięczą się zaangażowaniem i chłonnością umysłu.
- Należy dać dzieciom szansę na trenowanie procesów umysłowych.**

Jeśli nauczyciel pozwoli dzieciom na spontaniczność, chętnie zajmą się tworzeniem czegoś nowego dzięki wyobraźni. To właśnie edukacja wczesnoszkolna jest czasem największych zdolności do płynnego przenoszenia się w krainę fantazji. Dziecko w tym wieku z łatwością kreuje swój wymagowany świat dzięki temu, że potrafi połączyć przyczynę ze skutkiem na podstawie osobistych doświadczeń. Warto ten fakt wykorzystać podczas zgłębiania matematycznych zasad.
- Tylko w działaniu uczniowie praktycznie opanują podstawowe umiejętności szkolne i uruchomią pamięć.**

Jak wiadomo, ruch dla dzieci to życie. Dzięki niemu zdobędą doświadczenie i dokonają wielu odkryć nie tylko w sobie samych, ale i w przestrzeni, która ich otacza. Kawałek po kawałku zbadają to, co nowe. Wystarczy im tylko na to pozwolić i wskazać drogę.
- Nabywanie kompetencji wymaga wielokrotnych powtórzeń i całkowitego zaangażowania podczas wykonywanego zadania.**

Taki stan poznawczy daje uczniom zainteresowanie rzeczą bądź tematem i „przegadanie go z samym sobą”. Wiele możliwości do trenowania dialogu wewnętrznego otwierają małe formy teatralne. Sprawiają one, że w dziecku rodzi się refleksja, która wytycza mu drogę do bycia spontanicznym. Taki rodzaj aktywności świadczy o powiązaniu nowej wiedzy z już posiadaną i jest dowodem na to, że dziecko się uczy.
- Uczeń podzieli się spostrzeżeniami wówczas, gdy poczuje się swobodnie i bezpiecznie.**

Wprawa w werbalizowaniu wyobrażeń i przemyśleń daje dziecku szansę na lepsze porozumienie z otoczeniem. „Mówiące” dziecko otwiera się na świat i właściwie go

¹⁵ Kamiński A., (2001), *Nauczanie i wychowanie metodą harcerską*, Warszawa: Związek Harcerstwa Rzeczypospolitej.

odbiera. Jest komunikatywne, co daje mu możliwość wejścia na wyższy poziom funkcjonowania społecznego. Scenki rodzajowe, dialogowe czy monologi są doskonałą sposobnością do nabywania kompetencji językowych, które otwierają dziecku drzwi do rozumienia matematycznych sformułowań.

- **Współpraca z drugim człowiekiem w sposób naturalny kształtuje postawy i osobowość dziecka.**

Doświadczenie zachowań innych ludzi weryfikuje czyny jednostki. Wchodzenie w role, podejmowanie interakcji społecznych, by wywalczyć kompromis, jest niezwykle inspirujące i zarazem trudne. Dzielenie się z innymi czymś osobistym stanowi duże wyzwanie dla dziecięcego egocentryzmu.

- **Kiedy dziecko patrzy, nie ma pewności, co widzi.**

Ważne jest dostrzeganie tego, co z pozoru wydaje się niewidzialne. Patrzenie kontekstowe uruchamia się wówczas, gdy dziecko jest całkowicie oddane tej czynności, wręcz zagłębia się w niej. Wówczas nabiera wprawy i zamiłowania do patrzenia z wielu perspektyw i, jak pisze Z. Pietrasiński¹⁶, staje się mądre.

- **Nieoczekiwany zwrot akcji, element zaskoczenia, humor, tajemnica, a przede wszystkim magia, mocno podsycają dziecięcą ciekawość.**

To wszystko znajduje się w teatrze – miejscu ukochanym przez dzieci. Bycie widzami i aktorem jest dla nich prawdziwą frajdą.

Wielkim marzeniem nauczycieli jest, by uczniowie w podobny sposób oddawali się czynnościom szkolnym, a dzięki temu uczyli się znacznie więcej i z większą łatwością. Istotne jest również, aby każdy uczeń miał szansę na polubienie matematyki i mógł mierzyć się z jej wyzwaniami na miarę swoich możliwości. Nauczyciel, zapewniając właściwe metody i formy pracy, daje wszystkim uczniom szansę na sukces. Trzeba jednak pamiętać, że dla każdego dziecka sukces będzie miał inne oblicze, tak jak różne są problemy.

➡ 4. Matematyczne doświadczanie przestrzeni w edukacji wczesnoszkolnej

Bardzo ważnym aspektem doświadczania przestrzeni przez uczniów jest przenoszenie ich wrażeń z trójwymiarowości do obrazu dwuwymiarowego. Im więcej u dziecka eksploracji przestrzeni, tym więcej świadomości i łatwości obrazowania. Należy zatem dać dzieciom okazję do tego rodzaju aktywności przez trzy lata edukacji wczesnoszkolnej. W tym celu można wykorzystywać salę gimnastyczną, podwórko szkolne czy pobliski park. Każda pora roku jest dobra do kreowania przestrzeni dydaktycznej, wystarczy odpowiednie ubranie.

¹⁶ Pietrasiński Z., (2001), *Mądrość, czyli świetne wyposażenie umysłu*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Scholar.

4.1. Matematyczne treningi w sali gimnastycznej

Raz w tygodniu podczas zajęć wychowania fizycznego nauczyciel zakłada koronę i zamienia się w Królową Matematykę. Zaprasza dzieci na matematyczne treningi gimnastyczne, które są niezwykle ważne w doświadczaniu przestrzeni i jej obrazowaniu. Tego rodzaju zajęciom można poświęcić pewną część lekcji, proponując uczniom następujące zabawy:

- **Chodzenie z piłką**
Uczniowie podzuczają piłkę, łapią i liczą udane chwyt, potem zaczynają zabawę od nowa.
- **Bieganie na jeden**
Uczniowie wykonują jak najwyższe podskoki naprzemienne: prawa ręka, lewa noga, za każdym kolejnym podskokiem wypowiadając: „jeden”.
- **Bieganie na dwa**
Uczniowie wykonują cwał boczny z odwracaniem ciała: każdy uczeń robi dwa kroki dostawne, licząc głośno – „jeden”, „dwa”, następnie obraca się o 180 stopni i liczy od nowa, cwałując – „jeden”, „dwa”, po czym znowu się obraca i tak dalej.
- **Bieganie na trzy po trójkącie**
Uczeń wykonuje jak największe kroki, licząc do trzech, zmienia kierunek, by narysować stopami trójkąt, po czym wraca po swoich śladach, także licząc do trzech (na początek można pozwolić uczniowi narysować trójkąt kredą).
- **Bieganie na cztery po kwadracie**
Uczeń wykonuje cztery kroki dostawne i zmienia kierunek, by znów wykonać cwał, licząc do czterech, ale tak, by stopami narysować kwadrat (na początku pracy nad obrazowaniem można pozwolić uczniowi narysować kredą kwadrat przez niego wyobrażany).
- **Matematyczne kręgle**
Zabawa z celowaniem: uczeń losuje numer kolejnego kręgla, przelicza kręgle, wybiera właściwy, ustawia się naprzeciw i próbuje go przewrócić, tocząc w jego kierunku piłkę. W ten sposób obrazuje sobie drogę od siebie do konkretnego miejsca; podejmuje kilka prób – jeśli pierwsza mu się nie powiedzie, warto by najpierw Królowa pokazała, że to nie jest proste zadanie.
- **Jedynki, dwójki, trójki, czwórki**
Uczniowie stoją twarzą do drabinek i układają wyciągnięte ręce na szczebelku, który znajduje się na wysokości ich wzroku, następnie szukają wzrokiem pierwszego szczebelka od podłogi i wykonują rytmiczne skoki naprzemienne: prawa noga na podłodze, lewa noga na pierwszym szczebelku, po czym następuje zmiana. Kiedy usłyszą np. komendę: „trójki”, muszą zidentyfikować trzeci szczebelek od podłogi i kontynuują zadanie, ale od tego właśnie miejsca – ważne jest, by często zmieniać punkt odniesienia, którym jest wywołany szczebelek.
- **Rzędy, szeregi**
Uczniowie ustawiają się według poleceń Królowej, wielokrotnie zmieniając szyki, np. „stańcie w jednym rzędzie”, „stańcie w dwóch szeregach”, „stańcie w trzech rzędach” itp. – ważne, by dzieci samodzielnie dopasowały ustawienia.

- **Szacowanie długości**

Uczniowie pracują w parach, zaznaczają pachołkami dowolną odległość, następnie jedna z osób podaje liczbę dużych kroków, które wykona, aby przebyć drogę od jednego do drugiego punktu, po czym następuje weryfikacja i zmiana działań. Można również mierzyć otaczającą przestrzeń stopami, porównywać wyniki i wyciągać wnioski na temat różnic w obliczeniach.

- **Prowadzenie ślepcy**

Jeden uczeń ma zawiązane oczy, drugi buduje dla niego tor przeszkód, wykorzystując pozostałych kolegów, następnie musi przeprowadzić ślepcę, korzystając z instrukcji słownych, tak by nikogo nie dotknął. Zabawę może prowadzić jednocześnie kilka par.

- **Prawa, lewa, góra, dół, centrum**

Uczniowie stoją na środku sali i ustalają, gdzie jest prawa, a gdzie lewa strona, co zrobić na hasło: „dół” i „góra”. Królowa Matematyka podaje szybkie instrukcje w różnej konfiguracji, np.: „prawa”, „dół”, „centrum”, „góra”, „lewa” itp. Na hasło: „góra” uczniowie wchodzą na ławeczkę lub na drabinki, na hasło: „dół” – siadają lub kładą się na podłodze. Bardzo istotny jest moment pobytu w centrum, skąd warto wyjść na prawo i na lewo. Jeśli w zajęciach uczestniczą dzieci, które mają kłopot z rozróżnianiem stron, należy zawiązać im opaskę na prawej ręce.

- **Treningi w doświadczaniu przestrzeni**

Królowa dzieli uczniów na dwie grupy – jedna przygotowuje tor przeszkód, druga będzie musiała go pokonać. Każdy członek drugiego zespołu ma instruktora, któremu zdaje relację z tego, co robi, np.: „idę dwa kroki w prawo”, „przechodzę pod płotkiem” itp. Jeśli uczeń poda złą informację, musi ją zmienić. Wygrywa grupa, która pierwsza przejdzie na drugą stronę sali.

- **Ćwiczenia w parach**

Uczniowie wykonują ćwiczenia z elementami metody W. Sherborne¹⁷, polegające na doświadczaniu siły, stronności, obecności i wsparciu partnera. W zabawie, np. *Uparty osiołek* – dzieci trzymają się za ręce, jedno próbuje ciągnąć oburącz drugie, które się opiera, po chwili następuje zmiana i ta osoba, która była osiołkiem, jest teraz ciągnącym. Gdy zadanie zostanie doprowadzone do końca, uczniowie zmieniają partnera i rozpoczyna się kolejna zabawa, np. *Koguciki*, w której następują analogiczne zmiany.

- **Kocykowo¹⁸**

Uczniowie przynoszą do szkoły kocyki, ponieważ zajęcia będą się odbywały w sali gimnastycznej. Aby wykorzystać jej przestrzeń, można zaproponować uczniom doświadczenie polegające na tworzeniu „kocykowej posadzki”, która ma długość i szerokość. Uczniowie intuicyjnie rozumieją pojęcia pola figury, obwodu, kąta prostego, uczą się budowania sześcianu itp.

¹⁷ Bogdanowicz M., Kisiel B., Przasnyska M., (1998), *Metoda Weroniki Sherborne w terapii i wspomaganiu rozwoju dziecka*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.

¹⁸ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

- **Wewnątrz i na zewnątrz**¹⁹

Zabawa z chustą animacyjną: na komendę: „wewnątrz” odbywa się kołysanie kulek na powierzchni materiału, dla utrudnienia zwiększana jest ich liczba. Uczniowie reagują na hasło: „na zewnątrz” i wyrzucają kulki z chusty. Kilku uczniów siada na środku chusty, pozostali trzymając jej brzegi, zawijają ich, by na swojej skórze doświadczyli tego, co to znaczy być wewnątrz. Po chwili następuje zmiana – Królowa Matematyka rozkłada chustę na środku sali, każdy z uczniów stoi do niej tyłem i z pewnej odległości rzuca woreczek. Gdy wszyscy wykonają zadanie, następuje odwrócenie ciała w kierunku chusty i trzeba szybko oszacować, gdzie jest więcej worków – wewnątrz czy na zewnątrz.

- **Matematyczne obwody stacyjne**

Uczniowie podzieleni są na zespoły, przechodzą od stacji do stacji w odpowiednim kierunku, gdzie wykonują szereg zadań praktycznych, np. ustawienie grupy od najniższej do najwyższej osoby, bieganie po obwodach wyznaczonych figur, celowanie – rzuty woreczkiem do wyznaczonego celu, zonglowanie, ćwiczenia równoważne itp.

- **Doświadczenie efektu lustrzanego odbicia**

Zabawy w parach polegające na obserwacji, a także doświadczeniu pozycji ciała własnego i partnera: łączenie prawych, lewych: dłoni, kolan, łokci, ramion, pięt, zmiany w ustawieniach: przodem, bokiem, tyłem.

- **Zabawa w przerzucanie piłek**

W sali podzielonej na dwie części uczniowie zgrupowani są w dwóch równolicznych zespołach (jeśli ich liczba jest nieparzysta, jedno z dzieci jest sędzią, w przeciwnym wypadku rolę tę pełni Królowa Matematyka) i każdy zawodnik ma jedną piłkę. Drużyny stoją w rozsypce naprzeciwko siebie, nie wolno im przekraczać linii granicznej. Na hasło: „start”, podane przez sędziego, wszyscy gracze przerzucają piłkę na drugą stronę boiska, a następnie jak najszybciej zbierają piłki ze swojej części i przerzucają je na pole przeciwnika. Na gwizdek sędziego przerywają grę, stają w miejscu i nie wolno im dotykać piłki. Zawodnicy obu drużyn liczą wzrokiem piłki na części przeciwnika, następnie sędzia potwierdza ich liczbę, precyzyjnie je przeliczając. Wygrywa drużyna, która będzie miała mniej piłek na swoim polu i poda najdokładniejszy wynik wzrokowego liczenia. Można porównywać zdobyte punkty lub je sumować.

- **Dwójki, trójki, czwórki**

Uczniowie biegają swobodnie, na hasło Królowej Matematyki, np.: „czwórki”, ustawiają się po cztery osoby, sprawdzają, ile powstało pełnych grup, ilu uczniów zostało, którzy nie stworzyli czwórki intuicyjnie wykonują obliczenia oraz wyjaśniają powody powstałej reszty lub jej braku.

- **Parzysta, nieparzysta**

Przed rozpoczęciem zajęć w sali gimnastycznej Królowa Matematyka poleca, by uczniowie ustawili się parami, a następnie policzyli dwójkami, potwierdzając liczbę uczniów obecnych i nieobecnych i stwierdzając jej parzystość lub nieparzystość.

¹⁹ Tamże.

- **Liczymy dwójkami, trójkami, czwórkami i piątkami**
Uczniowie biegają np. trójkami z jednego końca sali na drugi i głośno liczą: 3, 6, 9 itp.
- **Od bazy do bazy**
Uczniowie są podzieleni na zespoły. Każdy zespół ma losowo rozłożone gumowe maty z liczbami w dowolnym zakresie, następnie każdy członek zespołu biegnie od najmniejszej do największej wartości i odwrotnie. Jeśli nie dysponujemy matami, można liczby zwane bazami przykleić do nawierzchni, wykorzystując taśmę papierową.
- **Elementy zaczerpnięte z kinezylogii edukacyjnej²⁰**
Ćwiczenia takie powinny być realizowane podczas każdego zajęcia wychowania fizycznego, aby wspomagać proces integracji półkul mózgowych.

4.2. Matematyczne zabawy na powietrzu

Dzięki zabawom na świeżym powietrzu, czyli w otwartej przestrzeni, dziecko nie tylko się dotlenia, ale i nabywa nowych doświadczeń. Spontanicznie poszukuje punktów odniesienia, trenuje stałość spostrzegania, poszerza pole widzenia, czuje swobodę, a przy tym może zachowywać się głośniejsz niż w szkole. Warte zainteresowania są następujące ćwiczenia:

- **Liczenie drzew, krzewów, ławek**
Ćwiczenia wykonywane na posesji szkoły lub w pobliskim parku.
- **Skaczemy i liczymy**
Skoki przez linę, którą dwie osoby płynnie obracają jak skakankę. Obserwatorzy liczą udane skoki, zawodnicy mogą włączać się w trakcie zabawy. Należy również dokonywać zmian uczniów kręcących liną.
- **Wywołuję liczbę**
Na boisku szkolnym uczniowie zapisują liczby w ustalonym zakresie, wykorzystując kolorową kredę, następnie biegają swobodnie, obserwując liczby. Na ustalony dźwięk zatrzymują się i wysłuchują polecenia Królowej Matematyki, np.: „stań na liczbie parzystej”, „mniejszej od...”, „większej od...”, „która ma dwie dziesiątki lub trzy jedności” itp.
- **Trening z kamyczkami**
Uczniowie stoją w „rozsypce”, każdy trzyma kamyczek w prawej ręce, następnie podrzuca go i liczy udane chwytaki. Ma trzy próby – zapamiętuje najwyższy wynik, a następnie przekłada kamyczek do lewej ręki i podobnie wykonuje trzy serie. Królowa Matematyka wręcza każdemu zawodnikowi jeszcze jeden kamyczek i poleca, by podrzucali je oburącz w trzech próbach. Na koniec uczniowie jednocześnie przerzucają kamyczki z lewej do prawej i z prawej do lewej ręki i chwytają je.
- **Zabawa z chustą animacyjną**
Najlepiej, gdy w zabawie wykorzystywane są dwie chusty, wówczas możliwa jest rywalizacja. Uczniowie podrzucają lekką piłkę, tak by nie upadła, i liczą udane

²⁰ Hannaford C., (2016), *Zmysłne ruchy, które doskonalą umysł. Podstawy kinezylogii edukacyjnej*, Warszawa: Wydawnictwo Medyk.

odbicia. Można też polecić dzieciom wykonywanie coraz wyższych podrzutów piłki i w ocenie używać zwrotów „wyżej” lub „niżej”, „wysoko” lub „nisko”.

- **Obrazy na niebie**

Kiedy niebo jest pokryte chmurami, można wynieść kocyki lub maty na trawnik i polecić dzieciom, by obserwowały kształty powstające z chmur.

- **Kształty na trawie**

Dzięki szkolnemu trawnikowi można zrealizować wiele zagadnień z geometrii – uczniowie mogą kreować kształty z wykorzystaniem lin i kocyków, do wytyczania grządek w geometrycznym ogródku doskonale nadają się również sznurek i kijki.

⇒ 5. Klasyfikacje – zaproszenie do myślenia

Specjalistą w zakresie porządkowania jest **Porządniś**²¹ z Literkowa. Królowa Matematyka zaprasza go na zajęcia, aby nadzorował klasyfikowanie na **Osiedlu Zbiory**. Zadaniem Porządniśia jest uświadomienie uczniom, że porządkowanie wymaga myślenia, gdyż trzeba tę czynność wykonać mądrze. Porządniś często przygotowuje ciekawą bazę do segregowania. Towarzyszy temu jakiś temat przewodni, np. *Jak posiać kwiaty w ogrodzie? W jaki sposób ułożyć książki na półkach? Projektujemy naszyjniki, Domowe porządki, Porządkujemy piwnicę, Moje skarby, Zbiory słów, Co pasuje do czego, zastanów się, koleżanko i kolego* itp.

Przed klasyfikacjami Porządniś prezentuje własne rozważania na temat **zbioru, który będzie poddany analizie**. Uczniowie mają być sprowokowani do zatrzymania się na obrazie, rzeczy bądź słowie i wyczytania z nich wszystkiego, co da się wyczytać.

Porządniś przyjmuje dobre rady od Królowej Matematyki, np.:

– Zwróć uwagę na kolory, przyjrzyj się rozmiarom, zapytaj o ulubione rzeczy, wyjaśnij znaczenie słów, rozważ, do czego tę rzecz wykorzystasz, przyjrzyj się kształtom itp.

Bardzo ważne są argumenty, których używają dzieci podczas klasyfikacji. Motywowanie wyborów i decyzji wpływa na jakość pracy wszystkich uczniów – dzięki takim ćwiczeniom poznają wiele punktów widzenia. Istotne jest też, aby podczas dziecięcych działań niczego nie kwestionować. Uczeń w obliczu wielu opinii rówieśników podejmie właściwą decyzję. Nauczyciel im bardziej rozbudzi dziecięce wyobrażenia, tym większą zyska pewność, że „zanurzają się” w czynności umysłowe.

²¹ Informacje o Porządniśiu można znaleźć w: Pasymowska R., (2017), *Program nauczania ortografii w klasach I–III. Moi przyjaciele z Literkowa*, Kraków: Impuls.

➡ 6. O liczeniu. Matematyczne niespodzianki, czyli co Królowa w tajemniczych woreczkach chowa?

Uczniowie I klasy powinni przyjść do szkoły z umiejętnością liczenia. Jednakże nie można zapominać, że samo deklamowanie kolejnych liczebników nie zawsze oznacza, że uczeń rozumie to, co robi. O wielkiej mocy dziecięcego liczenia pisze w swojej pracy E. Gruszczyk-Kolczyńska²². Wskazane jest, by każdy ambitny nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej zapoznał się z prezentowaną przez tę autorkę gamą pomysłów i rozwiązań.

Na etapie kształcenia wczesnoszkolnego ważne jest, aby dziecko pojmowało wszystkie aspekty liczb, w miarę sprawnie i bezbłędnie potrafiło przeliczać kolejno i wspak, aby wiedziało, że ostatni wypowiedziany liczebnik oznacza liczbę wszystkich elementów, potrafiło szacować i porównywać, a także wymieniać po kolei np. dni czy miesiące. To wszystko uczeń osiągnie właśnie dzięki wprawie w liczeniu różnorodnych elementów²³. Należy pamiętać również, żeby ćwiczenia te – o różnym poziomie trudności – towarzyszyły uczniom każdego dnia.

- **Zgadywanie, szacowanie, przeliczanie**

Królowa Matematyka wręcza każdej parze uczniów tekstylny, nieprzezroczysty woreczek z tajemniczą zawartością. Uczniowie – dotykając go i poruszając nim, patrząc na niego z zewnątrz – mają odgadnąć, jakie rzeczy są w nim ukryte. Następnie jedna z osób zakłada na oczy opaskę (doskonale sprawdzą się paski miękkiego polaru) i wkłada dłoń do woreczka, próbując przez dotyk odgadnąć, co jest w jego wnętrzu. Tylko Królowej szeptem zdradza, co odkryła. Te same czynności wykonuje partner z pary. Gdy skończy, wypowiada na głos swój wniosek. Odbywa się konfrontacja – uczniowska para wspólnie wysypuje na ławkę lub dywan zawartość woreczka i przekonuje się o swoich racjach. Następnie każdy z uczniów ma określić liczbę elementów w woreczku. Ważne jest, by do oszacowania było więcej niż 20 przedmiotów – wtedy trudniej ocenić ich dokładną liczbę. Aby sprawdzić, kto miał rację, jedna z osób głośno przelicza elementy, przesuwając je, a druga śledzi wzrokiem jej poczynania. Po chwili następuje zmiana i przedmioty są ponownie przeliczane. Każdego dnia uczniowie I klasy otrzymują woreczek z inną zawartością. Istotna jest jej częsta zmiana, aby dzieci mogły trenować swoje wyobrażenia.

- **Ile przedmiotów ukrywam pod kubeczkiem?**

Kiedy już liczmany zostaną dokładnie przeliczone, można przeprowadzić kolejną zabawę. Para uczniów ustala, ile elementów wykorzystuje do zabawy, następnie

²² Gruszczyk-Kolczyńska E., (2009), *Liczenie. Wspomaganie dzieci w ustalaniu prawidłowości, które są stosowane w liczeniu obiektów. Kształtowanie umiejętności liczenia*, [w:] Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, Warszawa: Edukacja Polska.

²³ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

dobiera kubeczki w odpowiednim rozmiarze, aby ukryć w nich pewną liczbę przedmiotów. Jeden z partnerów chowa kilka obiektów, a drugi, patrząc na te, które zostały, ma powiedzieć, ile jest pod kubkiem. Po konfrontacji następuje zmiana ról.

- **Jak to miło i wesoło, gdy woreczki krążą w koło, jeden tu, drugi tam, ile weźmiesz, pokaż nam**

Uczniowie siedzą w kręgu na dywanie. Królowa losowo rozdaje im kilka woreczków z tą samą zawartością. Uczniowie, śpiewając *Jak to miło...* (na melodię piosenki *Grosik*), podają je sobie z rąk do rąk. Gdy rozlegnie się ustalony wcześniej sygnał, woreczki pozostają w rękach szczęściarzy, którzy biorą kostkę z kręgu i za jej pomocą losują, ile przedmiotów mogą zabrać. Zabawa toczy się dalej, po kilku rundach uczniowie przeliczają zdobyte punkty.

- **Pełne dziesiątki i jedności**

Na środku dywanu leży mnóstwo różnych liczmanów. Królowa prosi o zrobienie porządku w Cyferkowie, wręczając każdej parze jeden przedmiot z rodzaju tych, które znajdują się w jednej grupie. Prosi także, by segregować przedmioty i wkładać do woreczków po dziesięć elementów. Po skończonej pracy pyta uczniów, czy mogą policzyć, ile mają liczmanów. Okazuje się, że teraz to bardzo proste. W ten sposób można przygotować uczniów do systemu dziesiątkowego i kształtować ich świadomość związaną z powstawaniem dziesiątki z dziesięciu jedności. Po takich treningach uczniowie z łatwością odkryją, ile jedności ukrywa np. liczba 47.

- **Zabawy z niewiadomą**

Królowa Matematyka rozdaje każdej parze uczniów woreczki z pewną liczbą elementów, a następnie poleca, by dzieci dołożyły do woreczka np. 5 liczmanów. Uczniowie mają przeliczyć, ile jest wszystkich elementów razem, i odkryć liczbę niewiadomą. Po wykonaniu zadania dzielą się swoimi spostrzeżeniami i wymieniają między sobą woreczki. Kolejne polecenie Królowej dotyczy zabrania z woreczka 3 elementów i sprawdzenia, ile w nim zostało. Dzieci mają stwierdzić, ile liczmanów było w woreczku na początku, oraz opowiedzieć, jak do tego doszły.

⇒ 7. O Cyfrach z Cyferkowa

7.1. Jak powstały cyferki?

Nauczyciel rozpoczyna opowieść o Cyferkowie zarządzanym przez Królową Matematykę. W Cyferkowie mieszkają znaki, które Królowa Matematyka sama stworzyła. Na zajęciach uczniowie układają obrazy cyfr ze sznurków, które leżą na ławkach lub na dywanie. Nauczyciel jest narratorem i jednocześnie odgrywa rolę Królowej Matematyki – zakłada sobie na głowę jej koronę i prezentuje obrazy. Za każdym razem zatrzymuje się i sprawdza, czy uczniowie ułożyli poprawne kształty cyferek.

A było to tak...

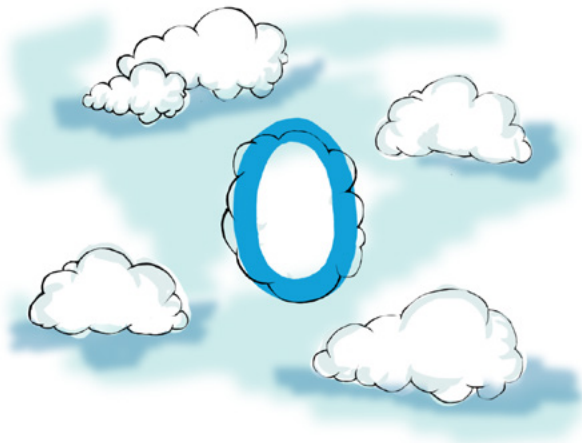
Zero ma się kojarzyć z pustką,
nicością – dlatego jest puste w środku.

Królowa myślała i myślała, aż:

– Zerooo! – zawołała.

I na myśl przyszło jej co? Wielkie O.

Dlatego Zero podobne będzie do O.



Zero – rys. J. Pasymowska

Jedynka jest sama jak palec,
więc będzie podobna do palca.

Jest pierwsza i zadziera nosa.

Kreseczka na skos – to będzie Jedynki nos.

Teraz w dół kreseczka – taka będzie **Jedyneczka**.

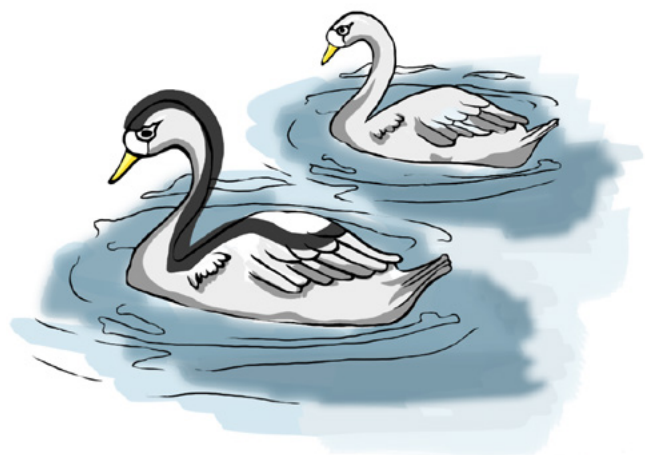


Jedyneczka – rys. J. Pasymowska

Dwa łabędzie ujrzała na stawie.

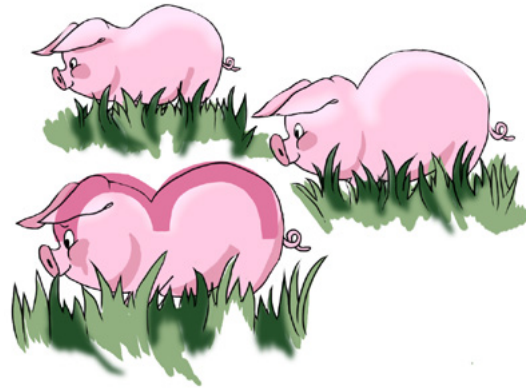
Ładna z nich para – rzekła.

I **Dwójeczkę** w obraz łabędzia oblekła.



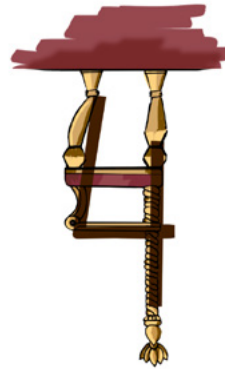
Dwójeczka – rys. J. Pasymowska

Trzy świnki w trawie przed wilkiem uciekały.
Tylko kawałki ciał im wystawały.
Matematyka to zobaczyła
i obraz **Trójeczki** stworzyła.



Trójeczka – rys. J. Pasymowska

Cztery nogi i podpórka
– z mego tronu będzie czwórka.
Gdy do góry nogami go odwrócimy,
to **Czwóreczkę** wnet ujrzymy.



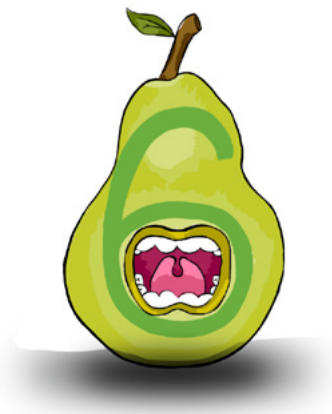
Czwóreczka – rys. J. Pasymowska

Piąteczka to jabłuszka połoweczka.
Wygląda jak zaciśnięta pięsteczka.
Kiedy palce rozprostuje,
pięć paluszków wyskakuje.
Gdy przed lustrem stanie,
całe jabłko wnet powstanie.



Piąteczka – rys. J. Pasymowska

Sześć zawsze chce jeść.
 Wielką paszczę, podobną do zera szeroko, szeroko otwiera.
 I widać jej ząbeczki aż do szósteczki.
 Ma grubiotki brzuszek, bo nie stroni od słodkich gruszek.
 Tylko ogonka **Szósteczka** nie zjada i ciągle go posiada.



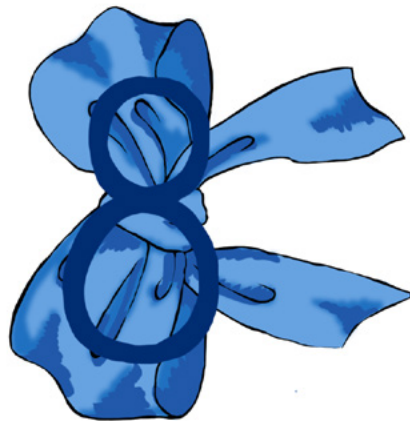
Szósteczka – rys. J. Pasymowska

Siódemeczka to pasterska jest laseczka.
 Kiedy świnka ją poprosi,
 świeżą trawkę tydzień kosi.
 W poniedziałek, wtorek, środę,
 czwartek, piątek i w sobotę
 na koszenie ma ochotę.
 Kosi także ją w niedzielę,
 by jej świnka zjadła wiele.



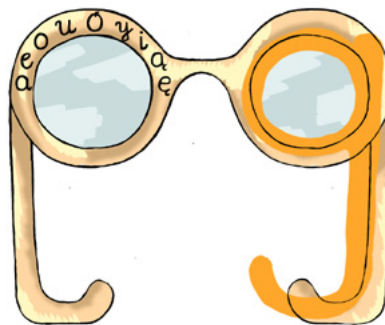
Siódemeczka – rys. J. Pasymowska

Ósemeczka to gustowna kokardeczka.
Kiedy zero przekręcimy, to naprawdę się zdziwimy.
Tak się zaplata jak ósmy cud świata.



Ósemeczka – rys. J. Pasymowska

Do góry głowa!
Dziewiąteczka jest gotowa.
Trzyma głowę w górze,
jakby śpiewała w chórze.
Ta wokalistka śpiewa z nami samogłoskami:
a, ą, e, ę, i, o, ó, u, y.
Gdy te literki zobaczymy,
do dziewięciu policzymy.
Jeszcze żarcik stary –
z podwojonej dziewiątki zrobisz okulary.



Dziewiąteczka – rys. J. Pasymowska

Uczniowie próbują wcielić się w rolę Królowej Matematyki i **spontanicznie opowiadają o tworzeniu cyfr**. Nauczyciel rozdaje dzieciom obrazki odzwierciedlające treść opowieści, a one wodzą po nich palcami, szukając odpowiedniego kształtu cyfry.

Dzieci siadają na dywanie, tworząc widownię. Nauczyciel losuje z ich grona 9 osób, które odegrają role: Zera, Jedyneczki, Dwójeczki, Trójeczki, Czwóreczki, Piąteczki, Szósteczki, Siódemeczki, Ósemeczki i Dziewiąteczki. Uczniowie trzymają w dłoniach maskotki w odpowiednich kolorach: 0 – błękitne (niebo), 1 – żółta (słońce), 2 – szara (młode łabędzie), 3 – różowa (świnka), 4 – brązowa (tron), 5 – czerwona (jabłko), 6 – zielona (gruszka), 7 – czarna (kosa), 8 – granatowa (kokardka), 9 – pomarańczowa (rym do głowa).

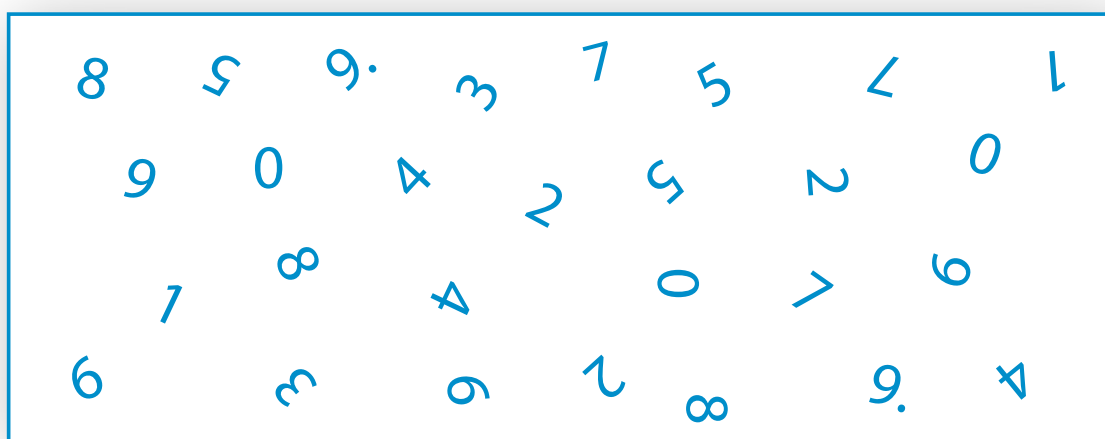
Zadaniem dzieci jest **odtworzenie roli cyfry**, którą reprezentują, np.:

– Cześć, jestem Jedyneczka, mam zadarty nos na skos i jestem sama jak palec. – Zastanawiacie się na pewno, dlaczego jestem żółta. – Otóż jestem jak słońce – najważniejsza i jedyna i mam jego kolor...

Każdą z cyferek uczniowie podają sobie z ręk do rąk. Cyferki są przytulane, oglądane i serdecznie witane.

7.2. Praca nad aspektem symbolicznym liczby

Praca rozpoczyna się od **wodzenia kredką w odpowiednim kolorze po określonym kształcie**. Każdy z uczniów ma przed sobą planszę z wieloma cyframi, które należy rozmieścić w różnych konfiguracjach. Dostaje też 10 kredek w barwach maskotek, ułożonych w dowolnej kolejności, ale jedna obok drugiej.



Plansza z cyframi – opracowanie własne autorki

Królowa Matematyka chowa cyferki i wywołuje ich nazwy. Zadaniem dzieci jest podniesienie kredki w kolorze maskotki. Królowa włącza muzykę, w tym czasie uczniowie biorą do ręki pierwszą kredkę z kolei i wodzą nią po cyferkach w jej kolorze. Gdy muzyka ucichnie, kredkę odkładają na koniec kolejki, swoją kartę podają koledze, a sami otrzymują kartę od innej osoby. Chodzi o to, by karty wędrowały w ustalonym wcześniej porządku. Gdy znowu rozlegnie się muzyka, dzieci biorą do ręki kolejną kredkę i jak wcześniej, wodzą nią po odpowiednim kształcie cyfry będącej w jej kolorze. Znowu muzyka cichnie i uczniowie postępują jak poprzednio. Można poprosić dzieci, aby za każdym razem sprawdzali, czy na kartach nie ma błędów.

Następną czynnością uczniów może być **wykonanie w zeszyte rysunków cyfr**. Mile widziane będą obrazy nawiązujące do opowieści Królowej Matematyki.

Zanim uczniowie narysują cyfry, najpierw **ulepią ich wzory z plasteliny**. Wzory powinny mieć właściwy kształt i odpowiedni kolor. Przed każdą czynnością lepienia należy przeprowadzić masaż obu dłoni jednocześnie²⁴, z wykorzystaniem zmrożonych wcześniej plastelinowych kulek.

Kolejne kroki masażu:

- Nauczyciel wraz z uczniami sprawdza, **z jakich części składa się dłoń** i skąd wychodzą kości palców. Mówi uczniom, że środkową, miękką część dłoni nazwiemy stawem, a kości okalające to miejsce – brzegiem stawu. Należy dokładnie obejrzyć kolejne palce i zwrócić uwagę, że każdy z nich ma widoczny od wewnątrz „parter” i „dwa piętra”, z wyjątkiem kciuka, a także swoją nazwę.
- Każde dziecko ma przed sobą dwie, zmrożone wcześniej w lodówce, zimne plastelinowe kulki z puli kolorystyki cyferek. Dla wywołania lepszego efektu masażu znaczenie ma zarówno temperatura, jak i twardość plasteliny. Uczniowie umieszczają prawą dłoń na jednej kulce, a lewą na drugiej. Rozpoczynają **masaż obu wewnętrznych części dłoni jednocześnie**. Najpierw masują stawy, lekko je naciskając.
- Przed przystąpieniem do wykonywania kolejnych etapów masażu nauczyciel prosi dzieci, aby uniosły na chwilę dłonie i skupiły się na swoich odczuciach. Oddziaływanie zimnych kulek na mięśnie wzmocni czucie wewnątrz i wpłynie na poprawę świadomości ciała uczniów. Następnie w ten sam sposób uczniowie zajmują się brzegami stawów i każdym z palców oddzielnie, zaczynając od małych, a na kciukach kończąc. Należy zwrócić uwagę, że dzieci wykonują tę czynność obiema rękami, zgodnie z koncepcją kinezylogii edukacyjnej²⁵. Przeprowadzają kulki od czubka każdego palca aż do nadgarstka. Masują nimi także ich wybrane „piętra”.

²⁴ Pasybowska R., (2021), *Moi przyjaciele z Literkowa w domu. Podręcznik do programu nauczania ortografii w klasach I–III. Klasa I*, Kraków: Impuls.

²⁵ Hannaford C., (2016), *Zmysłne ruchy, które doskonalą umysł. Podstawy kinezylogii edukacyjnej*, Warszawa: Wydawnictwo Medyk.

- Następnie uczniowie zaczynają gnieść jednocześnie obie kulki palcami lewej i prawej dłoni. Gdy plastelina zmięknie, rozwałkują z wycuciem oba jej kawałki naraz. W efekcie powstają dwa wałeczki, z których dzieci lepią cyfry zgodnie z kolorami, jakie posiadają. Bardzo ważne jest zidentyfikowanie i nazwanie części składowych każdego znaku liczbowego, który ma, np. jak:
 - Zero – kształt ust wypowiadających głoskę „o”;
 - Jedyneczka – nos na skos i plecki proste jak palec;
 - Dwójeczka – głowę, szyję i wygięty tułów;
 - Trójeczka – główkę i tułów;
 - Czwóreczka – widoczne dwie nogi tronu, jego siedzisko i oparcie – oczywiście odwrócone;
 - Piąteczka – ogonek, pół jabłuszka i listek;
 - Szósteczka – ogonek i pękaty brzuszek;
 - Siódemeczka – wygięte ostrze w kształcie fali i uchwyt;
 - Ósemeczka – dwie złączone pętelki;
 - Dziewiąteczka – głowę, plecki i zakręconą laseczkę.

Uczniowie podczas lepienia powinni rozdzielić plastelinowy wałek na niezbędną ilość części. Taki trening ma duże znaczenie dla rozwoju myślenia matematycznego dzieci. Istotne jest także nazywanie przez nie elementów lepionych cyfr, np. ogonek, laseczka, fala, główka itp., co ułatwi dzieciom zapamiętanie kształtu cyfr. Warto na co dzień powtarzać czynność lepienia, aż każde dziecko zaprojektuje wszystkie cyferki. Można również zaproponować uczniom i rodzicom wspólną plastelinową zabawę w domu.

Gdy model cyfry jest już gotowy, uczniowie stawiają go na ławce, aby osiągnąć **efekt trójwymiarowości** (o znaczeniu tego efektu pisze R.D. Davis w książce *Dar dysleksji*²⁶). Razem z nauczycielem ustalają, w jakim położeniu znajduje się konkretna cyfra – gdzie jest jej przód, bok i tył. Następnie cyfra zostaje ożywiona przez zaznaczenie twarzy – wtedy uczniowie zaczynają animować swoją figurkę. W jej imieniu prowadzą rozmowy z innymi bohaterkami z Cyferkowa, mówiąc np.:

– Cześć, jestem Trójeczka, mam kształt świnki i jej kolor.

Po zakończeniu zabaw teatralnych, dzieci ustawiają swoje figurki w pozycji pionowej w kierunku pisania. Wtedy Królowa Matematyka wyjmuje maskotki cyferek i uczniowie porównują z nimi efekty swojej pracy.

Uczniowie sprzątają miejsce pracy i przygotowują się do **kaligrafii**, czyli pięknego pisania. Tę rękę, którą piszą, nazywają **Pracusem**, a tę, która odpoczywa – **Leniuszkiem**. To właśnie ta druga podejmuje się trudu rozmasowania wszystkich części pracowitej dłoni, by zasłużyć sobie na bycie w spoczynku. Dzieci umieszczają ulepione cyferki w kratownicy wykonanej z kawałków sznurka lub wełny i precyzyjnie określają ich położenie. Przed

²⁶ Davis R.D., Brown E.M., (2010), *Dar dysleksji. Dlaczego niektórzy zdolni ludzie nie umieją czytać i jak mogą się nauczyć*, Poznań: Wydawnictwo Zysk i S-ka.

odtworzeniem w zeszyte wskazanych kształtów powinny wielokrotnie wodzić palcem po ulepionych przez siebie modelach zgodnie z ustaloną kolejnością.

Za każdym razem uczniowie lepią inne cyferki, poprzedzając tę czynność masażkami dłoni. Dzięki takiej organizacji pracy unikną monotonii i wykażą się samodzielnością. Dokonają ponadto selekcji podawanych informacji i skupią uwagę na tym, co ważne. Zyskają jeszcze coś bardzo cennego – świadomość trzech wymiarów cyfry i utrwalą jej kształt w konkretnym obrazie. Zabiegi te pomogą im uniknąć odwracania znaków podczas pisania.

7.3. Ćwiczenia utrwalające kształt cyfr

Do ćwiczeń tych należą:

- **Uzupełnianki**
Dzieci dopisują brakujące części cyfr.
- **Pomyśl, dopisz, podaj dalej** (PDPD – metoda autorstwa R. Pasymowskiej)
Zabawa rozpoczyna się, gdy dzieci mają przed sobą kartę pracy z 6 pustymi pętelkami – zbiorami cyfr. Założenie jest takie, aby w każdej pętli znalazły się wszystkie cyfry, ale nie można ich powielać. Na hasło Królowej Matematyki uczniowie mogą wpisać w dowolnej pętli tylko jedną brakującą cyfrę, i muszą to robić bardzo uważnie, żeby się nie pomylić. Następnie każdy uczeń, w ustalonym wcześniej porządku, podaje kartę pracy koledze. Nauczyciel może wręczyć dzieciom różne kolory kredek, żeby na końcu sprawdzić, który z uczniów psuł zabawę, a który się starał.
- **Rosnące i malejące cyferki**
Uczniowie na czystej kartce z bloku mają zaznaczone cyfry, które muszą stopniowo zwiększać lub zmniejszać.
- **Jaką cyfrę piszę na twoich plecach?**
Uczniowie pracują w parach, jedna osoba odwraca się tyłem do partnera, a druga pisze na jego plecach dowolną cyfrę. Towarzysz zabawy powinien odgadnąć, jaki to znak. Po kilku próbach następuje zmiana.
- **Marsz po cyferkach**
Nauczyciel, będąc z uczniami na boisku, rysuje kredą wielkie obrazy cyfr. Zadaniem uczniów jest spacerowanie po nich i wypowiedzianie ich nazw.
- **Dyktando matematyczne**
Królowa dyktuje numery telefonów, będące dowolnymi zestawieniami cyfr, lub określa, gdzie należy je dopisać, np.: „napisz 5 i 9 pod 3” itp. Uczniowie zapisują cyfry i sprawdzają je w parach.
- **Podaj numer telefonu**
Dzieci głośno czytają wylosowane numery telefonów.

7.4. Powiązanie aspektu symbolicznego z kardynalnym

Królowa Matematyka przypomina fragmenty opowieści o powstaniu kształtów cyfr. Kształty te nierozzerwalnie wiążą się z mocą liczby, którą reprezentuje jej znak, np.:

Zero ma się kojarzyć z pustką, nicością – dlatego jest puste w środku.

Jedynka jest sama jak palec...

Dwa łabędzie ujrzała na stawie...

Trzy świnki w trawie przed wilkiem uciekały...

Cztery nogi...

Piąteczka to jabłuszka połóweczka.

Wygłąda jak zaciśnięta piąsteczka.

Kiedy palce rozprostuje, pięć paluszków wyskakuje.

Sześć zawsze chce jeść.

Wielką paszczę, podobną do zera szeroko, szeroko otwiera i widać jej ząbeczki aż do szósteczki (tu uczniowie przeliczają kolejne ząbki).

Siódemeczka to pasterska jest laseczka, a gdy świnka ją poprosi, świeżą trawkę tydzień kosi.

W poniedziałek, wtorek, środę, czwartek, piątek i w sobotę na koszenie ma ochotę (tu uczniowie liczą dni tygodnia).

Ósemeczka to gustowna kokardeczka.

Kiedy zero przekręcimy, to naprawdę się zdziwimy.

Tak się zaplata jak ósmy cud świata (tu uczniowie dowiadują się, czym są cuda świata, i liczą je).

Do góry głowa! **Dziewiąteczka** jest gotowa.

Ta wokalistka śpiewa z nami samogłoskami: a, ą, e, ę, i, o, ó, u, y.

Gdy te literki zobaczymy, do dziewięciu policzymy (tu dzieci liczą obrazy samogłosek).

Nauczyciel proponuje uczniom zabawy ruchowe, mające na celu powiązanie mocy liczby z jej obrazem:

- **Tyle razy skocz, jaka jest moja moc**
Królowa Matematyka pokazuje maskotki cyferek. Dzieci podskakują tyle razy, ile przedstawia wartość pokazanej cyfry.
- **Jak to miło i wesoło, gdy cyferki krążą w koło, mają moc, którą znam, wnet opowiem o tym wam**
Uczniowie stoją w kręgu i podają sobie dziesięć maskotek z rąk do rąk. Można śpiewać piosenkę w różnym tempie, żeby dzieci się nie spodziewały, jaka cyferka do nich trafi. **Dziesięć** osób wchodzi do środka kręgu, ich zadaniem jest przedstawienie mocy swojej bohaterki w wybrany przez siebie sposób, np. klaszcząc, pokazując na palcach itp.
- **Złap cyferkę**
Królowa Matematyka przedstawia kilka plansz z cyferkami w różnych konfiguracjach i rozmiarach, zapisanych w kolorze fioletowym, który nie kojarzy się z barwami bohaterki z Cyferkowa. Dzieli uczniów na zespoły, rozdając packi na muchy

w różnych kolorach. Dzieci biegają wokół stolików z planszami, nagle Królowa przywołuje ich uwagę dowolną ilością ustalonych sygnałów dźwiękowych. Uczniowie mają szybko złapać paczkę cyfrę reprezentującą przedstawioną moc liczby.

8. Gdzie mieszkają liczby w Cyferkowie?

8.1. Aspekt miarowy liczb – oś liczbowa²⁷

Nauczyciel zaprasza uczniów do zajęcia miejsc na dywanie. Uczniowie siadają w kręgu, a nauczyciel wprowadza ich w klimat zajęć, snując opowieść:

– Pewnego dnia w Cyferkowie rozpętała się straszliwa burza. Wiatr rozwał liczby na wszystkie strony świata (uczniowie stoją w kręgu i trzymają w dłoniach chustę animacyjną, potrząsając nią niespokojnie, na jej powierzchni leżą liczby zapisane na kartkach), a deszcz je zmoczył (nauczyciel polewa wszystkich wodą ze spryskiwacza, aby mieli odczucie padającego deszczu).

Zobaczyła to Królowa Matematyka (nauczyciel wyznacza losowo rolę Królowej, uczeń zakłada sobie koronę na głowę) i bardzo się przejęła. Pozbierała wszystkie liczby i zaczęła wieszać je na sznurze (dwóch uczniów trzyma linę, kilkoro otrzymuje klamerki do bielizny i pomagają Królowej, wieszając mokre liczby tak jak pranie). Gdy liczby wyschły (kilku uczniów delikatnie macha chustą, powodując wiatr) i nabrały mocy, zaczęły się zastanawiać, dlaczego wiszą w tym, a nie innym miejscu, dlaczego mają nierówną przestrzeń wokół siebie. W ten sposób rozpętała się kolejna burza, ale już na sznurze – o kolejność i odległości (uczniowie trzymający linę zmieniają się, przejmujący delikatnie nią potrząsają, jakby liczby żyły, nauczyciel może w tej chwili poprosić dzieci, aby spontanicznie zagrały role liczb), jednak Królowa przerwała ją szybko wieścią, że sama zadecyduje, gdzie zamieszkają liczby (uczeń grający rolę Królowej spontanicznie formułuje tekst). Dała uczniom polecenie, aby ustawiły się kolejno od najmniejszej do największej mocy (kilku uczniów porządkuje liczby według usłyszonej zasady).

Aby pogodzić liczby, Królowa wyznaczyła równą przestrzeń między nimi. Zawsze o jej rozmiarze zadecyduje Jedyńka, stając w dowolnej odległości od Zera. Każda kolejna liczba musi ustawić się tak samo daleko od swoich sąsiadek (kilku uczniów dostosowuje jednostki, a dwóch zmienia trzymających linę). Tę odległość Królowa nazwała **jednostką**. Dlaczego to zadanie powierzyła Jedyńce? Może dlatego, że jest pierwsza?

Po zaprezentowaniu scenki nauczyciel siada z dziećmi w kręgu i prosi je, aby przypomniały przebieg historyjki i spróbowały nazwać miejsce, na którym zamieszkały liczby. Królowa Matematyka chwali dzieci za pomysły i zdradza im swoją nazwę: oś liczbowa – dla

²⁷ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

takiego miejsca zamieszkania liczb, które przypomina miarkę. Wyjaśnia również, jak zrodził się pomysł na tę nazwę: lina liczby nosi, więc mieszkają na osi. Uczniowie podają przykłady występowania osi liczbowych w codziennym życiu.

Dzieci w parach konstruują na pasku papieru oś liczbową, wykorzystując do odmierzenia jednostek klocki w kolorach, zwane liczbami. Zaznaczają miejsca zamieszkania liczb i wpisują je w odpowiedniej kolejności (ciekawie byłoby, gdyby każda para otrzymała klocek o innej wartości). Następnie dzieci wspólnie mierzą te same rzeczy: np. blaty ławek, zeszyty, ćwiczenia, podręczniki itp. Królowa Matematyka zwraca uwagę, że mierzenie zaczynamy od zera, ponieważ oznacza pustkę, czyli nic, i od niego wszystko się zaczyna. Po wykonaniu tej czynności następuje porównanie wyników pomiarów i jednostek w miarkach, którymi mierzyły dzieci. Ważne jest wyciągnięcie wniosku na temat praktycznego użytkowania takich miarek. W tym momencie dzieci wyjmują linijki, a Królowa Matematyka rozdaje im miarki krawieckie. Uczniowie porównują odległości między liczbami i **poznają nazwę centymetr**. Ponownie mierzą te same przedmioty, ale już miarką krawiecką, porównują wyniki i wyciągają wnioski.

Oś liczbowa może stanowić pośrednik w doskonaleniu umiejętności dodawania i odejmowania, a także mnożenia i dzielenia.

8.2. Aspekt porządkowy liczb – tabela stu liczb

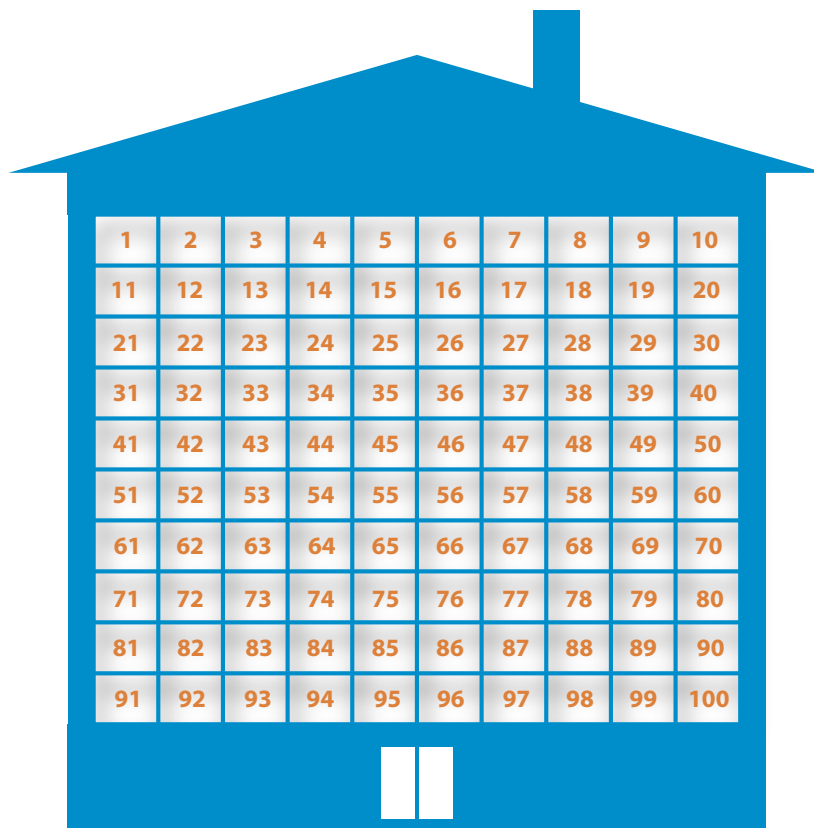
Nauczyciel kontynuuje opowieść, dzieci siedzą na widowni, czyli na dywanie, tak jak w teatrze. Ponieważ Królowa z trudem mogła objąć wzrokiem swoje liczby, więc myślała, jak sprawić, by wszystkie mieć na oku. Wreszcie wpadła na pomysł:

– Wiem! – Zamieszkacie w tym bloku (pokazuje pustą tabelę stu liczb), będę miała was na oku. – Jeśli się w jednym nie zmieścicie, następny stworzycie.

Królowa Matematyka postawiła warunek, że w bloku mogą mieszkać tylko te liczby, które mają moc. Ponieważ lubi porządek, poprosiła, by **lokatorzy** zajmowali mieszkania po kolei, począwszy od najwyższego piętra i najmniejszej mocy liczb.

Uczniowie pracują w parach i prowadzą obserwacje dotyczące miejsca zamieszkania liczb. Królowa pyta, która z nich będzie pierwsza, która druga itp. Uczniowie odpowiadają na pytania i dzielą się wnioskami z pozostałymi parami. Ustalają, jakie liczby zamieszkają w kolejnych blokach.

Nauczyciel przeprowadza zabawy z tabelą stu liczb.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Tabela stu liczb – opracowanie własne autorki

- **Naprowadzanie uczniów na konkretną liczbę**

Królowa udziela zrozumiałych dla dzieci wskazówek: „piętro”, „rząd”, „szereg”, „pion”, „kolumna”, „poziom”, „wiersz”, „na skos”, „w prawo”, „w lewo”, „w górę”, „w dół”. Aby ułatwić rozumienie zabawy, umieszcza tuż nad tabelą słoneczko, a na dole, tuż przy bloku – trawkę, a także literę „P” z prawej strony tabeli, a literę „L” z lewej. Informuje dzieci, że „pion” jest jak pień, który pnie się ku górze, a „poziom” porusza się po piętrze jak po ziemi – od lewej do prawej i od prawej do lewej. Kiedy uczniowie zapamiętają podstawowe zwroty, nauczyciel wprowadza kolejne, np.: „w pierwszym rzędzie od lewej strony” i „na trzecim piętrze od góry” itp.

- **Opisanie miejsca zamieszkania konkretnej liczby**

Królowa prosi dzieci o naprowadzenie jej słowami na mieszkanie Trójki. Wybrane dziecko opisuje miejsce występowania liczby: – Trójka mieszka na pierwszym piętrze od góry, w trzecim mieszkaniu od lewej strony.

- **Zastosowanie wizualizacji – przeniesienie obrazu**

Królowa rozdaje uczniom puste tabele i wyjaśnia, że jest to ten sam blok, tylko że liczby zamknęły drzwi swoich mieszkań. Na puste pola kładzie żetony i poleca dzieciom, by odgadły, jakie liczby mieszkają w wyznaczonych miejscach. W ten sposób uczniowie nadal bawią się w parach.

- **Próba udzielenia odpowiedzi na ważne pytanie: Gdzie mieszka Zero w tym bloku?**

Uczniowie mają się zastanowić, czy Zero ma moc i co się dzieje, gdy staje przed liczbą lub za nią. Królowa pomaga dzieciom w samodzielnym wyciągnięciu wniosków.

- **Poznanie zasad panujących w bloku**

Uczniowie mają odkryć, że po prawej stronie dowolnego mieszkania na każdym piętrze przebywa liczba o 1 większa, a po lewej – o 1 mniejsza. Ważne jest, aby dzieci miały świadomość, że na każdej kondygnacji jest tylko 10 mieszkań, a sąsiadka mieszkająca „nad” jest zawsze o 10 mniejsza, sąsiadka mieszkająca „pod” – o 10 większa. Kiedy dzieci przyjrzą się liczbom, zauważą, że w każdym pionie mieszkańcy mają taką samą cyfrę jedności. Im częściej uczniowie będą obcowali z tabelą, tym mocniej ten schemat liczbowy zakorzeni się w ich świadomości.

Tabela stu liczb może także służyć dzieciom jako pośrednik w wykonywaniu działań matematycznych pod warunkiem, że będzie pusta.

➡ 9. Propozycje spotkań z maskotkami symbolizującymi cyfry z Cyferkowa

Nauczyciel planuje zajęcia tak, aby uczniowie mogli dogłębnie zapoznać się z każdą postacią z osobna i w wielu aspektach.

9.1. Witaj, Jedyneczko!

Królowa Matematyka zaprasza do klasy **Jedyneczkę**²⁸ (maskotkę obrazującą cyfrę jeden, w kolorze żółtym, przypominającym słońce, które również jest jedno) i prosi ją, aby się przedstawiła. Uczniowie swobodnie podejmują się odegrania jej roli. Siedzą w kręgu i podają sobie maskotkę z rąk do rąk, witając się z nią.

Uczniowie będą pracowali w Matematycznych Stacjach Badawczych²⁹. Królowa wyznacza następujące stacje: Jedyna, Samotna, Całość, Pojedynczo, Najlepsza, Jeden/Jedna/Jedno, Pierwsza, Jedność i dzieli uczniów na tyle grup, ile jest stacji. Uczniowie wędrują od stacji do stacji zgodnie ze wskazówkami zegara i wspólnie zastanawiają się, dlaczego Jedyneczka tak mówi o sobie. Królowa podaje sygnał dotyczący przejścia do kolejnej stacji. Można wówczas przygotować pomoce dydaktyczne, które ułatwią dzieciom rozmyślenia, np. w stacji Całość położyć chleb, zdjęcie klasy itp.

²⁸ Wizerunki maskotek-cyferek znajdują się w Aneksie. Informacjami o możliwościach ich zamówienia dysponuje autorka publikacji.

²⁹ Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji.

Po zakończeniu pracy Królowa spotyka się z dziećmi w kręgu. Prosi grupy o przemyślenia związane z każdą stacją, po czym mówi, aby dzieci narysowały w zeszytach Jedyneczkę, a wokół niej te obrazki, które pasują do klasowych rozważań, czyli np. słońce, mamę, tatę, pierwsze miejsce na podium, siebie, kolegów z klasy, monety 1 zł i 1 gr, chleb itp.

Następnie Królowa zapoznaje dzieci z historyjką o powstaniu cyfry jeden. Lepi ją z plasteliny z uczniami, nazywa jej części, zaznacza moc i prezentuje zapis w kratownicy. Ważnym punktem spotkania jest wskazanie miejsca zamieszkania Jedyneczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.2. Witaj, Dwójeczko!

Uczniowie siedzą na widowni, Królowa Matematyka przynosi na spotkanie **Dwójczkę** (maskotkę obrazującą cyfrę dwa, w kolorze szarym, przypominającą małego łabędzia, który po stawie pływa w parze). Królowa proponuje dzieciom, aby spontanicznie wchodziły w jej rolę podczas prezentacji:

– Witajcie, dzieci! – Przybywam do was z Cyferkowa. – Opowiem wam, co lubię, ale w zagadkowy sposób, a wy spróbujecie to odgadnąć.

– Otóż jestem związana z bliźniętami i lubię towarzystwo. – Kto powie, dlaczego?

Dzieci udzielają odpowiedzi.

– Doskonale!

– Znajdziecie moją moc w swoim ciele. – O czym mówię, przyjaciele?

Dzieci odpowiadają Dwójeczce.

– Brawo!

– Jeśli mówimy o dwóch rzeczach i osobach, mamy na myśli parę. – Czy możecie wskazać pary wokół nas?

– Mogę coś podwoić. – Kto wie, co to znaczy?

– Mogę także coś podzielić na dwie równe części, czyli na połowę. – Możecie podać przykłady?

– Podzielcie sznurki lub paski papieru na pół. – Pytacie, jak to zrobić?

– Lubię dialog. – Kto zgadnie, dlaczego?

– Zawsze jestem na podium. – Wyjaśnijcie mi zatem, które zajmuję miejsce w zawodach?

– Moim miesiącem jest luty. – Dlaczego?

– Doskonale jeżdżę na rowerze. – Kto wie, dlaczego?

Po prezentacji uczniowie siadają w kręgu. Podając sobie maskotkę z rąk do rąk, witają się z nią. Królowa Matematyka prosi, aby dzieci narysowały w zeszytach Dwójczkę, a wokół niej te obrazki, które pasują do rozwiązań zagadek, np. dłonie, oczy, parę dzieci, podium, monety 2 zł, 2 gr itp.

Po skończonej pracy Dwójeczka zaprasza dzieci do zabawy ruchowej w rytm piosenki *Łabędzie*. Celem tego pląsu jest tworzenie par. Następnie Królowa zapoznaje dzieci

z historyjką o powstaniu cyfry dwa i jej kolorze. Królowa lepi ją z plasteliny z uczniami, nazywa jej części, zaznacza moc i prezentuje zapis w kratownicy. Ważnym punktem spotkania jest wskazanie miejsca zamieszkania Dwójeczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.3. Witaj, Trójeczko!

Królowa Matematyka zjawia się z **Trójeczką** (maskotką symbolizującą cyfrę trzy, w kolorze różowym, jak trzy bohaterki bajki) i zaczyna zajęcia od historyjki o trzech małych świnkach. Wyjaśnia dzieciom, dlaczego maskotka jest różowa i ma właśnie taki kształt. Zmienia położenie Trójeczki z ustawienia poziomego na pionowe. Uczniowie w kręgu witają się z maskotką, a następnie wspólnie zastanawiają się, co symbolizuje nowa bohaterka: np. trzecie miejsce na podium, trojaczki, trójkąt, trzeci migdałek, kwasy Omega 3, sygnalizacja świetlna, Ziemia – trzecia planeta od Słońca, trójdzwięk, trzech muszkieterów, Złotowłosa i trzy misie, trzy życzenia od Złotej Rybki, kwartał, nieparzysta itp. Królowa głośno myśli i podsuwa dzieciom pomysły, a następnie prosi je, aby narysowały Trójeczkę w zeszytach, a wokół niej obrazki, które się z nią kojarzą. Uczniowie lepią cyferkę z plasteliny, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Trójeczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.4. Witaj, Czwóreczko!

Królowa zaprasza uczniów na spotkanie z nową maskotką – **Czwóreczką** (podobną do królewskiego tronu, która jest koloru brązowego) i proponuje, by dzieci w czwórkach przygotowały się do opowiadania o tym, co lubi Czwóreczka. Następnie Królowa, wykorzystując maskotkę, losuje grupę rozpoczynającą prezentację. Kolejne zespoły dodają to, czego jeszcze nie powiedziano, np.:

– Ja, Czwóreczka, lubię samochody, bo mają cztery koła, rozpoznaję cztery strony świata, znam się na krzesłach, na kwadratach i na czterech kątach w pokoju, znam cztery pory roku, kojarzę się z ćwiartką, kocham zwierzęta, które mają cztery nogi itp. Jeśli widownia czegoś nie rozumie, prosi o wyjaśnienie.

Po skończonej prezentacji uczniowie witają w kręgu maskotkę, podając ją sobie z rąk do rąk. Rysują Czwóreczkę w zeszytach, a wokół niej obrazki, które się z nią kojarzą. Następnie lepią cyferkę z plasteliny, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Czwóreczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.5. Witaj, Piąteczko!

Królowa Matematyka rozdaje parom jabłuszka i prosi, by się im przyjrzały ze wszystkich stron, a następnie rozdziela je na połowy, aby każdy uczeń miał swoją część. Jednocześnie rozpoczyna opowieść o tym, jak stworzyła **Piąteczkę** (maskotkę symbolizującą cyfrę pięć, w kolorze czerwonym), przedstawiając ją dzieciom.

Uczniowie witają się z cyferką, przybijając jej piątki. Pracują w parach – szukają pięciu skojarzeń z piątką, np.: ocena szkolna, piąte koło (zapasowe), ściana kostki do gry, pięć zmysłów, pięć palców u ręki i u nogi, pięciolinia, piątek (piaty dzień tygodnia), maj itp. Podczas pracy jedzą swoje połówki jabłek. Po upływie wyznaczonego czasu dzielą się swoimi pomysłami, rysują Piąteczkę w zeszytach, a wokół niej obrazki, które się z nią kojarzą, np. monety 5 zł, 5 gr, dłoń itp. Następnie lepią cyferkę z plasteliny w kolorze czerwonym, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Piąteczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.6. Witaj, Szósteczko!

Królowa Matematyka opowiada o **Szósteczce** (maskotce symbolizującej cyfrę sześć, w kolorze zielonym), zwracając uwagę na jej kształt. Uczniowie siedzą w kręgu, podają sobie maskotkę z rąk do rąk, witają się z nią i oglądają ze wszystkich stron. Królowa częstuje dzieci kawałkami gruszek, aby poczuły smak ulubionego owocu tej cyfry. Podczas degustacji dzieci słuchają wystąpienia Szósteczki, która swoją prezentację wzbogaca obrazami. Szósteczka mówi:

– Głównie kojarzę się z czymś najlepszym: oceną szkolną, ścianką na kostce, najwyższym wynikiem, czerwcem kończącym rok szkolny i zaczynającym wakacje, a także z sześcioma ścianami kostki, liczbą nóg, jaką miewają owady, ze strunami gitary, z ramionami gwiazdy, szóstym niezwykłym zmysłem (intuicją), liczbą zawodników jednej drużyny podczas meczu siatkówki, liczbą losowanych kul w grze liczbowej Lotto, trzema parami.

Królowa proponuje, żeby dzieci narysowały Szósteczkę w zeszytach, a wokół niej obrazki, które się z nią kojarzą. Następnie dzieci lepią cyferkę z plasteliny w kolorze zielonym, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Szósteczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.7. Witaj, Siódemeczko!

Królowa Matematyka przybywa do klasy z **Siódemeczką** (maskotką w kolorze czarnym, symbolizującą cyfrę siedem). Opowiada dzieciom o jej powstaniu i prosi, żeby się z nią przywitały. Następnie pyta dzieci, kiedy spotkały się z liczbą siedem. Uczniowie

spontanicznie mówią o swoich doświadczeniach, podając przykłady: siedem dni tygodnia, szczęśliwa siódemka, siódmy miesiąc roku (lipiec), początkowy fragment bajek, np. za siódmą górą, za siódmą rzeką itp., siedem kolorów w tęczy, suma oczek na przeciwległych ścianach kostki. Królowa zapoznaje dzieci z fragmentami bajki *O Królownie Śnieżce i siedmiu krasnoludkach*. Stosuje różnorodne formy prezentacji i prosi, aby byli uważni. Po zakończeniu opowieści zadaje pytania o imiona kolejno przedstawianych krasnali i ich rekwizyty, np.: Którym z kolei krasnałem jest Gapcio? Co trzymał w dłoniach Apsik?

Królowa prosi, żeby dzieci narysowały w zeszytach Siódemeczkę, a wokół niej siedmiu krasnali. Dzieci lepią cyferkę z plasteliny w kolorze czarnym, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Siódemeczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.8. Witaj, Ósemeczko!

Królowa Matematyka przybywa na spotkanie z **Ósemeczką** (maskotką w kolorze granatowym, obrazującą cyfrę osiem) i prosi, żeby się przedstawiła. Uczniowie słuchają historii jej powstania. Królowa zaprasza dzieci do prezentacji Układu Słonecznego, podczas której poznają osiem planet krążących wokół Słońca. Uczniowie nazywają je i rozróżniają. Ósemeczka zmienia swoje położenie, pokazując, że może oznaczać także nieskończoność, z którą kojarzy się kosmos. Królowa pokazuje dzieciom nutkę, którą nazywa się ósemką. Bawi się z dziećmi w wystukiwanie rytmu ósemkowego. Prezentuje film o mackach ośmiornicy. Dzieci witają się z Ósemeczką w kręgu, podając sobie maskotkę z rąk do rąk, po czym kreślą leniwą ósemkę zgodnie z metodą Dennisona³⁰.

Królowa prosi uczniów, żeby narysowały w zeszytach Ósemeczkę, a wokół niej planety, nutki i kosmos. Następnie dzieci lepią cyferkę z plasteliny w kolorze granatowym, zwracając uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Ósemeczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (tabeli stu liczb).

9.9. Witaj, Dziewiąteczko!

Królowa przynosi na spotkanie **Dziewiąteczkę** (maskotkę w kolorze pomarańczowym, symbolizującą cyfrę dziewięć) i przedstawia dzieciom historię jej powstania. Prosi, żeby uczniowie zanotowali numery telefonów, które poda. Pyta, co ciekawego w nich zauważyli. Pojawia się ciekawa informacja, że mają 9 cyfr. Następnie Dziewiąteczka uczy dzieci śpiewać samogłoskami – ich dziewięcioma obrazami: *a, q, e, ę, i, o, ó, u, y* – i zdradza im, dlaczego jest najbardziej związana ze szkołą, mówiąc, że we wrześniu uczniowie do niej

³⁰ Dzionek E., (2007), *Kinezylogia edukacyjna*, Kraków: Impuls.

wracają. Chwali się, że jest największa ze wszystkich liczb jednocyfrowych. Pokazuje uczniom, na czym polega uzupełnienie dziewięciu krerek w grze liczbowej *Sudoku*. Uczniowie pracują w parach i uzupełniają rozpoczęte części gry. Następnie siadają w kręgu, dzielą się wrażeniami na temat trudności, a Królowa chwali ich poczynania. Po rozmowie podają Dziewiąteczkę z rąk do rąk i witają się z nią.

Królowa prosi dzieci o narysowanie w zeszytach Dziewiąteczki, a wokół niej – różnych numerów telefonów, samogłosek i krerek *Sudoku*. Następnie uczniowie lepią cyferkę z plasteliny w kolorze pomarańczowym, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jej ułożenie w kratownicy. Ważne jest wskazanie miejsca zamieszkania Dziewiąteczki na osi liczbowej i poznanie jej mieszkania w bloku (w tabeli stu liczb).

9.10. Witaj, Zero!

Królowa przynosi na spotkanie **Zero** (maskotkę w kolorze błękitnym, symbolizującą cyfrę zero) i opowiada historię jego powstania. Mówi o tajemnicy, jaką ze sobą niesie – że oznacza pustkę, czyli nic, i jest ulokowane na początku osi liczbowej. Królowa opowiada, że kiedy Zero dodaje się do innej liczby i od niej odejmuje, to nie przybywa, ani nie ubywa jej mocy. Jeśli jednak jest dopisane do niej, to zdecydowanie tę moc wzmacnia. Im więcej jest zer, tym większa jest moc liczby. Uczniowie podejmują próby sprawdzenia słów Królowej. Obserwują uzupełnioną tabelę stu liczb i szukają w niej obecności Zera. Przypominają sobie, że nie mieszka w bloku samodzielnie, bo nie ma takiej mocy. Królowa pokazuje uczniom liczby o ogromnej mocy, z wieloma zerami.

Dzieci siadają w kręgu i witają się z Zerem, podając je sobie z rąk do rąk. Następnie sprawdzają, jakie stworzy liczby, stając przed i za innymi poznanymi cyferkami. Po wykonaniu ćwiczenia dzieci rysują w zeszytach Zero i liczby, które tworzy. Na koniec zajęć lepią Zero z plasteliny w kolorze błękitnym, zwracają uwagę, z jakich części się składa i jaką ma moc, a także poznają jego ułożenie w kratownicy. Istotne jest wskazanie ważnego miejsca zamieszkania Zera na osi liczbowej i przypomnienie, z kim mieszka w bloku (tabeli stu liczb).

10. Historia o pełnej dziesiątce³¹

Zgodnie z koncepcją Cyferkowa tworzenie pełnej dziesiątki ma ścisły związek z obrazem cyfr i ich mocą. Istotne jest, żeby cyfry do siebie pasowały i wzajemnie się dopełniały. Nauczyciel odczytuje w imieniu Królowej wcześniej przygotowane zaproszenie:
– Królowa Matematyka bal kostiumowy ogłasza. Pary o mocy pełnych dziesiątek zaprasza. Niech liczby zrobią, co w ich mocy, by na balu bawić się tej nocy.

³¹ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Nauczyciel proponuje, żeby dzieci podczas pracy w zespołach znalazły takie pary. Uczniowie naradzają się, które liczby mogłyby ze sobą pójść na bal i jakie stroje założą, po czym dzielą się propozycjami z innymi grupami. Następnie zajmują miejsce na widowni, a wylosowana grupa aktorów odtwarza prezentowaną przez narratora bajeczkę *Bal u Królowej Matematyki*. Uczniowie odgrywają role cyferek, spontanicznie tworząc dialogi i monologi, animując maskotki. Nauczyciel podsuwa im rekwizyty w postaci strojów wykonanych z papieru. Narrator czyta tekst:

W Cyferkowie aż zawrzało z radości. Liczby pragną być w gronie gości.

Jedyneczka za nos się przebrała i teraz go wyciera, bo nie ma partnera.

Gdy **Dziewiąteczkę** zobaczyła, to do góry podskoczyła.
Za okulary przebrać jej się kazała i już parę na bal miała.

Dwójeczka kostium łabędzia wybrała i swój nosek pudrowała.

Gdy **Ósemeczka** ją ujrzała, to z zachwytu oszalała.
W kokardeczkę się zmieniła i na szyję jej wskoczyła.

Trójeczka miała zadowoloną minkę, bo przebrała się za świnkę.
Na pasterza wciąż czekała i **Siódemeczce** się przyjrzała.
Ona zawsze laskę nosi, nawet trawkę kosą skosi.
Poszły zatem razem w parze i usiadły tuż przy barze.

Czwóreczka w kącie smutna stała, bo za tron się dziś przebrała.
Kto z nią tańczyć będzie mógł? Przecież ma za dużo nóg!

Jak **Szósteczka** tron ujrzała, zaraz usiąść na nim chciała
(gruby brzusek wszak dźwigała).
W postać gruszki się zmieniła, od ciężaru ledwo żyła.
Czwóreczkę ładnie poprosiła, by jej wytchnąć pozwoliła.
Gdy posiedzi tu z fasonem, to zatańczy pięknie z tronem.

Piąteczka przed lusterkiem stała i się ciągle uśmiechała.
Bliźniaczą siostrę na bal zaprosiła i w jabłuszko się zmieniła.

Zero głośno w domu płacze: Ja dziś balu nie zobaczę?!
Królowa **Dziesiątce** rozkazała, by na balu przy nim stała.

Wszyscy tworzą dobre pary. Czy to były jakieś czary?
Teraz policz, drogie dziecię, jaką tworzą moc w komplecie.

Uczniowie wspólnie z nauczycielem porównują swoje pomysły z informacjami zawartymi w opowieści. Sprawdzają moc utworzonych par, a następnie wymyślają stroje dla liczb biorących udział w balu. Po wykonanej pracy przygotowują klasową gazetkę.

W klasie zjawia się Królowa Matematyka, ogląda prace uczniów, prosząc, żeby w zeszytach zanotowali działania matematyczne obrazujące namalowane pary, np.: $1+9=10$ itp. Następnie zachęca zespoły, by zastanowiły się nad możliwością konstruowania innych par liczb spełniających ten warunek. Po zakończonej pracy uczniowie prezentują nowe przykłady tworzenia pełnych dziesiątek. Ważne jest, aby zauważyli stałe pary jedności: 1 i 9, 2 i 8, 3 i 7, 4 i 6, 5 i 5. Po przedstawieniu dowodów istnienia innych par, które mogłyby uczestniczyć w balu, następuje wyjaśnienie sformułowania: **pełna dziesiątka**, a następnie próba określenia liczby par, które spełniałyby warunek Królowej.

Dzięki wizualizacji uczniowie z trudnościami w uczeniu się skojarzą pary liczb tworzące pełne dziesiątki. Humor zawarty w bajce wyzwoli pokłady dobrych emocji i zmotywuje uczniów do pracy. Zastosowanie małych form teatralnych sprawi, że treści matematyczne zostaną przyswojone przy okazji dobrej zabawy.

10.1. Trening czyni mistrza

Bardzo istotne dla uczniów edukacji wczesnoszkolnej są ćwiczenia utrwalające zainicjowaną świadomość dopełniania do dziesięciu. Dzięki zabawom ruchowym i wielozmysłowości dzieci wytrenują tę ważną matematyczną umiejętność. Mogą to robić zgodnie z poniższymi propozycjami:

- **Dołóż, by razem było dziesięć**
Uczniowie pracują w parach. Jeden przygotowuje w tekstylnym woreczku dowolną liczbę liczmanów. Drugi wkłada rękę do jego wnętrza i przelicza przedmioty, dotykając każdego. Następnie dokłada do woreczka tyle obiektów, aby razem było ich 10. Partner wysypuje zawartość woreczka i sprawdza poprawność wykonania zadania. Zawodnicy zamieniają się rolami.
- **Wywołaj parę dla liczby**
Jeden z uczniów wypowiada dowolną liczbę, a inny podaje, ile trzeba dodać, aby dopełnić do dziesiętki.
- **Skacz po parach tworzących pełne dziesiątki**
Na środku sali znajduje się plansza z liczbami – może być to płótno, na którym liczby napisane zostały mazakiem. Uczniowie kolejno skaczą po parach liczb tworzących w sumie pełne dziesiątki.
- **Zapętłaj pary, by stworzyć pełne dziesiątki**
Każdy z uczniów ma zabezpieczoną folią planszę z zapisanymi losowo liczbami. Za pomocą suchościeralnego markera zapętla pary tworzące w sumie pełne dziesiątki. Ważne jest, aby następnym razem dzieci otrzymały plansze z inną konfiguracją liczb.

- **Złap parę**

Uczniowie pracują w zespołach. Mają do dyspozycji arkusz papieru, na którym zapisują dowolne liczby dwucyfrowe i jednocyfrowe, które mogą się powtarzać. Jeden z graczy jest uczestnikiem wywołującym, reszta uczniów została wyposażona w packi na muchy. Dla większej skuteczności wywołujący może zapisywać liczby na kartkach i jednocześnie głośno je wypowiadać. Członkowie zespołu, wyposażeni w packi, muszą złapać taką liczbę znajdującą się na planszy, z którą liczba wywołana stworzy pełną dziesiątkę. Za każdy sukces uczestnicy otrzymują 1 punkt. Po przykładowo 4 rundach następuje zmiana wywołującego i ustawienia zawodników, aż do wyczerpania możliwości. Podczas kolejnej zabawy grupy wymieniają się planszami, aby nie przyzwyczajając się do obrazu. Na koniec podsumowane zostają zdobyte punkty.

- **Kto pierwszy dopisze pary do pełnej dziesiątki?**

Wszyscy uczniowie otrzymują zabezpieczoną folią kartę z liczbami. Na hasło „dopisz” przy każdej z liczb zapisują taką, z którą w sumie stworzy ona pełną dziesiątkę. Jeśli zawodnik zakończy pracę, cicho wstaje. Następnie partner z ławki sprawdza poprawność wykonanego zadania. Chodzi o to, żeby każdy zapis był prawidłowy – wtedy uznaje się zwycięstwo. Podczas kolejnej próby uczniowie wymieniają się kartami.

⇒ 11. Suma w Cyferkowie³²

Nauczyciel wchodzi w rolę Królowej Matematyki, która została zaproszona do Literkowa³³ na konferencję dotyczącą znaczenia słów. Królowa losowo dobiera uczniów do odegrania poszczególnych ról.

W zabawie jako pierwszy głos zabrał **Wyraz**:

– Samotne wyrazy niosą ze sobą konkretne znaczenie. – W sumie z innymi wyrazami znaczenie to czasami ulega zmianie, np.: zamek – zasuń zamek; oczko – oczko wodne.

Sylaba tworzyła ciągle nowe połączenia, np.:

– Ma + ma; ma + ta; ma + ła; ma + ki; ma + pa itp.

Literuszka słusznie zauważyła:

– Wystarczy w wyrazie dodać jedną literę, a już powstaje inne znaczenie, np.: mata – matka.

Zdanie także miało swoje zdanie:

– To ja łączę słowa w całość.

Królowa Matematyka zauważa i zwraca się do uczniów:

– Wszyscy używacie moich słów. – Odszukajcie wyrazy pochodzące z mojego języka, które zostały wypowiedziane na konferencji.

³² Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

³³ Tamże.

Uczniowie pracują w zespołach i próbują udowodnić rację Królowej Matematyki. Szukają słów, które wywodzą się z języka matematyki. Podają przykłady ich użycia, np.: „w sumie”, „dodać”, „dołożyć”, „łączyć”, „połączyć” itp.

Królowa proponuje dzieciom **przeprowadzenie doświadczeń w Matematycznych Stacjach Badawczych**. Doświadczenia będą dotyczyły używania synonimów słowa „dodawać”. Uczniowie pracują w grupach, mają wykonywać ustalone czynności z wykorzystaniem pomocy i materiałów takich jak: woda, piasek, papier, rurki do napojów, zapalniczki, fasolka itp. Są one rozłożone w kolejnych stacjach, w których znajdują się karteczki z wyrazami: „dolać”, „dopełnić”, „dokleić”, „dosypać”, „dołączyć”, „złączyć”, „dorzucić”, „sumować”, „zwiększyć”, „uzupełnić”, „powiększyć” itp. Zadaniem dzieci jest wybranie słów, które pasują do konkretnych materiałów, i przeprowadzenie sugerowanych doświadczeń, np.: „dosypać piasek do naczynia” lub „dolać wodę do szklanki”.

Po wykonaniu zadań w każdej stacji uczniowie spotykają się na dywanie z Królową, aby porozmawiać o swoich obserwacjach. Wspólnie wyciągają wnioski z przeprowadzonych doświadczeń i zastępują wszystkie przytoczone synonimy jednym znakiem: „+”, symbolizującym gest łączenia, w którym można dostrzec: „dolewanie”, „dosypywanie”, „sklejanie” itp.

Królowa uświadamia uczniom, że dodawanie to działanie. W tym momencie dochodzi do sformalizowania wniosków na temat dodawania w postaci działań matematycznych, np. $9 + 5 = \dots$. Królowa pokazuje dzieciom, że znak równości dzieli formułę na dwie strony: lewą i prawą, a zawarte w nim dwie kreseczki są takie same i symbolizują jednakową moc. Królowa daje uczniom wskazówki dotyczące zapisania działania matematycznego w kratownicy.

W dalszej części zajęć uczniowie **szukają sposobów na wykonanie zaproponowanych sum**. Mają do dyspozycji liczniki, osie liczbowe tylko z „0” i zaznaczonymi jednostkami, nieuzupełnione tabele stu liczb, liczydełko, miarki krawieckie. Pracują nad stworzeniem własnej metody sumowania, a następnie prezentują ten sposób na forum klasy. Królowa chwali uczniów za każdy pomysł.

Na koniec zajęć dzieci w parach **konstruują zagadki matematyczne, z uwzględnieniem synonimów słowa „dodać”**. Zanim przystąpią do pracy, wysłuchują wyjaśnienia Królowej, która omawia istotę zagadki:

- Zagadka, to taka krótka opowieść, która ułatwia znalezienie odpowiedzi na pytanie.
- Należy ją tak zbudować, by krok po kroku dochodzić do jej rozwiązania.

Gdy uczniowie już stworzą zagadkę, zapisują ją na kartce w wybranym kolorze i wrzucają do skrzynki. Podsumowaniem pracy jest rozwiązywanie zagadek. Pary losują kartkę w kolorze różnym od koloru kartki, na której pisały. Wspólnie czytają treść zagadki,

rozwiązują ją i czekają na potwierdzenie poprawności rozwiązania przez autorów. Królowa Matematyka ocenia pracę uczniów.

Spotkanie z Królową kończy się **wykonaniem rundki w kręgu**. Celem ćwiczenia jest wypowiedzanie słów kojarzących się z dodawaniem. Nie należy narzucać dzieciom żadnej z metod łączenia składników, dzięki czemu uczniowie mający problemy w symbolicznym aspekcie dodawania skupią się na wyniku, a nie na rozpisywaniu. Konstruowanie prostych zagadek matematycznych, w których ukrywa się praktyczne spojrzenie na rozumienie treści zadań, wielu uczniom ułatwi w przyszłości wizualizowanie tego procesu.

11.1. Nazwy liczb w dodawaniu³⁴

Królowa Matematyka informuje uczniów, że właśnie znajduje się na **Osiedlu Dodawania**, gdzie zaprosiła specjalistę, który doskonale **sumuje**. Jest nim **Otwartuś**³⁵, którego rolę odgrywa wybrany uczeń.

Otwartuś mówi:

- Ja, w zamku króla ciągle sumuję, bo się rachunkami zajmuję i budżet królestwa planuję. – Kiedy posiłki gotuję, także składniki sumuję.
- Popatrzcie, jak danie przygotowuję (w tym momencie Otwartuś wrzuca do miski składniki i je miesza, czyli symbolicznie sumuje).
- Gdy sumuję, to rozumiem, dlatego mam otwarty umysł i dlatego też nazwano mnie Otwartusiem.
- Zachęcam was do sumowania, czyli umysłu wysilania.

Królowa Matematyka rozpoczyna z uczniami rozmowę na temat znaczenia słowa „suma”, w kontekście monologu Otwartusia. Jeżeli zajdzie taka potrzeba, Królowa wraca do prezentacji przygotowanej przez przyjaciela z Literkowa.

Wiadomości uczniów można uzupełnić rymowanką, która będzie stanowiła rodzaj afirmacji:

- Z Otwartusiem sumujemy, czyli sprawnie dodajemy.
- Umysł chętnie trenujemy, nigdy się nie poddajemy!

Królowa Matematyka proponuje uczniom wykorzystanie jej narzędzi. Organizuje **pracę zespołową w Matematycznych Stacjach Badawczych**. Uczniowie przemieszczają się od stacji do stacji, badają, obserwują i obliczają sumy z wykorzystaniem zaproponowanych pomocy:

³⁴ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

³⁵ Informacje o Otwartusiu można znaleźć w: Pasymowska R., (2017), *Program nauczania ortografii w klasach I–III. Moi przyjaciele z Literkowa*, Kraków: Impuls.

- **Stacja Ciężaru** – uczniowie mają do dyspozycji np. wagę osobową, ich zadaniem jest obliczenie łącznej wagi członków zespołu.
- **Stacja Długości** – dzieci wyposażone są np. w miarki krawieckie, ich zadaniem jest obliczenie łącznej długości stóp członków grupy.
- **Stacja Wysokości** – uczniowie nadal posługują się miarką krawiecką, na której jest zaznaczony 1 metr, zadaniem członków zespołu jest obliczenie łącznej wysokości grupy.
- **Stacja Szerokości** – dzieci używają taśm krawieckich, które mają pośredniczyć w obliczeniu łącznej szerokości ramion grupy.
- **Stacja Obwodu** – uczniowie za pomocą miarek krawieckich mierzą obwód tułowia każdego z członków zespołu, aby obliczyć łączną długość obwodów.
- **Stacja Wartości** – każde dziecko z grupy losuje z tekstylnego woreczka jedną piłeczkę pingpongową, na której zapisana jest konkretna wartość, np. 52 zł, zadaniem zespołu jest obliczenie łącznej wartości ze wszystkich piłeczek.

Duże znaczenie dla efektywności doświadczeń ma zastosowanie przez dzieci własnych metod obliczania wyniku oraz wykorzystanie w liczeniu pomocy oferowanych przez Królową.

Po wykonaniu zadań w zaproponowanych stacjach uczniowie spotykają się z Królową, aby podzielić się refleksjami wynikającymi z przeprowadzonych doświadczeń, a także sposobów sumowania. Na koniec porównują i omawiają uzyskane wyniki.

Podczas wszystkich działań odbywa się **kształcenie myślenia matematycznego**. Uczniowie odnoszą wykonywane czynności do formuły matematycznej, zapisują ją i wspólnie omawiają.

Królowa Matematyka:

– Przedstawiam liczby, które sumujemy, czyli dodajemy. – Jak w kuchni Otwartusia, nazwiemy je **składnikami**, które on w sumie złączyć umie (Królowa prezentuje działanie na dodawanie).

– Spójrzcie, oto pierwszy składnik, drugi składnik. – Łączymy je znakiem dodawania.

– W następstwie łączenia powstaje **suma**. – Wynika ona z dodawania jednego i drugiego składnika. – Znak równości dzieli działanie matematyczne na dwie strony: prawą i lewą, które mają taką samą wartość.

Ważne jest, aby dzieci zrozumiały, że **w działaniu strona prawa jest równa lewej**. Można przeprowadzić doświadczenie, wykorzystując dwa kolory żetonów, które będą reprezentowały wartość składników. Dzieci obserwują zbiory przed i po połączeniu. Przeliczają je i porównują. Następnie zapisują formuły matematyczne w zeszytach i podczas tej czynności nazywają każdy element działania, np.: pierwszy składnik dodać drugi składnik, to się równa suma.

Kiedy dzieci przyswoją sobie nazwy, Królowa proponuje ćwiczenia, w których wykorzystują swoją wiedzę.

- **Matematyczna zagadka wzrokowa**

$$_ + 5 = 15$$

Uczniowie odczytują zagadkę:

Pierwszego składnika nie ma, więc go trzeba obliczyć.

Drugi składnik to 5, a suma wynosi 15.

Oblicz pierwszy składnik.

- **Dyktando matematyczne:**

Suma wynosi 19, a pierwszy składnik to 10.

Jaką wartość ma drugi składnik?

Uczniowie **sami układają tego typu zagadki i dokonują oceny koleżeńskiej**, która ma bardzo istotne znaczenie w budowaniu samooceny kształtującej osobowość dziecka.

Na koniec zajęć nauczyciel przypomina uczniom słowa Otwartusia:

– Ja składniki sumuję, a gdy sumuję to rozumiem, czym pozwala dzieciom na skojarzenie wyrazu „suma” z maskotką reprezentującą „u” otwarte.

Uczniom w młodszym wieku szkolnym bardzo trudno zrozumieć sens formuły matematycznej. Proces wynikania prawej strony z lewej i odwrotnie często jest dla nich nieodgadniony. Dlatego z pomocą przychodzi praktyczna matematyka, przesycona konkretnymi, które obrazują przebieg działań. Jest ona wręcz stworzona dla dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Mnemotechniki ułatwią im zapamiętanie przez skojarzenia. Małe formy teatralne uruchomią emocje, dzięki którym uczniowie z łatwością wrócą do przeżytych zdarzeń.

12. Różnica w Cyferkowie

Królowa Matematyka przenosi uczniów na **Osiedle Odejmowania** i zwraca się do nich:

- Drogie Dzieci! – Mam dzisiaj dla was zadanie na **odejmowanie**.
- Sprawdźcie, czego w otoczeniu ubywa i jak to się odbywa.
- Ile zabrać możemy, mimo że więcej chcemy?

Uczniowie pracują w zespołach nad tworzeniem prezentacji związanej z ubywaniem. Mają do dyspozycji znajdujące się na środku klasy różnorodne materiały, np.: torebkę cukru, nożyczki, miskę, szklanekę, paski papieru, wodę w butelce, pionki do gry, sznurek itp. Wybierają dowolne materiały, aby **doświadczyć ubywania**.

Po upływie ustalonego czasu grupy prezentują wnioski ze wspólnych działań i nazywają wykonywane czynności. Z pomocą Królowej Matematyki **wizualizują działania**, aby na podstawie obserwacji ustalić symbol odejmowania. Królowa wprowadza znak charakterystyczny dla wszystkich czynności, czyli linię symbolizującą ubywanie, gdy np.: odsypujemy, odlewamy, odcinamy, czy też odrywamy. Królowa przedstawia symboliczny zapis czynności odejmowania: $9-2=7$. Dotyka każdej liczby, znaku i czyta:

– Jest 9, zabieramy, odcinamy, odrywamy, odsypujemy, odłączamy, odsuwamy 2 i w wyniku tej czynności otrzymujemy 7.

Dzieci powinny zauważyć, że lewa strona formuły jest równa prawej. Można to zademonstrować na liczmanach, tj. utworzyć dwa zbiory, w których będzie odpowiednio 9 i 7 elementów. Uczniowie działają na pierwszym zbiorze, zabierając 2 liczmany. Powinni skojarzyć formułę z konkretną czynnością. Ważna jest również demonstracja zapisu działania w kratownicy znajdującej się w zeszytcie. Królowa zawsze podkreśla rolę porządku w życiu i matematyce.

Po takim doświadczeniu dzieci, na bazie wcześniejszych wniosków, **samodzielnie ćwiczą formułę różnorodnych działań**. Jeśli wykonają zapis, np.: $7-9$, nauczyciel nie neguje jego poprawności. Wyjaśnia, kiedy zdarzają się takie przypadki i jakie następstwa powoduje takie działanie. Zawsze należy zaspokoić ciekawość dzieci dotyczącą lewej strony osi liczbowej.

Kolejnym etapem zajęć jest **szukanie sposobu na skuteczne i szybkie liczenie**. Uczniowie wybierają metodą prób i błędów najlepszy dla siebie środek dydaktyczny. Królowa proponuje liczenie na palcach, z wykorzystaniem liczmanów, liczydeł, koralików, osi liczbowej, miarki krawieckiej, pustej tabeli stu liczb, wykreślenia kresek itp. Ten etap pracy powinien się zakończyć **prezentacją metod na odejmowanie**. Uczniowie wyjaśniają swoje sposoby na forum klasy, dzielą się odkryciami i wnioskami. Im jest ich więcej, tym bardziej wzrasta świadomość dzieci związana z liczeniem. Królowa Matematyka chwali ich pomysły, motywując do dalszej eksploracji. Uczniowie **dokonują samooceny**.

W pracy z dziećmi ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi sprawdzą się mnemotechniki, wizualizacje i praktyczne działania. Jeśli nauczyciel pozwoli uczniom na poszukiwanie własnej metody liczenia, poczują się odpowiedzialni za proces uczenia się. Nawet jeśli sposoby te wydają się absurdalne lub zbyt zagmatwane, należy ich chwalić za podjęty wysiłek. Gdy koledzy zaprezentują swoje rozwiązania, wówczas uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi zweryfikują własne i podejmą decyzję na temat wyboru właściwej drogi. Dzieci uczą się szybciej, jeśli naśladowują swoich rówieśników.

12.1. Różnica to odejmowanie³⁶. Co to znaczy?

Królowa Matematyka prosi uczniów, aby podali przykłady różnic. Zapisuje na tablicy wszystkie propozycje, a następnie wspólnie z uczniami wybiera stwierdzenia odnoszące się do matematyki.

Nagle zjawia się **Próżniak**³⁷, który chce zabrać głos w tej sprawie:

- Ja, różnice mam w główce, więc znam się na matematyce. – Mój mózg różni się od mózgu innych.
- Jestem ogólnie zorientowany. – Mnie zachwyca ta różnica.
- Jestem królem Literkowa, w tym różnica się chowa. – Poza tym ukrywa się tam wiele „róż”, które są królewskimi kwiatami.

Uczniowie kojarzą sposób zapisania wyrazu „różnica” z tym próżnym bohaterem Literkowa. Zabierają głos w sprawie wiedzy bohatera na temat różnicy.

Po chwili zabiera głos **Żarus**³⁸:

- Oj, Próżniaku, gdyby nie ja, nie zachwycałbyś się różami. – Czy wiesz, że systematycznie dbam o twoje kwiaty w królewskim ogrodzie? – Podjeżdżam ciężarówką strażacką i podlewam je wodą z węża. – Różnica między nami jest taka, że ja się o nie troszczę, a ty je oglądasz. – Bardzo wiele nas różni, mimo że razem mieszkamy w tym słowie.

Uczniowie ponownie analizują zapis wyrazu „różnica”, obserwując Żarusia. Wypowiadają się na temat tego, co różni obu bohaterów. Ważne jest, aby dzieci poznały wiele znaczeń słów, bo to poszerzy ich horyzonty myślowe.

Po prezentacjach bohaterów z Literkowa Królowa Matematyka zachęca dzieci do **tworzenia wizualizacji**. Zaprasza je, by położyły się na dywanie lub na kocykach na podwórku szkolnym. Uczniowie zamykają oczy i jednocześnie mają sobie wyobrazić: coś krótkiego i długiego, ciężkiego i lekkiego, szerokiego i wąskiego, małego i dużego, wysokiego i niskiego itp. Następnie otwierają oczy i podają przykłady wynikające z obserwacji otoczenia. Wspólnie z Królową omawiają konkretne przykłady różnic. Tego typu ćwiczenia będą swego rodzaju zaproszeniem do **kształcenia myślenia matematycznego**.

Kolejnym krokiem jest **praca zespołowa w Matematycznych Stacjach Badawczych**. Uczniowie w ustalonych grupach przemierzają się od stacji do stacji, badają, obserwują i obliczają różnice, wykorzystując pomoce takie jak: waga, liczmany, liczydła, korale,

³⁶ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie EMiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

³⁷ Informacje o Próżniaku można znaleźć w publikacji: Pasymowska R., (2017), *Program nauczania ortografii w klasach I–III. Moi przyjaciele z Literkowa*, Kraków: Impuls.

³⁸ Tamże.

oś liczbowa, miarka krawiecka, pusta tabela stu liczb, schematy np. kresek, kropki na papierze itp. Stosują różne metody obliczania wyniku.

Pracują w następujących stacjach porównywania:

- **Stacja Ciężaru** – uczniowie mają do dyspozycji wagę osobową i obliczają różnicę w ciężarze najlżejszego i najcięższego uczestnika zabawy.
- **Stacja Długości** – uczniowie wyposażeni są w miarki krawieckie, ich zadaniem jest obliczenie różnicy między najdłuższą a najkrótszą długością stopy członków grupy.
- **Stacja Wysokości** – uczniowie nadal posługują się miarką krawiecką, zadaniem członków zespołu jest obliczenie różnicy wzrostu między najniższym a najwyższym uczniem.
- **Stacja Szerokości** – w tej stacji uczniowie również używają taśm krawieckich, które mają ułatwić im odnalezienie różnicy między największą i najmniejszą szerokością ramion członków zespołu.
- **Stacja Obwodu** – uczniowie za pomocą miarek krawieckich mierzą obwody tułowia każdego członka zespołu, następnie obliczają różnicę między największym a najmniejszym wynikiem.
- **Stacja Wartości** – każdy uczeń z grupy losuje z tekstylnego woreczka jedną piłeczkę pingpongową, na której zapisana jest konkretna wartość, np. 52 zł. Zadaniem zespołu jest wyłonienie największej i najmniejszej wartości losowania, a następnie obliczenie różnicy między wynikami.

Ćwiczenia te mają na celu **wykorzystanie narzędzi matematyki**.

Po wykonaniu przez uczniów pracy w stacjach nauczyciel porządkuje informacje. Uczniowie dzielą się spostrzeżeniami i wyciągają wnioski. Podają sposoby obliczania różnic.

Kolejnym zadaniem uczniów jest **odniesienie wykonywanych czynności do formuły matematycznej** poprzez poznanie nazw liczb w odejmowaniu. W tym celu Królowa Matematyka przedstawia dzieciom liczbę, od której odejmują one inne wartości:

- Przywitajcie liczbę, która jest dziś ze mną – jej szanowną mość **odjemną**.
- Zapamiętajcie, że odjemna zawsze musi być pojemna, by w niej znikł **odjemnik** (Królowa pokazuje paski różnej długości, kładąc je na siebie).
- Ja wam to zobrazuję, gdy te paski porównuję. – Mnie to zachwyca, że jest między nimi jakaś **różnica**. – A obliczamy ją różnymi sposobami.

Królowa wręcza uczniom paski papieru, które mają porównać oraz zaznaczyć dowolnym kolorem różnicę między nimi. Następnie wywołuje nazwy: „odjemna”, „odjemnik”, „różnica” – wtedy uczniowie pokazują odpowiedni kawałek papieru. Zauważają, jak znika odjemnik w odjemnej, jaka ona jest pojemna i jaka jest między nimi różnica.

Nauczyciel właśnie w tym momencie powinien uporządkować informacje – Królowa nazywa liczby, a uczniowie zapisują w zeszytach stosowną formułę, np.: różnica to 8; odjemnik to 10; odjemna to 18 itp. Za każdym razem nauczyciel podaje poprawny zapis, np.: $18 - 10 = 8$, po to by uczniowie sprawdzili poprawność własnych formuł. Uczniowie podczas tej czynności nazywają każdy element działania, np.: odjemna odjąć odjemnik równa się różnica.

Kiedy dzieci przyswoją sobie nazwy liczb, Królowa proponuje ćwiczenia, w których: wykorzystują swoją wiedzę.

- **Matematyczne zagadki wzrokowe**

$$_ - 8 = 7$$

Odjemnej nie ma, więc trzeba ją obliczyć.

Odjemnik to 8, różnica wynosi 7.

Odjemnik to 5, a różnica wynosi 7.

Oblicz odjemną.

- **Dyktando matematyczne**

Odjemna wynosi 14, a różnica to 10.

Jaką wartość ma odjemnik?

Uczniowie układają tego typu zagadki i zadają je sobie nawzajem, po czym **dokonyują oceny koleżeńskiej**. Na koniec nauczyciel przypomina im słowa Królowej: – Odjemna musi być pojemna, by w niej znikł odjemnik. – Mnie zachwyca między nimi różnica.

- **Rymowanki**

Łatwo wpadają uczniom w ucho, a często powtarzane zostają zapamiętanie. W nauczaniu dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi jest to czasami jedna z najskuteczniejszych metod.

- **Trening czyni mistrza**

Jednorazowy kontakt z działaniem matematycznym nie sprawi, że uczeń będzie biegły w danym zagadnieniu. Zajęcia treningowe, zorganizowane w formie zabawy, sprawią przyjemność uczniom zdolnym, pozostałym stworzą możliwość doskonalenia umiejętności zgodnie z zasadą: trenuj albo trać.

13. Ćwiczenia w dodawaniu i odejmowaniu

Dla uczniów, w tym ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, bardzo ważne jest stopniowanie trudności. Zakres działań nauczyciel dostosowuje do ich możliwości, zaczynając od liczenia w obrębie pierwszej dziesiątki, po czym przechodzi do numeracyjnych przypadków dodawania i odejmowania, tzn. bez przekraczania progu dziesiątkowego. Następnie uczniowie wraz z nauczycielem trenują doliczanie i odliczanie do pełnych dziesiątek. Najpierw pracują na liczbach jednocyfrowych, a następnie dwucyfrowych. Nauczyciel dba, aby na początku uczniowie dodawali do liczby dwucyfrowej liczbę jednocyfrową i odejmowali ją od dwucyfrowej, nie wymaga konkretnego sposobu, podsuwa jedynie pomysły. Kiedy uczniowie będą gotowi, wprowadza ich w arkana działań na liczbach dwucyfrowych.

- **Oblicz, dopisz, podaj dalej**

Każdy z uczniów otrzymuje kartkę w kratkę i inny kolor przyboru do pisania. Na hasło: „start” uczniowie piszą jedno działanie na dodawanie lub odejmowanie, spełniające podany warunek, np.: „suma i różnica liczby dwucyfrowej i liczby jednocyfrowej”. Ważne jest, aby nie wpisywali wyniku.

Kiedy dzieci usłyszą komendę: „podaj dalej”, przekazują kartkę ustalonej wcześniej osobie. Każde dziecko powinno mieć jedną kartkę z obliczanym działaniem, na której dopisuje kolejną formułę, również bez wyniku. Należy zwracać uwagę, aby działania nie powtarzały się, i przekazywać hasło „podaj dalej” wtedy, gdy wszyscy uczniowie będą gotowi. Jeśli któryś z nich zauważy błąd, oddaje kartkę do poprawy.

Dzięki zastosowaniu kolorystyki gracze są identyfikowalni. Zabawa trwa, aż kartka wróci do właściciela. Gdy tak się stanie, każdy uczeń sprawdza poprawność działań i wyników. Podczas tego ćwiczenia dzieci mogą korzystać z różnych pomocy ułatwiających obliczenia.

- **Długie działania**

Nauczyciel podaje ustnie działanie, np.: „do 4 dodaj 3”. Uczniowie w myśli wykonują obliczenie i zapamiętują wynik. Następnie słyszą, co mają zrobić dalej, np.: „odejmij 2”. Nauczyciel daje im czas na wykonanie działania i ponownie podaje instrukcję, np.: „dodaj 3” itd. Kiedy skończy, poleca uczniom, aby ostatni wynik zapisali na kartce, po czym sprawdza poprawność obliczeń.

Uczniowie mogą liczyć na palcach, pod warunkiem że schowają dłonie pod blatem ławki. Mogą również wykonywać obliczenia, używając pustej tabeli stu liczb. Jeśli liczą z wykorzystaniem pomocy, za poprawny wynik otrzymują 4 punkty, a za liczenie w pamięci dostają 5 punktów. Nauczyciel przez cały rok notuje osiągnięcia uczniów, a na koniec wyłania zwycięzców.

- **Złap wynik**

Nauczyciel dzieli uczniów na grupy i każdej z nich wręcza arkusz papieru. Dzieci zapisują na arkuszu dowolne liczby, np. od 0 do 100. Następnie wszyscy otrzymują po 4 karteczki, na których notują dwa działania na dodawanie i dwa na odejmowanie, bez obliczania wyniku. Formuły te uczniowie tworzą do sum i różnic znajdujących się na dużym arkuszu papieru. Po wykonaniu tej czynności jeden z członków grupy zbiera karteczki, a następnie głośno odczytuje kolejne działania oraz potwierdza poprawność obliczeń. Reszta zespołu otrzymuje packi na muchy. Zawodnik, który pierwszy „złapie” poprawny wynik, wygrywa. W tabeli zespołowej wpisuje sobie 1 punkt. Po pierwszej rundzie następuje zmiana osoby czytającej działania. Zabawa trwa dotąd, aż każdy z członków grupy wykona zadanie.

⇒ 14. Iloczyn w Cyferkowie

Zanim zostanie wprowadzone mnożenie, ważny jest trening w dodawaniu jednakowych składników. Wielokrotne doliczanie do liczby takiej samej wartości powinno towarzyszyć dzieciom na co dzień. Na początku można wykorzystać liczmany, np. koraliki dwójkowe, trójkowe, czwórkowe itd. (uczniowie sami je konstruują, wykorzystując sznurek i dowolne koraliki; powinni nawlekać ich tyle samo w konkretnym kolorze lub kształcie). Uczniowie rytmicznie przesuwać po tyle samo koralików. Wodząc za nimi wzrokiem i dotykając ich, wypowiadają kolejną wielokrotność.

Doskonale do tego ćwiczenia nadaje się taśma krawiecka i spinacz do bielizny. Dzieci startują od zera i przesuwać klamerkę na następne wielokrotności wybranej liczby. Powinny śledzić wzrokiem mijane pola i wypowiadać na głos kolejne wyniki. Można również wykorzystać pustą oś liczbową leżącą na podłodze, na której nauczyciel zaznacza liczbę zdradzającą dzieciom, po ile będą liczyły. Uczniowie skaczą po jej kolejnych wielokrotnościach.

Uczniowie poznają, **co to znaczy mnożyć i co oznacza słowo mnogość**³⁹. Wchodząc do klasy, zauważają bałagan na dywanie. Nauczyciel wcześniej celowo wysypał jednakowe zbiory zabawek i je wymieszał, a na szczycie umieścił napis „mnożenie”. Razem z dziećmi głośno dywaguje na temat przyczyny takiego stanu rzeczy.

W sali pojawia się niespodziewany gość (nauczyciel wciela się w postać Żarusia). Kiedy dzieci próbują pomóc nauczycielowi w wyjaśnieniu problemu, nagle spod sterty rzeczy wyskakuje **Żarusz**, mówiąc:

– Och, przepraszam was, wczoraj trenowałem segregowanie i przeliczanie przed kolejną akcją strażacką i... zasnąłem. – Pomóżcie mi, proszę, bo tu jest tego mnogość.

³⁹ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Uczniowie wspólnie z Żarusiem segregują rzeczy, układając je na obwodzie koła. Okazuje się, że powstało kilka zbiorów. Nauczyciel wyznacza do każdego z nich jeden zespół. Żarus mówi:

– Dzieci, posłuchajcie mnie, zdradzę wam pomysł na szybkie przeliczanie. – My, strażacy, zawsze musimy działać sprawnie, więc liczymy po ileś sztuk, by nie marnować czasu, np. po 2 kalosze.

Nagle zjawia się **Dwójeczka**, która proponuje:

– Drogie dzieci, mam moc w liczeniu po 2, chętnie popatrzę i pomogę.

Dwójeczka wędruje od grupy do grupy, towarzysząc dzieciom w zabawie.

Uczniowie także przeliczają swoje zbiory, przesuwając po 2 elementy, aby podać ich liczbę. Następnie zapisują na karteczkach działanie na dodawanie, np.: $2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2=22$,

po czym przemieszczają się w kręgu, stając przy kolejnym zbiorze. Żarus poleca:

– Teraz liczcie po 3, jak wtedy gdy strażacy sprawdzają stan siekierok.

Uczniowie znowu przeliczają elementy kolejnego zbioru i zapisują na kartce działanie: $3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3=42$.

Wtem zjawia się **Trójeczka**, która proponuje:

– Drogie dzieci, mam moc w liczeniu po 3, chętnie popatrzę i pomogę.

Wędruje od grupy do grupy, towarzysząc dzieciom w zabawie.

W ten sposób zabawa trwa tak długo, na ile pozwoli wytrzymałość uczniów, którzy na zmianę przeliczają elementy zbiorów po 2 i po 3 sztuki.

Żarus prosi dzieci o karteczki, na których zapisywały działania, i chwyta się za głowę, mówiąc:

– Tak się nie da! – Kochane dzieci, w ten sposób łatwo o pomyłkę, a strażacy nie mogą się mylić!

– Pokażę wam, jak to można zapisać krócej.

– Otóż tak: 11 razy po 2 i 14 razy po 3. – Co o tym myślicie?

W tym momencie odbywa się pierwszy etap **wprowadzenia mnożenia jako skróconego dodawania jednakowych składników**. Uczniowie zmieniają wszystkie długie zapisy.

Żarus kontynuuje opowieść:

– W związku z tym, że na okrągło dodajemy jednakowe składniki, skrócimy zapis do: $11 \cdot 2$.

– Kropka będzie znakiem wielokrotnego dodawania i wtedy dodawana liczba się pomnaża.

– To działanie Królowa Matematyka nazywa mnożeniem i ja w tej nazwie zamieszkam, ponieważ mam taką samą kropkę, a mnożeniem zajmuję się ciągle na dyżurze w straży.

– Pokażę wam, jak zapisać to działanie w kratkach (w tym momencie następuje prezentacja formuły, którą uczniowie notują w zeszytach).

– A teraz... czas na trening! – Zajmiecie się skracaniem długich przykładów na dodawanie tych samych składników i zamienicie je na mnożenie. – Proponuję pracę w parach: jeden z was będzie zapisywał sumy, a drugi zastąpi je odpowiednimi iloczynami.
– Po wykonaniu tej czynności będzie zmiana. – Powodzenia!

Nauczyciel z Żarusiem zostają ekspertami i służą dzieciom pomocą w wątpliwych kwestiach. Żaruś daje sygnał, że pora skończyć to ćwiczenie i proponuje następane:
– Teraz bądźcie uważni! – Ja zaprezentuję wam działania, a wy przedstawicie je za pomocą liczmanów, które macie na ławce. – Współpracujcie, żeby poprawnie wykonać zadania.

Nauczyciel z Żarusiem nadzorują pracę dzieci. Żaruś proponuje kolejne zadanie:
– Daję wam po trzy sznurówki. – Należy na każdej z nich zrobić na początku supeł, a następnie na pierwszą nawlec 10 razy po 2 koraliki. – Za każdym razem kolejna dwójka ma mieć inny kolor.
– Proponuję, aby na końcu również zawiązać supeł. – Na kolejną sznurówkę w ten sam sposób trzeba nanosić po 3 i na ostatniej po 4 koraliki.

Uczniowie pracują, a nauczyciel z Żarusiem i cyferkami obserwują i oceniają ich osiągnięcia. Po zakończonej pracy strażak Żaruś podaje działanie, np.: „6 razy po 2”, a dzieci przesuwały korale, przeliczają i podają wynik.

Na koniec uczniowie wpisują w swoich zeszytach kilka formuł mnożenia, bez podawania wyników. Następnie zamieniają się zeszytami, obliczają działania i wpisują wyniki. Mogą posługiwać się koralikowymi liczydełkami. Królowa Matematyka sprawdza, czego się nauczyli i poleca, by trenowali szybkie liczenie, tak jak Żaruś, bo kto wie, może któryś z nich też zostanie strażakiem. Królowa chwali uczniów za osiągnięcia i informuje, że właśnie przebywają na **Osiedlu Mnożenia**, gdzie czekają na nich dalsze matematyczne niespodzianki.

Podczas zajęć nauczyciel integruje treści, wykorzystując wiedzę z różnych źródeł. Dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi potrzebują osadzenia nowych informacji w warunkach otaczającej je rzeczywistości – stąd pomysł ze strażakiem Żarusiem. Uczniowie mają tu do czynienia z dwiema korzyściami – zrozumieniem istoty nowego działania i poprawnym zapisem.

Uczniowie uczestniczą w **rytmicznych ćwiczeniach w mnożeniu po 2 i po 3**⁴⁰. Do ćwiczeń nauczyciel może wykorzystać treści edukacji muzycznej. Jak powiedział XIX-wieczny matematyk angielski J.J. Sylvester: *Muzyka to matematyka zmysłów, a matematyka to muzyka rozumu*⁴¹. Uczony głosił też, że: *muzyka – spośród wszystkich sztuk – chyba*

⁴⁰ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

⁴¹ Ciepiela L., Ciepiela K., (2016), *Music and digital theory*, „Medical Review”, 2016, nr 14 (3): 358–362.

najbliższa jest matematyce, a obie te dziedziny są źródłem i zbiorem nieodkrytych kompozycji liczb i dźwięków.

Ćwiczenia należy zacząć od wykonania instrumentu perkusyjnego, wykorzystując np. plastikowe łyżki, opakowanie jajka z niespodzianką, ryż, kaszę, koraliki, taśmę klejącą. Kiedy uczniowie są gotowi, można przeprowadzić zabawy rytmiczne do dowolnej piosenki. Uczniowie wygrywają jej rytm za pomocą grzechotek-łyżotek.

Do klasy przybywa **Nutka**⁴² w towarzystwie **Dwójeczki i Trójeczki**. Nutka tłumaczy dzieciom, że przyjaźni się z Królową Matematyką – mają ze sobą wiele wspólnego, i dlatego przychodzi z gośćmi z Cyferkowa. Uczniowie witają cyferki odpowiednią ilością klaśnień, wynikającą z ich mocy. Kiedy Nutka pokazuje Dwójeczkę, dzieci wygrywają na grzechotkach rytmy po dwa. Kiedy oczom uczniów ukazuje się Trójeczka, rytmizują po trzy.

Nutka prosi uczniów o przygotowanie wzorów do rytmów, które zaprezentuje. Dzieci tworzą obraz układu rytmicznego, np.: „pięć po dwa”, czyli pięć par fasolek obok siebie w równych odstępach, lub „trzy po trzy”, czyli trzy trójki także w równych odległościach itp.

Ważnym elementem zajęć powinna być **matematyzacja czynności praktycznych**, czyli zapisanie formuł do stworzonych układów rytmicznych. Uczniowie notują odpowiednie działania na mnożenie, np.: $5 \cdot 2$, i czytają ten zapis: „pięć razy po dwa”.

Nauczyciel za każdym razem upewnia się, że uczniowie rozumieją działania na mnożenie. Proponuje zabawę, w ramach której cyferki pokazują formuły, a uczniowie realizują je ruchem, np. podskokami, przysiadami itp. Ćwiczenie można wykonać podczas zabaw zespołowych, np. kiedy grupy kolejno demonstrują rytmiczne układy zgodnie z działaniami na mnożenie, a reszta zespołów uzgadnia wynik, zapisuje go na kartce i pokazuje. Ważne jest wyłonienie zwycięskich drużyn.

Uczniowie otrzymają **trudniejszą wersję zadania**, jeśli zadanie rytmiczne ma postać wyrażen matematycznych, np.: $5 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 6 \cdot 2$, a uczniowie mają je wykonać, używając grzechotek-łyżotek. Reszta zespołów ma odgadnąć szyfr i podać wynik. Dzieci liczą kolejne dwójki i trójki, nauczyciel nie skupia się na wyjaśnianiu kolejności wykonywania działań.

Warto też, aby uczniowie samodzielnie wykonali działania na mnożenie, tworząc rysunek pomocniczy w postaci układów kropek symbolizujących rytm. Po wykonaniu takiego zadania, dokonują samooceny i poddają się ocenie koleżeńskiej.

⁴² Informacje na temat Nutki i Nutkowa można znaleźć w programie znajdującym się na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

U dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi ruch i rytm wzmacniają rozumienie działań na mnożenie. Gra na instrumentach pośredniczy w liczeniu. Ta – jakże trudna dla nich – czynność odbywa się przy okazji dobrej zabawy. Maskotki dodatkowo pobudzają wyobrażenia i przywołują skojarzenia dzieci.

Królowa Matematyka wprowadza **mnożenie po 4 i po 5**⁴³. Proponuje uczniom wykonanie zadania architektonicznego, polegającego na zaprojektowaniu osiedla z użyciem klocków sześciennych i klocków Numicon. Budynki mają być cztero- i pięcioelementowe. Dzieci pracują w zespołach. Nagle zjawia się **Nutka z Czwóręczką i Piątęczką**. Uczniowie witają cyferki odpowiednią ilością kłaśnięć, wynikającą z ich mocy. Dzieci opowiadają o swoim zadaniu, prezentując osiedla. W nagrodę za ciekawe rozwiązania otrzymują rytmiczne brawa od przybyłych gości. W zadaniu tym dzieci odtwarzają obraz układu rytmicznego, np. „dwa po cztery”, czyli dwa klocki Numicon o wartości cztery, lub „trzy po pięć”, czyli trzy klocki o wartości pięć itp. Kiedy skończą, zapisują odpowiednie działania na mnożenie, np.: $2 \cdot 4$, i czytają ten zapis: „dwa razy po cztery”.

Ważne jest utrwalenie liczenia po 4 i 5 w połączeniu z rozumieniem zapisu formuł matematycznych. Nutka proponuje **bitwę na rytmy**. Grupy kolejno realizują rytmiczne układy za pomocą klocków sześciennych, zgodnie z wylosowanym działaniem na mnożenie, a następnie zamieniają się miejscami i mają wtedy odgadnąć formułę do projektu kolegów oraz obliczyć wynik. Zabawa trwa tak długo, jak zechcą się bawić uczniowie. Należy wyłonić zwycięskie drużyny.

Trudniejszą wersją zadania będzie **tworzenie połączeń rytmów**. Grupy otrzymują zadania rytmiczne w postaci wyrażeń matematycznych, np.: $5 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 4 + 6 \cdot 5$, i realizują je z wykorzystaniem klocków Numicon i klocków sześciennych. Reszta zespołów ma odgadnąć szyfr i podać wynik. Za każdym razem grupy oceniają się wzajemnie.

W tej propozycji można zauważyć **uruchomienie wyobraźni przestrzennej**, która wzmacnia rozumienie działań na mnożenie. Rytmiczne konstruowanie jest ciekawym wyzwaniem dla wszystkich dzieci, a zwłaszcza ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. **Obrazowanie działań na mnożenie** jest bardzo istotne, dlatego że można stworzyć do nich wiele ciekawych ilustracji, np. 5 talerzy, a na każdym są 2 pączki. Z tych interpretacji biorą się pomysły na zadania tekstowe, które na początku można nazywać zagadkami matematycznymi.

Podczas zajęć **uczniowie uczą się nazw liczb w mnożeniu**⁴⁴. Poznają pomocne **czynniki** Królowej Matematyki, które zapis skracają i **iloczyn** dają. Królowa mówi, że moc

⁴³ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

⁴⁴ Tamże.

iloczynu zależy od ilości czynienia, czyli czynników łączenia. Ileś razy to samo czynimy i wnet iloczyn zobaczymy.

Nauczyciel w działaniu przedstawia czynniki występujące w mnożeniu. Prosi, aby uczniowie zaobserwowali tę **wielokrotność czynienia**, z której wyłoniła się nazwa iloczyn. Wspólnie tworzą schemat działania w postaci szablonu:

$_ \cdot _ = _$ i uzupełniają go liczbami zgodnie z instrukcją, np.: pierwszy czynnik wynosi 5, iloczyn to 10, a drugi czynnik odgadnijcie sami.

Zadanie uczniów polega na praktycznym zastosowaniu nazw liczb. Ponieważ zawsze należy pamiętać, że trening czyni mistrza, dzieci muszą wyćwiczyć zdobyte umiejętności – dlatego podobne zadania wykonują jeszcze raz, pracując w parach. Uczniowie w grach i zabawach mogą się zmierzyć ze swoimi słabościami, pokazać własne możliwości, mogą się uczyć rywalizacji, a przede wszystkim wykorzystać zdobyte wiadomości i umiejętności.

- **Gra dydaktyczna z kostką *Poszukaj czynnika w iloczynie***

Przed grupą uczniów leży plansza, a na niej wiele liczb będących wynikiem mnożenia. Jedno z dzieci rzuca kostką, a reszta za pomocą pacek na muchy ma złapać dowolny iloczyn, który stanowi wielokrotność czynnika. Członkowie grup notują liczbę punktów zdobytych przez każdego zawodnika, następnie ogłaszają zwycięzcę, czyli łowcę iloczynów.

Dla dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi ważne jest **wielokrotne powracanie do rymowanek** Królowej Matematyki. Są one doskonałą metodą, ponieważ w chwili zwątpienia dzieci pomogą sobie same, np. odtworzą wiersz, śpiewając.

⇒ 15. Iloraz w Cyferkowie⁴⁵

Dzielenie dla uczniów edukacji wczesnoszkolnej jest działaniem najtrudniejszym. Budujący dla nauczycieli jest jednak fakt, że z czynnością tą dzieci są za pan brat – potrafią się podzielić lub po prostu robią to, choć zdarza się, że niechętnie. Najważniejsze, że mają świadomość, z czym się owo działanie wiąże.

W klasach I–III dzielenie wprowadzane jest jako mieszczanie, czyli dzielenie obiektów na kilka, oraz jako podział na wskazaną liczbę części. Nauczyciele zajmują się dzieleniem w kontekście mnożenia, sprawdzając, ile konkretnych wielkości zmieści się w dzielnej. Odbywa się to nie inaczej, jak tylko przez dodawanie jednakowych składników. Zagadnienie to należy tak przedstawić dzieciom, aby znalazły znane w nieznanym i odkryły wszystkie oczywistości.

⁴⁵ Tamże.

Na zajęciach dzieci dowiadują się, **dlaczego dzielenie to mieszczanie**. Do Cyferkowa przybywa Królowa Matematyka, która – jak sama twierdzi – ma zamiłowanie do porządku i dokładności, jest również bardzo sprawiedliwa. Królowa zwraca się do uczniów:

– Na **Osieclu Dzielenie** zjawił się św. Mikołaj. – Proszę, pomóżcie mu w rozdzielaniu słodyczy po 2 sztuki. – On ma teraz wiele pracy, a chciałby uszczęśliwić wszystkie dzieci.

Uczniowie otrzymują woreczki z cukierkami i pracują w grupach. Po wykonaniu zadania spotykają się z Królową na dywanie, by poinformować ją o wynikach pracy. Zespoły relacjonują swoje działania, używając języka Królowej, np.:

– Liczyliśmy po 2 i okazało się, że jest 50 cukierków, następnie rozdzielaliśmy je do torebek po 2 i otrzymaliśmy 25 sztuk.

Królowa Matematyka:

– Proszę, zapiszcie swoje rozliczenia na kartkach tak, żeby Mikołaj wiedział, które woreczki ma zanieść do konkretnej klasy w naszej szkole.

Uczniowie ponownie spotykają się w grupach i próbują zapisać swoje czynności rozdzielania, np.:

– Mieliśmy dla dzieci 50 cukierków, rozdzieliliśmy je po 2 i wyszło nam 25 torebek.

Królowa:

– Boję się, że dla zapracowanego Mikołaja to za dużo czytania.

Królowa demonstruje zadumę i proponuje dzieciom, by spojrzały na to, co sama wykona. Trzyma w dłoni plastelinową kulkę i pyta uczniów, z jakim znakiem się im kojarzy. Następnie rozdziela ją na dwie równe części. Formuje z nich kuleczki i umieszcza jedną nad drugą. Rysuje na tablicy obraz znaku dzielenia. Prosi, by dzieci opowiedziały własnymi słowami o tym, co zrobiła. Mówi, że te dwie kropki, jedna nad drugą, będą **znakiem dzielenia**.

Królowa:

– Proponuję, abyście razem ze mną odczytali zapis działania: $50:2=25$, tj. 50 podzielić po 2, to będzie 25 dwójek. – Zwróćcie uwagę na to, że zawsze znak będzie taki sam, niezależnie od tego, po ile będziecie rozdzielali. – Dla Mikołaja będzie to informacja, że może dać tę paczkę cukierków klasie, w której jest 25 uczniów.

Uczniowie robią notatkę dla Mikołaja w postaci formuły matematycznej na dzielenie.

Królowa daje im wskazówki dotyczące zapisu znaku dzielenia w kratownicy, po czym pyta:

– Co sprawdzaliście, dzieląc cukierki?

Uczniowie próbują wyjaśnić, że dzieląc, sprawdzali, ile będzie dwójek, ile ich się zmieści w 50. Ta gra słów ma istotne znaczenie w przypadku rozumowania. Mówienie doskonale wspomaga działanie.

Królowa Matematyka:

– Proponuję wam przeprowadzenie doświadczeń w mieszczaniu. – Skorzystajcie z tabeli stu liczb, wykonajcie działania: $40:2$ i $30:2$. Liczcie po 2 i układajcie żetony na co drugim polu, sprawdźcie, ile dwójek zmieści się w podanych liczbach.

Po zakończeniu doświadczenia uczniowie dzielą się wrażeniami i podają wyniki. Królowa w nagrodę daje im po 3 żelki i sama też się częstuje. Podczas konsumpcji uczniowie zastanawiają się, ile było żelków i jak to zapisać.

Aby uświadomić dzieciom sytuację podziału na pewne części, można zaprosić je do sali gimnastycznej, gdzie swobodnie biegają. Na sygnał nauczyciela zatrzymują się i reagują na polecenie: – Podzielcie się po trzy osoby, a następnie na trzy grupy! Doświadczenia te należy prowadzić tak długo, aż uczniowie odczują różnicę w ustawieniu. Każdy taki podział trzeba zakończyć zabawą ruchową, odpowiednią do powstałej grupy.

Kolejnym zadaniem uczniów może być rozdzielenie sprzętu sportowego, tj. skakanek, woreczków, piłek, kółek ringo, szarf itp., na wskazaną liczbę części, a następnie podzielenie ich po tyle, po ile wskaże Królowa Matematyka. Koniecznie należy przeprowadzić rozmowę na temat różniących się obrazów. Rozdzielony sprzęt nauczyciel wykorzystuje później do pracy w obwodach stacyjnych.

Po powrocie uczniów do klasy można przeprowadzić **ćwiczenia praktyczne w parach**, z wykorzystaniem kartek. Uczniowie zastanawiają się, jak można podzielić kartkę: „na” czy „po”, następnie prezentują podziały na równe części. Królowa Matematyka proponuje również **pracę w zespołach**. Aby dokonać podziału, grupy mają do dyspozycji: cukierki w woreczku, bagietkę, sznurek, kulkę plasteliny. Uczniowie zastanawiają się, w którym przypadku zastosują podział „na”, a w którym „po”. Wspólnie wyciągają wnioski, prezentują dowody i prawidłowości. Następnie mają stworzyć zadania na dzielenie z wykorzystaniem zbadanych materiałów. Wymieniają się pomysłami, sprawdzają poprawność zadań i podejmują próby ich rozwiązania.

Na koniec zajęć Królowa Matematyka demonstruje podział liczmanów w wersji „na” i „po”, nic nie mówiąc. Zadaniem uczniów jest odgadnięcie wersji. Dzieci otrzymują liczmany w celu wykonania zaproponowanych przez nauczyciela działań na dzielenie. Same wybierają wygodniejszą dla siebie wersję. Podczas uzasadniania własnych wyborów używają języka matematycznego. Dochodzą do wniosku, że w przypadku działań na dzielenie mogą posłużyć się obiema wersjami. W doświadczeniu najistotniejsze jest, żeby dzieci rozumiały polecenia i dopasowywały sobie rodzaj podziału. Gdy zwizualizują działanie, z łatwością dojdą do jego rozwiązania.

Dzieci sprawdzają, czy dzielna oznacza w matematyce odważną liczbę. Królowa Matematyka mianuje uczniów, używając liczb. Każde dziecko ma wybrać, jaką chce być liczbą. Następnie Królowa podaje wszystkim rękę, mówiąc:

– Witaj, **dzielna**, widzisz, jaka jesteś dzielna.

Dzieci zapewne wykażą zdumienie, nie wiedząc, o co chodzi. Królowa informuje uczniów, że tak nazywają się liczby, które zamierzamy podzielić, i sugeruje, żeby dzieci nie były łatwowierne i przekonały się, czy to rzeczywiście prawda. Uczniowie spotykają się

w zespołach, aby sprawdzić, czy ich liczby da się podzielić. Po wykonanej pracy podają dowody na to, że każdą z liczb można podzielić, więc jest **dzielną**.

Królowa prosi o dowody i pyta uczniów, co jeszcze odkryły. Dzieci odpowiadają, że znalazły liczby, które dzielą dzielną. Królowa podkreśla rolę tych liczb:

– Skoro potrafia dzielić, nazwiemy je **dzielnikami**.

Uczniowie prezentują dzielniki swoich dzielnych. Królowa Matematyka poleca, by dzieci policzyły, **na ile części każdy dzielnik podzielił dzielną**. Uczniowie kontynuują obliczenia. Po tej pracy Królowa pyta:

– Ile razy dzielnik podzielił dzielną i ile razy w niej się mieści?

Uczniowie podają wyniki, używając języka matematycznego, np.: dzielną 10 dzielnik 2 podzielił 5 razy albo dzielnik 2 zmieścił się 5 razy w dzielnej 10 itp. W tym momencie Królowa **przypisuje nazwy liczbom w działaniu na dzielenie: dzielna, dzielnik, iloraz**. Dzieci wyjaśniają pojęcia: np. dzielna, bo się ją dzieli, dzielnik, ponieważ dzieli dzielną, iloraz wskazuje, ile razy dzielnik mieści się w dzielnej itp.

Bardzo istotne jest też **zastosowanie nazw liczb w praktyce**. Królowa podaje informację, a uczniowie układają kartoniki z liczbami na szablonie: $_ : _ = _$, np.: dzielnik wynosi 5, iloraz to 10, a dzielną odgadnijcie sami itp.

W celu utrwalenia tych wiadomości **dzieci układają podobne zagadki w parach**, a następnie **pracują samodzielnie**. Umieszczają na kartce tyle elementów, jaką moc ma wybrana przez nich dzielna. Zastanawiają się, „po” ile lub „na” ile mogą ją podzielić. Wykorzystują kredki i otaczają pętlą dzielniki lub ilorazy, następnie matematyzują swoje czynności, zapisując formuły dzielenia. Po wykonaniu tej czynności opowiadają kolegom o swoich odkryciach i prezentują znalezione dzielniki i ilorazy. Spotkanie z Królową Matematyką kończy się zabawą.

- **Gra dydaktyczna z kostką *Poszukaj dzielnej***

Przed grupą uczniów nauczyciel kładzie planszę, na której znajduje się wiele liczb. Jedno z dzieci rzuca kostką, która wyznacza dzielniki. Reszta graczy ma za pomocą pacek na muchy złapać dzielną, którą dzielnik może podzielić. Zanim gracz otrzyma punkt, podaje iloraz, czyli liczy, ile razy ten dzielnik podzielił dzielną. Jeden z graczy notuje liczbę zdobytych punktów przez każdego zawodnika, po czym ogłasza zwycięzcę – łowcę dzielnych.

W zabawie ważne jest konstruowanie przez dzieci wiedzy – wtedy chętnie podzielą się wrażeniami, dokonają samooceny i oceny koleżeńskiej. Muszą jednak zaistnieć warunki, w których stanie się to możliwe – tzn. gdy spotkaniu będzie towarzyszył element zaskoczenia, emocje, gra słów, kiedy dzieci będą miały do czynienia np. z teatrem samorodnym, pobudzającym do myślenia i tworzenia

skojarzeń. Takie okoliczności mogą sprzyjać także dzieciom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, które po swojemu będą mogły konstruować wiedzę.

Królowa Matematyka ponownie zaprosiła dzieci na **Osiedle Dzielenia** w celu **utrwalenia dzielenia**. Królowa ogłosiła czas na to, aby każda liczba znalazła swoje dzielniki i dokładnie sprawdziła, czy ją dzieli. Liczby rozpoczęły akcję poszukiwawczą, powstał przy tym ogromny chaos. Co chwila padały pytania:

– Czy możesz być moim dzielnikiem? – Czy możesz być moim dzielnikiem?

Nikt nie mógł się skupić, żeby dokładnie pomyśleć, więc Królowa poprosiła, aby uczniowie pomogli jej opanować zamieszanie. Zarządziła gromadzenie liczb o odpowiedniej ilości dzielników.

Uczniowie, rozpoczynając **pracę w zespołach**, losują 6 liczb i sprawdzają ich podzielność. Notują swoje spostrzeżenia na kartkach w określonym kolorze i segregują liczby w zależności od ilości posiadanych dzielników. Na hasło podane przez Królową Matematykę następuje **sprawdzenie wyników**. Zadaniem zespołów jest skontrolowanie poprawności wykonanych zadań – grupa sprawdza grupę.

Dzieci siadają na dywanie i wspólnie z Królową wyciągają wnioski na temat podzielności liczb i ilości dzielników. Mówią, że liczba dzieli się przez jeden i samą siebie. Uczniowie przekazują sobie pomysły na rozwiązanie zadania. Istotne jest zauważenie przydatności działań odwrotnych w przypadku sprawdzania poprawności wykonania zadań.

Następuje udzielenie odpowiedzi na zasadnicze pytanie:

– Czy możesz być moim dzielnikiem?

Odpowiedź brzmi:

– Najpierw sprawdź, ile razy zmieszczę się w tobie w całości.

Cyferki spontanicznie udzielają odpowiedzi. Jedyneczka pochwaliła się, że wie, jaka liczba ma jeden dzielnik – to ona sama – i że jest niezwykle ważna, bo to ona jest dzielnikiem wszystkich liczb. Dwójeczka podała wiele przykładów liczb mających dwa dzielniki. Trójeczka, Czwóreczka, Piąteczka i Szósteczka także nie miały z tym kłopotu. Gorzej było z resztą cyfr. Najbardziej narzekało Zero. Dlaczego? Cyfry dla poprawy humoru zaproponowały zabawę *Czym jestem dzielnikiem?* Ukazywały się dzieciom na zmianę, a dzieci miały szukać odpowiednich dzielników.

Królowa zaprasza uczniów do zabawy koncepcyjnej, połączonej z matematyzowaniem, polegającej na **konstruowaniu przestrzennych drzew matematycznych**⁴⁶ (pomysł zaczerpnięty z *Błękitnej matematyki*, gdzie znajduje się opis drzew w dwuwymiarowości, a które można też wykonać w trójwymiarze). Królowa bardzo chwali dzieci za dokładność i uważność, po czym prosi je o stworzenia matematycznego lasu pełnego drzew.

⁴⁶ Propozycja: Wilk-Siwiek H., (1996), *Błękitna matematyka. Klasa trzecia*, Bielsko-Biała: Wydawnictwo Kleks, z. 3, s. 45.

Pień drzewa to dzielna, która jest jednocześnie jej największym dzielnikiem. Kolejne piętra drzewa to konary, czyli dzielniki, od największego do najmniejszego.

Drzewo np. liczby 18 będzie wyglądało następująco: pień to 18, bo $1 \cdot 18 = 18$; pierwsze piętro to dwa konary po 9, bo $2 \cdot 9 = 18$; trzecie piętro to trójkowe gałęzie wychodzące z dziewiątek, czyli będzie ich 6, bo $6 \cdot 3 = 18$; czwarte piętro to 18 cienkich jedynek wychodzących z trójek, czyli $18 \cdot 1 = 18$. Dla liczby 18 można zbudować jeszcze inne drzewo, gdzie na pierwszym piętrze będą 3 konary, każdy o wartości 6 itd.

Dzieci budują drzewka, wykorzystując jako pień kubek po jogurcie lub rolkę po papierze, a konary wykonują z rurek do napojów, różnej grubości wykałaczek i plasteliny. Opisują kolejne piętra działaniami i umieszczają opis na pniu. Mogą pracować w parach lub grupach.

Po wykonaniu zadania następuje **prezentacja drzewek wraz z opisami**. Uczniowie sprawdzają poprawność ich zbudowania i **dokonyją oceny koleżeńskiej**. Dzielą się wrażeniami na temat zdobytych wiadomości i nowych umiejętności. Rozmawiają o tym, czym można dzielić się w życiu i do czego nie da się stworzyć formuły matematycznej. Podają przykłady takich sytuacji i korzyści, jakie z nich płyną. Dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi obserwowanie drzew liczbowych i ich wykonanie to wspałałe doświadczenie matematyczne, działające na wyobraźnię i pamięć.

⇒ 16. Ćwiczenia w mnożeniu i dzieleniu

Jako że tylko trening czyni mistrza, w nauczaniu matematyki należy powracać do ważnych działań, a w przypadku Cyferkowa – do scen teatralnych, które trzeba odgrywać na nowo. Pozwoli to uczniom ożywić wspomnienia i odświeżyć matematyczną wiedzę. Ponieważ umiejętności trzeba doskonalić, dlatego tak ważne są zajęcia treningowe. Poniższe zabawy sprawiają, że uczniowie będą ćwiczyli z większym zaangażowaniem.

- **Mnożenie z kostkami do gry**

Dzieci pracują w parach. Jedno rzuca np. 12 kostkami, a następnie grupuje te same wyniki, by zapisać formuły na mnożenie i dokonać obliczeń. Wszystko obserwuje partner, który ocenia efekt i umieszcza wynik w tabeli zbiorczej. Po chwili następuje zmiana ról. Rozliczenia można dokonywać w kolejnych rundach, a wyniki porównywać na bieżąco lub podsumować je na koniec.

- **Dzielenie z kostkami do gry**

Uczniowie pracują na zmianę w parach, obserwując siebie nawzajem. Mają do dyspozycji pustą tabelę stu liczb (można ją zabezpieczyć folią i pisać po niej suchociernymi mazakami, aby oszczędzić papier). Dowolny gracz rozpoczyna zabawę, rzucając jedną kostką. Otrzyma pewną liczbę oczek – będzie to dzielnik.

Zadaniem gracza jest wpisanie do tabeli dzielnej, którą dzieli otrzymany dzielnik. Po nim partner z ławki wykonuje te same czynności. Po pierwszej rundzie gracze rzucają już dwiema kostkami i wpisują już dwie dzielne. Gra toczy się do ustalonej liczby kostek i z każdą kolejną zmianą tabela coraz bardziej się zapełnia. Do zabawy można wrócić np. następnego dnia.

- **Mnożenie na kamieniach domina**

Uczniowie w parze lub grupie mieszają odwrócone kamienie domina, a następnie dzielą się nimi. Gra przebiega w kolejnych rundach. Na umówione hasło wszyscy zawodnicy odwracają jeden kamień. Wygrywa ten zawodnik, który ma największy iloczyn i zabiera wszystkie kości. Jeśli jest remis, zawodnicy odkrywają dwa kolejne kamienie. Gra toczy się do momentu, aż któryś z graczy przejmie wszystkie płytki domina lub dokona tego w wyznaczonym czasie. Wygrywa ten zawodnik, który ma ich więcej. Można również zastosować wersję z kartami do gry – wtedy każdy zawodnik wyklada po dwie karty.

- **Tabela mnożenia**

Nauczyciel przygotowuje puste tabele mnożenia w odpowiednim dla uczniów zakresie. Na ustalone hasło każdy uczeń rozpoczyna indywidualne wypełnianie swojej tabeli. Uczniowie sami ustalają styl pracy – mogą wpisywać kolejne wielokrotności lub zapamiętane iloczyny. Praca kończy się na dźwięk minutnika – wtedy dzieci wymieniają się tabelami i sprawdzają poprawność wpisanych iloczynów. Jeden z uczniów głośno czyta wyniki, pozostali przeprowadzają kontrolę braków i błędów. W ćwiczeniu ważne jest, aby uczniowie za każdym razem przekraczali swoje aktualne możliwości. Tu sukces może być bardzo wymierny. Ćwiczenie powinno odbywać się systematycznie. Aby nie marnować papieru, można zastosować tabele zabezpieczone folią.

- **Dzielimy w tabeli stu liczb**

Zabawa może się odbywać w parach lub grupie. Przed uczniami leży wypełniona tabela stu liczb. Każda z wpisanych tam liczb to dzielna. Zawodnicy ustalają tor gry i decydują, kto rozpocznie zabawę. Gracze na zmianę rzucają kostką i stawiają swój żeton na wylosowanej dzielnej. Na środku leżą kartoniki z dzielnikami. Należy zabrać co najmniej jeden dzielnik, który dzieli tę właśnie dzielną. Zawodnicy wspólnie ustalają, ile ich można wziąć. Jeśli zawodnik nie dobierze żadnego dzielnika lub się pomyli, traci jedną kolejkę. Wygrywa ta osoba, która w wyznaczonym czasie zdobędzie najwięcej dzielników.

- **Wpisz i podaj dalej**

Każdy z uczniów otrzymuje kartę z wieloma schematami działań na dzielenie, tj. $\square : \square = \square$. Następnie uzupełnia tylko jeden dowolny element wybranej formuły, a potem na sygnał podaje planszę ustalonej wcześniej osobie. W ten sposób karty

wędrują w koło od dziecka do dziecka. Nauczyciel wyznacza moment przekazywania pracy, aby uniknąć chaosu. Należy dopasować rytm zabawy do możliwości uczniów. Warto, aby każde dziecko miało inny kolor przyboru do pisania – wtedy dzieci będą się starały, a ich wpisy staną się identyfikowalne. W trakcie zabawy uczniowie mogą zgłaszać popełnione błędy i wyjaśniać nieporozumienia. Karta wraca do dziecka, które się pomyliło i to ono poprawia błędny zapis. Nauczyciel decyduje, kiedy zakończyć zabawę. Jeśli powstaną braki, uczniowie uzupełniają je, sprawdzając poprawność wszystkich działań.

- **Podrzucaj i licz**

Uczniowie stoją w kręgu, podają sobie maskotki cyferek i śpiewają *Jak to miło i wesoło, gdy cyferki krążą w koło, każdą z nich dobrze znam i policzę głośno wam* (na melodię piosenki *Grosik*). Na sygnał dany przez nauczyciela zabawa zostaje zatrzymana, a uczeń, który ma maskotkę, podrzuca ją i wypowiada jej kolejne 10 wielokrotności. Dziecko, które znajduje się najbliżej, a nie ma cyferki, kontroluje kolegę lub koleżankę. Można zastosować wzmocnienia w postaci braw dla wyróżniających się uczestników zabawy. Nauczyciel, dając ustalony sygnał, wznawia zabawę.

⇒ 17. Całości i części w Cyferkowie

Z tym zagadnieniem ściśle wiąże się dzielenie w aspekcie podziału na równe części. Uczniowie przeprowadzają wiele doświadczeń związanych ze świadomością całości, a także z wyznaczaniem połowy i ćwiartki. Zaczynają od konkretnych przedmiotów, a kończą na liczbach. Pomocne w tym zadaniu będą małe formy teatralne i Matematyczne Stacje Badawcze.

Nauczyciel aranżuje przestrzeń potrzebną do przeprowadzenia doświadczeń i wciela się w role matematycznych bohaterów. Zjawia się Królowa Matematyka z Jedyneczką, Dwójeczką i Czwóreczką. Królowa zdradza dzieciom, że są to bohaterki zajęć. Jedyneczka pokazuje dzieciom kolejno, np. jabłko, gruszkę, śliwkę, kiwi, banan, bułkę, jajko, biszkopt, pączek, mówiąc: – Oto całość.

Każda z par uczniów odbiera dowolną całość i kładzie ją przed sobą na ławce. Nauczyciel i dzieci powinni wcześniej umyć ręce i owoce, a także zatroszczyć się, by rzeczy leżały na talerzykach lub serwetkach.

Dwójeczka proponuje, aby uczniowie zastanowili się, co zrobić, żeby w parach móc sprawiedliwie podzielić się tą całością. Dzieci przystępują do rozważań, po czym Dwójeczka rozdaje im plastikowe noże, którymi dzielą owoce. Wszyscy uczniowie spacerują i sprawdzają efekty pracy par. Dwójeczka pyta o nazwę powstałych części

i uzyskuje odpowiedź, że to połówki całości. Wspólnie z dziećmi ustala, że połowa to jedna z dwóch jednakowych części.

Uczniowie wracają do ławek i składają powstałe części w całość. Obserwują efekt podziału na pół. Dwójeczka triumfalnie dodaje, że odtąd będzie im się kojarzyła z połówkami. Wtedy dochodzi do głosu Czwóreczka, która proponuje parom sprawiedliwe podzielenie się swoją całością z inną parą. Uczniowie wspólnie podejmują decyzję o kolejnym podziale. Liczą osoby i ponownie rozcinają podzieloną wcześniej całość. Dzieci spacerują po klasie i oceniają efekty pracy kolegów. Czwóreczka pyta uczniów, na ile części powinni podzielić swoją całość. Gdy uzyskuje poprawną odpowiedź, prosi dzieci o nazwanie każdego z równych kawałków. Bije uczniom brawo, gdy padnie nazwa „ćwiartka” lub „ćwierć”. Cyferka wypytuje dzieci o liczbę ćwiartek w całości i w połowie oraz o metodę podziału. Prosi, by uczniowie ponownie złożyli ćwiartki w całość i zaobserwowali, że ćwierć to jedna z czterech jednakowych części. Poleca im także, by zastanowili się, ile fragmentów całości należy do każdego z nich, a iloma mogą się wymienić. Czwóreczka podkreśla, że od dzisiaj powinna im się kojarzyć z ćwiartką. Ćwiczenia kończą się degustacją.

Rozpoczyna się kolejny etap doświadczeń – uczniowie pracują w **Matematycznych Stacjach Badawczych**. Ich zadaniem jest sprawdzenie, jak znaleźć połowy i ćwiartki w różnorodnych całościach.

- **Stacja Płynny** – do dyspozycji uczniów są: dzbanek z wodą, jednakowe przezroczyste naczynia, szklanka i butelki o różnej pojemności.
- **Stacja Długości** – do przeprowadzenia badania służą: sznurek, nożyczki, taśma krawiecka.
- **Stacja Powierzchnie** – do wykorzystania są: arkusz papieru do eksploracji i nożyczki do pracy.
- **Stacja Ciężar** – do przeprowadzenia podziału potrzebne są: torebka z cukrem, waga i jednakowe przezroczyste naczynia.
- **Stacja Ilości** – do podzielenia jest: pewna liczba, reprezentowana przez liczmany.
- **Stacja Czas** – do podzielenia są: 1 godzina i tarcza zegara.

Uczniowie przechodzą od stacji do stacji w ustalonym kierunku, aby dokonać podziału zaproponowanych całości na połowy i ćwiartki. Mają do dyspozycji konkretne materiały i narzędzia. Za każdym razem grupowi robią notatki, aby podzielić się nimi z kolegami podczas wspólnego spotkania z Królową Matematyką. Po wykonaniu pracy uczniowie wzajemnie oceniają zaangażowanie rówieśników i wyniki ich grupowego działania. Dzielą się wrażeniami i podają rezultaty zespołowych aktywności. Następnie porównują sposoby dokonywania podziałów i ich efekty.

Królowa Matematyka ocenia pomysły dzieci i za każdym razem prosi o wyjaśnienie, dlaczego właśnie tak wykonały zadanie. Zwraca uwagę na najbardziej oryginalne rozwiązania. Następnie proponuje zabawę w podział liczby dzieci obecnych w klasie na połowy i na ćwiartki. Wspólnie z uczniami zauważa, na ile części należy dzielić w każdym przypadku. Po wykonaniu tego zadania Królowa wręcza parom ćwiartki i połówki kół z papieru i prosi o sprawdzenie, ile całości da się z nich zbudować. Pyta również, co to znaczy „półtora” i „półtorej”. Na koniec zajęć dzieci siedzące na dywanie wspólnie szukają w otoczeniu i w codziennym życiu przykładów połówek i ćwiartek, takich jak np.: widoczna połowa księżyca, pół godziny, kwadrans, pół roku, kwartał, połowa meczu, półkule, cztery pory roku, pół litra, pół chleba, pół ceny, cała nuta, półnuta, ćwierćnuta itp. Spotkanie to stanowi ważną inicjację i zarazem pierwszy krok do rozumienia przez dziecko świata liczb.

⇒ 18. 0 umiejętnościach rachunkowych w Cyferkowie

W klasach I–III należy zadbać o stałe podnoszenie kompetencji uczniów w zakresie wykonywania czterech działań matematycznych. Najistotniejsze jest jednak, aby dzieci poczuły, że w czynnościach rachunkowych posługują się własnymi metodami. Ponieważ dla ucznia edukacji wczesnoszkolnej bardzo ważne jest zdanie rówieśników – dlatego chętnie korzystają z ich pomysłów. Dzieci te lubią także być obdarzane uwagą – stąd z zapalem prezentują swoje rozwiązania na forum klasy. Trzeba to wykorzystywać i pozwalać im na wzajemne uczenie się.

Zadaniem Królowej Matematyki jest podsuwanie uczniom pomocy dydaktycznych ułatwiających wykonywanie działań, ale przede wszystkim stanowiących czynnik pośredniczący w drodze do sukcesu. Królowa dzieli się z uczniami swoimi pomysłami na sprawne rachowanie.

- **Dodawanie i odejmowanie w zakresie pierwszej dziesiątki**

Jeśli uczniowie potrzebują konkretnych pomocy, trzeba pozwolić im na ich wykorzystywanie. Oczywiście pierwszymi i najbliższymi konkretnymi elementami będą palce u rąk. Ważne jest jednak, by proces ten był stale doskonalony, więc Królowa Matematyka proponuje dzieciom przyglądanie się liczbom w dodawaniu i skupianie się **na składniku o wyższej wartości**. Można przeczytać o tym we fragmencie dotyczącym zasad dodawania. Królowa, wyjaśniając je, podsuwa uczniom koraliki, żetony, oś liczbową z oznaczoną jednostką i pełnymi dziesiątkami, a także pustą tabelę stu liczb, by jak najszybciej zidentyfikowali ten składnik wzrokowo. Wtedy wystarczy tylko doliczyć drugi składnik. Zabieg ten znacznie usprawni dzieciom dochodzenie do wyniku.

Stałe odliczanie dodawanych wartości tylko spowalnia pracę uczniów, co szczególnie widać przy wykonywaniu działań na odejmowanie. Dlatego nauczyciele powinni często ćwiczyć z dziećmi wyznaczanie liczb za pomocą liczmanów, a także ich miejsca na osi i w tabeli stu liczb.

Królowa celowo zapoznaje uczniów z historyjką o balu pełnych dziesiątek. Chce, aby z łatwością rozpoznawali **charakterystyczne pary** i podawali wynik bez wykonywania obliczeń. Uświadamia uczniom także, że systematyczne treningi w dodawaniu i odejmowaniu pomogą im osiągać lepsze wyniki. Królowa organizuje codzienne konkursy w liczeniu, zachęcając uczniów do oderwania się od konkretów i uwierzenia we własne siły.

- **Przekraczanie progu dziesiątkowego**

Królowa proponuje uczniom **trening z wykorzystaniem pustej tabeli stu liczb**, czyli bloku, w którym melduje swoich gości. Ma zamiłowanie do porządku, więc zaczyna od pierwszego wolnego miejsca. Podaje dzieciom treść zadania:

– Do Cyferkowa przyjechało 9 gości, którzy zostali zakwaterowani w pustym jess-cze bloku. Następnego dnia dojechały 3 osoby. Ilu gości przebywa teraz w bloku?

Uczniowie najpierw kwaterują 9 gości, wykorzystując żetony w jednym kolorze, a następnie 3 osoby, które reprezentuje inny kolor. Dzieci nie muszą liczyć, ponieważ są w stanie zidentyfikować wynik. Wytrenowały już tę umiejętność. Wielu uczniów zauważy dopełnianie do dziesiątki i być może wykorzysta tę czynność w swojej metodzie dodawania. Jeśli nie, to nie należy na siłę wymagać od nich tego zabiegu. Trzeba pozwolić im na odkrywanie oczywistych sytuacji, powinny też wielokrotnie przeprowadzić kwaterowanie gości w różnych konfiguracjach liczbowych. Królowa podaje uczniom treść kolejnego zadania:

– Pierwszego dnia w bloku zakwaterowano 12 gości, po tygodniu 4 z nich odjechało. Ilu gości nadal mieszka w bloku?

Uczniowie zaczynają od zakwaterowania 12 gości, czyli od ułożenia na tablicy 12 żetonów, pamiętając o zasadzie porządku. Następnie zabierają 4 żetony, zaczynając od ostatniego mieszkania. Gdy usuną 4 elementy, z łatwością zidentyfikują liczbę, którą tworzą pozostałe liczmany. Znowu nie muszą wykonywać obliczeń. Znajdzie się też taka grupa uczniów, która zaobserwuje odejmowanie do pełnej dziesiątki i wykorzysta ten moment, szukając własnych metod na obliczenie wyniku.

Uczniom należy pozwolić na wybranie preferowanej przez nich drogi postępowania, zwłaszcza że odbyli już wiele treningów w odejmowaniu. Długie formy zapisywania działań z przekroczeniem progu dziesiątkowego mogą tylko skomplikować proces myślenia, głównie uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi, dlatego trzeba pozwolić im na używanie krótkich formuł.

W przypadku przekraczania kolejnych progów dziesiątkowych należy postępować podobnie. Nie będzie potrzebne układanie wielu liczmanów, a tylko zidentyfikowanie na tablicy składnika o wyższej wartości oraz przy dodawaniu – przesunięcie się w prawo, przy odejmowaniu – w lewo w celu poszukiwania odpowiedniego wyniku.

W działaniach z przekroczeniem progu dziesiątkowego pomocna będzie również **oś liczbowa**. Jednak uczeń nie powinien zaznaczać na niej wszystkich liczb, a jedynie 0, 1 i pełne dziesiątki. Wówczas nie będzie korzystał z tzw. gotowca, a wykaże się aktywnością. Uczeń dzięki dodawaniu i odejmowaniu na osi liczbowej zauważy moment przekraczania progu dziesiątkowego, doświadczy dopełniania do pełnej dziesiątki i powrotu do niej podczas obliczania różnic.

Uczestnikom zajęć należy zaproponować skorzystanie z **algorytmu działań pisemnych** jako alternatywy dla szybkiego liczenia. Taki zabieg z pewnością pomoże wielu uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

- **Dodawanie i odejmowanie liczb dwucyfrowych**

Do tych ćwiczeń rachunkowych nauczyciel powinien przejść dopiero wtedy, gdy utrwali z uczniami strukturę liczby dwucyfrowej. Dziecko musi mieć świadomość łączenia pełnych dziesiątek i jedności. Królowa Matematyka proponuje zatem malowanie cyfr dziesiątek i jedności na różne kolory, a następnie łączenie barw. Podsuwa pomysł, by w przypadku działań typu:

$27+19$ – zamiast 19, dodać do 27 za dużo, czyli najbliższą liczbę zawierającą pełne dziesiątki, którą jest 20, a następnie zabrać różnicę. Zapis w tym przypadku, będzie wyglądał następująco: $27+19=27+20-1=$

Podobnie w odejmowaniu typu:

$54-26$ – zamiast 26, odjąć od 54 za dużo, czyli najbliższą liczbę zawierającą pełne dziesiątki, którą jest 30, a następnie zwrócić różnicę. Zapis w tym przypadku, będzie wyglądał następująco: $54-26=54-30+4=$

Doskonale do działań tych nadaje się pośrednik w liczeniu, którym jest **pusta tabela stu liczb** (blok).

Wracając do zaproponowanego wyżej działania na dodawanie:

- najpierw uczniowie identyfikują liczbę 27, a następnie zjeżdżają piętro niżej, gdzie mieszka liczba o 10 od niej większa, czyli 37. Trzymając palec lewej ręki na tym mieszkaniu, dodają dziewięć jedności, idąc w prawo palcem prawej dłoni. Ten zabieg zabezpieczy ich przed wkroczeniem na to samo piętro. Kiedy uczniowie zakończą dokładanie jedności, identyfikują wynik.

W przypadku odejmowania:

- uczniowie odszukują na tablicy liczbę 54, a następnie wjeżdżają dwa piętra w górę, gdzie mieszka liczba o 20 mniejsza, czyli 34. Trzymają jeden palec

jednej ręki na tym polu, a za pomocą drugiego wędrują w lewo, by odjąć jeszcze 6 jedności. Na koniec identyfikują wynik.

- **Mnożenie i dzielenie**

W ćwiczeniu mnożenia nauczyciel mobilizuje uczniów do zaliczania kolejnych przykładów z pamięci. Ważne jest, aby rozumieli formułę i potrafili wybrnąć z trudnej sytuacji. Jeśli w czytaniu działania na mnożenie padnie magiczne słowo „po”, uczniowie błyskawicznie zaczną **dobierać jednakowe składniki**. Im bardziej będą w tym wprawieni, tym szybciej znajdą wynik. Uczniowie sami skorzystają z prawa przemienności, gdy łatwiej im będzie obliczać inne wielokrotności.

Królowa Matematyka proponuje także częste **treningi z tabelą mnożenia**, ukazującą wiele zależności między działaniami. Im częściej uczniowie będą z nią pracowali, tym mocniej zaznaczy się w ich pamięci i tym więcej prawidłowości w niej odkryją. Do zapamiętania dużych iloczynów można **wykorzystać mnemotechniki**, np.:

8·8 – jadą dwa rowery – to 64 (ósemki przedstawione są w pozycji poziomej i wrysowane w koła rowerów);

7·7 – kosa kosą kosi, tron dziewiątkę nosi – 49 (nawiązanie do obrazu cyferek);

8·7 – kokardeczka z kosą jabłko z gruszką niosą – 56 (tu również skojarzenie z obrazem cyferek).

Uczniowie sami stworzą własne rymowanki, wystarczy ich tylko odpowiednio naprowadzić. Gdy nauczyciel zachęci uczniów do obserwacji, np. wielokrotności liczby 9, tj.: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, uczniowie odkryją w nich wiele matematycznych tajemnic. Kiedy zauważą, że nauczycielowi zależy na tym, by sami tworzyli wiedzę, oddadzą się temu zajęciu bez reszty.

Królowa prosi uczniów o przygotowanie **matematycznych wizytówek** dla liczb, które prezentują się w działaniach, np.: $4 \cdot 5 = 20$, $5 \cdot 4 = 20$, $20 : 4 = 5$, $20 : 5 = 4$. Podobnie w dodawaniu i odejmowaniu, np.: $9 + 6 = 15$, $6 + 9 = 15$, $15 - 6 = 9$, $15 - 9 = 6$. Dzięki wizytówkom dzieci zauważą zależności między trzema liczbami. Wizytówki można otoczyć ozdobnymi ramkami.

W przypadku działań na dzielenie Królowa proponuje, żeby uczniowie sprawdzali, ile razy dzielnik zmieści się w dzielnej, posługując się jego **wielokrotnościami**. Istotne jest również to, aby za każdym razem sprawdzali obliczenie za pomocą działania odwrotnego, którym jest mnożenie.

Wszystkie inicjacje rachunkowe powinny odbywać się w odpowiedniej atmosferze. Dzieci muszą mieć świadomość konieczności trenowania działań matematycznych. Ważne są przy tym różnorodne formy i metody pracy. Szczególnie cenna okazuje się

praca z partnerem w parze, kiedy dziecko uczy się dwa razy: będąc w roli ucznia, a także wykonując zadania nauczyciela. Należy ponadto tak prowadzić proces edukacyjny, aby uczniowie mogli doświadczyć sukcesów na miarę swoich możliwości.

➡ 19. Historia o cyfrach rzymskich⁴⁷

Uczniowie siadają w kręgu na dywanie. W środku nauczyciel ustawia lampion imitujący ognisko. Królowa Matematyka snuje opowieść:

– Wódz rzymski pozazdrościł mi fantazji w tworzeniu cyfr i koniecznie chciał zaprojektować własne. Postanowił, że zrobi to przy ognisku, w obecności swoich żołnierzy. Nic mu jednak nie przychodziło do głowy, więc zebrani zaczęli się niecierpliwić, rozległy się szepty i pokrzykiwania. Kiedy wódz chciał uciszyć tłum, uniósł palec w górę, przyjrzał mu się i nagle doznał olśnienia:

– Tak! Jedyneczka, to będzie jedna kreseczka!

Dwa i trzy stworzyć było z niej łatwo. Kiedy na czwórkę przyszła kolej, wódz stracił zapal, gdyż jak potem rozpozna liczbę w gąszczu kresek? Przyszedł mu na myśl pomysł taki:

– Zakazuję, by pisać więcej niż trzy takie same znaki!

Podparł głowę na kciuku dłoni i co pewien czas wycierał pot z czoła, ponieważ żołnierze czekali na resztę cyfr. Nagle przyszła mu do głowy doskonała myśl, więc wykrzyczał na całe gardło:

– W dłoni obraz piątki się chroni. – Przyjrzyjcie się sami: między kciukiem a palcami!

Żołnierze oniemieli z radości. Podziwiali wodza za pomysłowość, ale co z czwórką – pytali. Wódz odpowiedział ze spokojem:

– Stworzyłem już dwa znaki. – Teraz mam pomysł szczerzy: postawimy jedyneczkę przed piąteczką, i już mamy cztery.

– Bravo! – lud zawołał. Wszyscy byli ciekawi, jak na to wpadł, a on zbladł. Wtedy przyszła mu na myśl oś liczbowa.

– Tak! – zakrzyknął:

– Tu sekret się chowa! – wyjaśnił żołnierzom, że po lewej stronie liczby maleją, a po prawej rosną. Wtem tłum wrzasnął:

– Wiemy, panie, jak sześć, siedem i osiem powstanie!

Wódz ręce z radości skrzyżował i z nich dziesiątkę odszyfrował. Resztę liczb stworzyli żołnierze. A wódz krzyczał:

– Mam cyfry, rzymskie cyfry, i sam w to nie wierzę!

Królowa rozdaje uczniom zapałki i prosi, by ułożyli kolejne liczby według wskazówek wodza. Sąsiadujący ze sobą uczniowie wzajemnie sprawdzają poprawność wykonanego zadania. Za każdym razem przypominają o tym, co zainspirowało wodza do stworzenia

⁴⁷ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

rzymskich znaków. Następnie analizują oś liczbową i sprawdzają, w którą stronę liczby maleją, a w którą rosną. Na zakończenie zapisują zasadę:

$$IV=V-I;$$

$$VI=V+I;$$

$$VII=V+I+I;$$

$$VIII=V+I+I+I; X=X-I \text{ itp.}$$

Królowa Matematyka zaprasza do **Zagadkowa**, prezentując kilka propozycji przeobrażania liczb stworzonych ze znaków rzymskich, np.: „Jak z VI zrobić IV?” itp. Uczniowie przeprowadzają doświadczenia, przekładając zapałki. Następnie pracują w grupach nad tworzeniem zagadek dla kolegów z innych zespołów, np.: „Przełóż jedną zapałkę, by działanie było prawdziwe: $V=I+VI$ ”. Za każdym razem następuje sprawdzenie poprawności tworzenia i wykonania zagadek, a także ocena koleżeńska. Na koniec uczniowie spontanicznie odgrywają historyjkę opowiedzianą przez Królową i dzielą się wrażeniami.

Zapamiętywanie przez kojarzenie, wizualizację i emocje to najlepsza metoda dla uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Odwołanie się do źródła wiedzy ma wtedy realne znaczenie. Nie można jednak poprzestać na tym jednym spotkaniu z cyframi rzymskimi. Należy często je wykorzystywać, np. do numerowania kolejnych punktów planu, wyznaczania godzin na tarczy zegara, zapisywania dat itp.

⇒ 20. O pieniądzach

Rozważania o pieniądzach warto rozpocząć od wizyty w banku. Tam uczniowie poczują ich prawdziwą moc, a zajęcia przeprowadzone przez kompetentną osobę na długo pozostaną w dziecięcej pamięci.

Dzieci powinny poznać historię powstania pieniędzy i doświadczyć, czym był handel wymienny. Powinny wiedzieć, skąd wzięła się nazwa „złoty”, kto zaprojektował monety i banknoty i w jaki sposób one powstają, a także jak się zmieniały przez stulecia. Warto, korzystając z prowadzonych akcji, np. *Góra grosza*, gromadzić monety o niższych nominałach i wykorzystywać je podczas realizacji zagadnienia *Matematyka Porządnisia*, kiedy ukazywana jest zamiana jednostek niższego rzędu na jednostki rzędu wyższego i dzięki czemu dzieci poznają, czym jest rozmiennianie pieniędzy.

W zgłębieniu przez dzieci wiedzy o pieniądzach doskonale sprawdzą się następujące tematy:

Dlaczego dzieci otrzymują kieszonkowe?

Skąd rodzice mają pieniądze?

Planujemy budżet domowy

Dlaczego pieniądze szczęścia nie dają?

Na co należy oszczędzać?

Co to są raty?

Co to jest kredyt?

Dlaczego ludzie pożyczają pieniądze?

Jak być bogatym?

W jaki sposób ludzie dzielą się pieniędzmi?

Jak przygotować urodziny za 100 złotych? itp.

Podczas realizacji powyższych zagadnień nauczyciel, wykorzystując małe formy teatralne, może zaproponować uczniom spontaniczne scenki rodzajowe, np. *Mama i tata planują wydatki, Co zrobiłeś z kieszonkowym?* Może też przeprowadzić z uczniami zajęcia na temat *Co to są pieniądze i dlaczego nie dają szczęścia?*⁴⁸.

- **Zabawa w handel wymienny**

Spotkanie z Królową Matematyką rozpoczyna się od zabawy w handel wymienny na **Osiedlu Pieniądze**. Królowa prosi, aby grupy uczniów ustaliły wartość swoich towarów w porównaniu z innymi wyrobami. Każdy zespół ma dwa rodzaje produktów w ograniczonej ilości i zastanawia się, na co je można wymienić, np. książkę na cztery czekolady, czekoladę na dwa batony itp. Uczniowie wywieszają informację na tablicy. Zadaniem grup jest zdobycie produktów każdego rodzaju, a następnie uporządkowanie ich pod względem wartości. Wykonanie zadania kończy się rozmową z Królową na temat handlu wymiennego, jego walorów praktycznych i skuteczności. Uczniowie snują wizję życia w warunkach takiego handlu, np.: żeby zdobyć jajka, należałoby za nie oddać trzy butelki mleka itp.

- **Wykład o monetach i banknotach**

Królowa Matematyka prowadzi wykład, który uświadamia uczniom, że im większa jest wartość monety, tym jest ona cięższa. Ponieważ ludzie mieliby kłopot z noszeniem pieniędzy, wymyślono ich papierową wersję. Zamiast prowadzenia wykładu można posłużyć się filmem, prezentacją lub umówić się na spotkanie w banku. Po wykładzie uczniowie pracują w parach i porządkują według wartości liczmany obrazujące monety i banknoty. Proponują także przyporządkowanie wartości pieniężnej posiadanym towarom i wywieszają cennik na tablicy. Następnie formułują wniosek dotyczący płacenia za towary pieniędzmi, a nie innym towarem. Nauczyciel może porozmawiać z uczniami o sposobie zdobywania pieniędzy, różnicach w stanie ich posiadania i tego konsekwencjach.

- **Dlaczego ludzie mówią, że pieniądze szczęścia nie dają?**

Królowa Matematyka zachęca uczniów do udzielenia odpowiedzi na to pytanie. Sposobem na rozwiązanie problemu może być praca w parach i układanie

⁴⁸ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

wartości w piramidę priorytetów, np.: zdrowie, pieniądze, przyjaźń, rodzina, zabawki, ubrania. Im dana wartość znajdzie się wyżej w piramidzie, tym ważniejszy jest priorytet. Królowa prosi uczniów o argumentowanie wyborów. Uczniowie mają okazję do obserwowania innych wersji piramid i dzięki temu spojrzenia na problem z wielu perspektyw.

Bardzo ważne jest poznanie przez uczniów innych punktów widzenia oraz przekonywanie kolegów do swoich racji. Najlepszym tego rodzaju doświadczeniem jest zmierzenie się z rówieśnikiem na argumenty. Ponieważ wartościowanie stanowi istotny element życia społecznego, więc im więcej uczniowie będą rozmawiać, używając kontrargumentów, tym bardziej udoskonalą techniki negocjacyjne. Zajęcia mogą się skończyć wyciąganiem wniosków i udzielaniem dobrych rad na temat pieniędzy.

Należy pamiętać, aby zajęcia związane z pieniędzmi były zawsze realizowane w sposób praktyczny. Nauczyciele przygotowują atrapy monet i banknotów, po czym bawią się w kasjerów, którzy np. rozmieniają pieniądze i zamieniają je na wyższe nominały, wydają resztę, co będzie doskonałą okazją do obliczania różnicy.

Nauczyciel podaje przykład:

– Baton kosztuje 4 złote, kasjer otrzymuje od klienta 20 złotych, więc wylicza mu resztę metodą dopełniania do 20. Kładąc np. 1 złoty, mówi: 5 złotych, następnie podaje 5 złotych i wypowiada słowo: 10 złotych i na koniec dokłada 10 złotych, podsumowując głośno: 20 złotych.

W takich okolicznościach trudno o pomyłkę, a uczniowie nauczą się nowej metody odejmowania.

Popularna zabawa w sklep, prowadzona w klasie szkolnej, przyniesie znacznie więcej korzyści, niż wypełnianie kart w ćwiczeniach. Dodatkowo uczeń będący klientem nauczy się, czym jest zaokrąglanie kwoty, aby nie przekroczyć sumy przeznaczonej na wydatki. Kasjer musi dokładnie dodać ceny produktów, by nikogo nie oszukać. Nauczyciel może również przeprowadzić zajęcia w supermarkecie. W tym celu porozumiewa się z działem promocji i prosi o zorganizowanie takiej lekcji.

- **W supermarkecie, czyli praktyczna matematyka**⁴⁹

Przed wejściem do sali sprzedaży Królowa Matematyka zaznajamia uczniów z ich zadaniami. Uczniowie pracują w parach, po wykonaniu zadania zjawiają się w ustalonym miejscu, przy tzw. sztucznej kasie. Posługują się atrapami monet i banknotów. Każda para dysponuje minutnikiem, wózkiem na zakupy, kwotą np. 20 złotych i... **umiejętnością szacowania**. Uczniowie muszą kupić jak najwięcej rzeczy z różnych działów. Towary nie mogą się powtarzać.

⁴⁹ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Realizacja zadania zaczyna się od nastawienia minutnika na 15 minut. Po upływie tego czasu pary zjawiają się w kasie w celu rozliczenia zakupów. Jeżeli uczestnicy zabawy przekroczą ustaloną kwotę, nie uzyskują punktów, natomiast może im zostać reszta.

Drugim zadaniem jest **zapamiętanie długiej listy zakupów**. Każda para otrzymuje inną wersję listy. Uczniowie mają 5 minut na jej zapamiętanie. Oddają listę, nastawiają minutnik na 15 minut i ruszają po zakupy. Zjawiają się przy sztucznej kasie w celu sprawdzenia, jak udało im się wywiązać z zadania. Kasjer dokonuje weryfikacji zakupów zgodnie z listą każdej pary.

Trzecie zadanie polega na **wybraniu 10 produktów**, które uczniowie mogą kupić, mając do dyspozycji 50 złotych. Po 15 minutach muszą się zjawić przy sztucznej kasie i przed zsumowaniem wartości zakupów powinni powiedzieć, ile reszty otrzymają z 50 złotych. Wygrywa precyzja.

Na koniec zabawy każde dziecko losuje nazwisko rówieśnika i wybiera dla niego prezent za 10 złotych. Uczniowie mają na to zadanie 15 minut. Nastawiają minutnik i zjawiają się przy sztucznej kasie. Za zakupy płacą uczniowie sami, wręczając sobie nawzajem wybrane prezenty.

Przy okazji zabawy w kupowanie można podkreślić **praktyczną rolę szacowania**. Królowa, prezentując pokazową wersję zakupów, wrzuca do wózka produkty i sumuje ich ceny w pamięci. Celowo eksponuje ceny, ponieważ chce sprowokować uczniów do rozmowy. Gdy zauważą, że dodaje za dużo lub za mało, Królowa proponuje im wyzwanie matematyczne dotyczące szacowania i zaokrąglania:

- Kto szybciej oszacuje koszt zakupów – pyta Królowa Matematyka.
- Czy wy, licząc na kalkulatorze, czy ja za pomocą swojej metody zaokrąglania?

Rozpoczyna się rywalizacja. Po jej zakończeniu następuje konfrontacja – Królowa wyjaśnia, kiedy obniżała cenę, a kiedy ją podwyższała. Następnie przeprowadza z uczniami rozmowę na temat zastosowania takiej umiejętności w codziennym życiu. Uczniowie bawią się w szacowanie i zaokrąglanie, sumując ceny produktów występujących na paragonach.

Uczniowie, uczestnicząc w planowaniu budżetu domowego, zyskują głębszą świadomość wartości pieniądza w życiu człowieka. W tym celu nauczyciel może zastosować poniższe rozwiązanie metodyczne.

Uczniowie poznają, **jak planować budżet rodzinny, czyli jak być przedsiębiorczym**⁵⁰. Zajęcia rozpoczynają się od przygotowania, z wykorzystaniem

⁵⁰ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

burzy mózgów, listy rodzinnych wydatków. Uczniowie podają propozycje, biorąc pod uwagę swoje doświadczenia. Nauczyciel konfrontuje ich pomysły z rzeczywistością, przekazując informacje otrzymane od rodziców na zebraniu.

Uczniowie pracują zespołowo z listą wykonaną przez dorosłych. Mają do dyspozycji 100 klocków sześciennych, które obrazują 100% funduszu, czyli budżet rodzinny. Intuicyjnie rozdzielają je na wydatki domowe. Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi posługują się **konkretną wizją budżetu**, z wykorzystaniem klocków. Taka obrazowa forma pozostawi trwałe ślad w ich pamięci.

Po wykonaniu zadania następuje porównanie efektu rozdysponowania środków przez grupy. Zespoły uczniowskie uzasadniają swoje wybory. Na zakończenie prezentacji nauczyciel przedstawia podział funduszy rodzinnych dokonany przez rodziców. Ważne jest porównanie i zaprezentowanie spostrzeżeń (można pokusić się o kontrowersję, np. wydatki na papierosy).

W tym momencie roztacza się przed uczniami wizja dorosłości, czyli bycie odpowiedzialnymi za innych. Można stworzyć im okazję do rozwijania twórczego myślenia poprzez planowanie, co zrobić, by nie obciążać budżetu zbędnymi wydatkami, a nawet go odciążyć. Uczniowie w zespołach generują pomysły, np.: oszczędzać paliwo i chodzić do szkoły piechotą, rzucić palenie, oszczędzać prąd przez wyłączanie urządzeń, zmienić pracę itp. Ważna jest ocena propozycji przez pozostałe grupy i zmierzenie się z innym punktem widzenia. Doskonale sprawdzą się w realizacji tego zagadnienia małe formy teatralne. Uczniowie mogą przedstawić scenki sytuacyjne, np. *Kup mi to, mamo, kup mi to, tato*. Uczniowie występujący w rolach rodziców muszą wykazać się argumentami, które przemówią do dziecka.

Zajęcia należy zakończyć rozmowami na temat interpretacji zachowań postaci, a także odnieść się do ról, jakie pełni człowiek dorosły, i odpowiedzialności, jaka ciąży na nim w związku z utrzymaniem rodziny. Praktyczna matematyka sprzyja rozwijaniu myślenia i przedsiębiorczości. Ćwiczenia w naturalnych warunkach mobilizują do pracy, a zdrowa rywalizacja uczy wygrywania i przegrywania.

⇒ 21. Ważenie, odmierzenie i mierzenie w Cyferkowie

Wszystkie zagadnienia dotyczące ważenia, odmierzenia i mierzenia należy realizować w sposób praktyczny. Im bardziej uczniowie doświadczą ciężaru, pojemności, wysokości, szerokości i głębokości, tym mocniej pojęcia te utrwalą się w ich świadomości. Do eksploracji trzeba wykorzystywać różne rodzaje wag, pojemników i miarek. Warto na zajęcia treningowe zaprosić braci z Literkowa – **Porządnisia i Żarusia**.

Królowa Matematyka umieszcza na dywanie maskotki w taki sposób, aby siedziały z dziećmi w kręgu. Następnie informuje uczniów, że za moment przeniosą się na **Osiedle Mierzenia i Ważenia**. Bierze maskotkę Porządniśia i prowadzi monolog w jego imieniu: – Jestem specjalistą w mierzeniu i odmierzaniu, zaraz się o tym przekonacie i sami mi to przyznacie.

Porządniś dzieli uczniów na grupy, wręcza każdemu zespołowi miarki i pudełka w kształcie prostopadłościanu. Poleca im zmierzenie pudełek. Po pewnym czasie zaprasza uczniów na spotkanie w kręgu i prosi o podzielenie się wynikami pomiarów.

Uczniowie zauważają, że każde pudełko ma trzy wymiary. Na pudełkach rysują linie w różnych kolorach: jedna oznacza wysokość, druga szerokość, a trzecia głębokość. Następnie mają za zadanie wyznaczenie wymiarów wybranych mebli znajdujących się w klasie.

Po wykonaniu tego doświadczenia Porządniś prosi uczniów, aby wspólnie zaprojektowali pudełko, w którym zmieści się cała grupa. Dzieci wizualizują sobie model budowli i tworzą go z wykorzystaniem miarek krawieckich i rurek konstrukcyjnych BAMP. Porządniś wyjaśnia powód, dla którego pudełka miały różne rozmiary. Pokazuje pudełko o wymiarach 1 m x 1 m x 1 m, w którym zmieszczą się wszyscy przyjaciele z Literkowa, i mówi: – Co możecie o nim powiedzieć przed zmierzeniem?

Po wysłuchaniu opinii uczniów Królowa sprawdza wymiary pudełka za pomocą miarki, Porządniś prosi ją, żeby opowiedziała dzieciom o takiej konstrukcji.

Królowa zabiera głos, demonstrując pudełko:

- Widzicie tu obraz 1 metra sześciennego. – Niezwykłe, prawda?
- Pudełko to ma sześć ścian, a każda ściana ma bok o długości i szerokości 1 metra.
- Jego wymiary w skrócie zapisuje się: 1 m^3 . – Wykonajcie jego model.

Uczniowie budują model, wykorzystując rurki z zestawu BAMP.

Królowa kontynuuje swoją opowieść:

- Gdybyśmy teraz wypełnili ten model wodą, byłoby tam 1000 litrów. – Dużo, prawda?

Porządniś dziękuje Królowej za wskazówki i pyta dzieci, jak można zaprezentować 1 litr wody. Żaruś twierdzi, że można go odważyć i zaczyna wlewać wodę na wagę. Porządniś zaprzecza, proponując odmierzanie za pomocą naczynia z miarką lub wykorzystanie butelki o pojemności 1 litra.

Uczniowie wstawiają odmierzoną wodę w naczyniu do wnętrza pudełka symbolizującego 1 metr sześcienny i wizualizują sobie 1000 takich litrów. Porządniś pokazuje im narzędzie do mierzenia wody, czyli wodomierz, i wyjaśnia jego zastosowanie. Przypomina, że wodę mierzy się w metrach sześciennych.

Ponownie zabiera głos Żaruś, który mówi, że ważenie wody to ciężkie zadanie. Zdradza dzieciom ciekawostkę, że woda zimna ma inną wagę niż ciepła. Wspólnie z uczniami próbuje wyjaśnić, co to znaczy ciężkie zadanie, podając kolejne przykłady użycia słów: „ciężki”, „ciężka”, „ciężkie”.

Na koniec dodaje:

– Jako strażak wiem, co to znaczy ciężkie zadanie. Strażacy podczas gaszenia pożaru ważą czyny i słowa. Kto z was wie, co to znaczy?

Uczniowie próbują znaleźć wyjaśnienie. Jeśli zajdzie potrzeba, Żaruś omawia znaczenie tych słów. Uczniowie spontanicznie podają przykłady sytuacji, w których ważne jest ważenie.

Żaruś wyznacza dzieciom **pierwsze zadanie dotyczące ważenia**:

– Teraz zważycie swoje tornistry i porównacie ich wagę z dopuszczalnym ciężarem, jaki może nosić na swoich plecach dziecko będące w waszym wieku.

Uczniowie pracują w zespołach. Używają wagi osobowej w celu porównania ciężaru tornistrów i swoich ciał. Znajdują sposób na zważenie tornistra bez układania go na wadze. Po wykonaniu zadania odbywa się spotkanie w kręgu, podczas którego dzieci dzielą się wynikami doświadczeń i wyjaśniają powody, dla których ludzie ważą siebie i bagaże.

Drugim zadaniem jest odważenie za pomocą wagi kuchennej składników potrzebnych do upieczenia ciasteczek. Dzieci wykonują ciasto według przepisu, rozwałkują je i za pomocą foremek wycinają różne kształty. Na koniec rozkładają ciasteczka na blaszkach. Jeden z rodziców, mieszkający najbliżej szkoły, zabiera je do upieczenia w domu. Na koniec zajęć przynosi efekty grupowej pracy dzieci – i ciężki dzień pracy kończy się słodkim poczęstunkiem.

Podczas podsumowania lekcji warto wrócić do wyrazów takich jak: **mierzenie** i **ważenie**, aby powiązać je z przyjaciółmi z Literkowa. Ciekawą formą zakończenia spotkania jest ważenie i mierzenie na oko. Dzieci patrzą i decydują, które rzeczy są cięższe czy krótsze. Można zweryfikować ich pomiary, wykorzystując miarki i wagi. Dzięki zastosowanym metodom pracy uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi uruchamiają wszystkie zmysły w celu doskonalenia swoich umiejętności. Uczenie we współpracy z kolegami jest dla nich doskonałą okazją na uspołecznienie.

⇒ 22. Zadaniowo

Królowa Matematyka zaprasza uczniów, żeby często odwiedzali **Zadaniowo** – jedno z ważnych osiedli na terenie Cyferkowa. Tam czekają na dzieci różnorodne zagadki, problemy i kontrowersje. Ważnym elementem tamtejszego krajobrazu są tzw. ławeczki myślenia, na których siadają uczniowie, aby w skupieniu i bez pośpiechu przeczytać treść zadania. W ciszy łatwiej dzieciom uruchomić wyobraźnię – im bardziej **zwizualizują sobie historijkę przedstawioną w zadaniu**, tym łatwiej znajdą drogę do jego rozwiązania.

Dzieci rozwiążą zadanie, jeśli **zrozumią zawarte w nim słowa** i tworzone przez nie związki. Dlatego Królowa Matematyka poświęca im tak wiele uwagi, podaje przykłady swojego języka matematyki i trenuje uczniów w jego stosowaniu.

Nauczyciel musi mieć świadomość, że u podstaw konstruowania zadania tekstowego leży werbalizowanie czynności dotyczących działań matematycznych, np.:

– Nalałem do akwarium 5 litrów wody. Kiedy doleję jeszcze 7 litrów, naczynie się zapełni. Ile litrów wody pomieści to akwarium?

Słowem-kluczem będzie tu wyraz „doleję”.

Należy zatem pozwolić dzieciom na używanie słów podczas zajęć i bawienie się nimi. **Przekształcanie** ich formy stanie się pierwszym krokiem do rozumowania, np. nalałem, doleję, odleję, przeleję, wyleję itp. Jedno wymyślone zadanie może stać się punktem wyjścia do tworzenia nowych. Królowej Matematyce zależy na tym, żeby dzieci, patrząc, słuchając czy działając, myślały, a także by wyczytały z zadania wszystko, co da się wyczytać. Można przeprowadzić taki trening, kładąc przed dziećmi np. wstążkę i pudełko. Dzieci w odniesieniu do zaproponowanych rzeczy zwizualizują sobie pewne czynności, które następnie zwerbalizują.

Trzeba uświadomić dzieciom, że zadanie matematyczne jest skróconą opowieścią o pewnych wydarzeniach, która zawsze kończy się pytaniem lub je w sobie zawiera. Tworząc zadanie, należy tak zrelacjonować sytuację, żeby uruchomić wyobraźnię słuchacza lub czytelnika. Istotna jest tajemnica, która ukrywa się w słowach. Konieczne jest zachowanie czujności, by rozpoznać tę niewiadomą. Jest to jeden z wielu momentów, kiedy podczas realizacji treści matematycznych dziecko może pracować twórczo.

Do Zadaniowa można zaprosić **Wyraz i Zdanie**⁵¹, które mogą być ekspertami w tworzeniu zadań matematycznych. Ważne jest, aby uczniowie spontanicznie wcielali się w ich postaci i sami tworzyli role. Podczas takich spotkań można wspólnie wypracować schemat zadania tekstowego i tak nazwać jego niezbędne elementy, żeby ułatwić uczniom ich swobodną identyfikację. Ciekawym pomysłem jest wykorzystanie cyferek i kości opowieści, które zapewniają nieskończenie wiele pomysłów na dane liczbowe i przebieg zdarzeń.

Do Zadaniowa Królowa Matematyka zaprasza uczniów podczas zajęć treningowych, utrwalających wykonywanie działań, a także w dniu gier, zagadek i zabaw matematycznych. Na tym osiedlu znajdują się uliczki dotyczące różnorodnych zagadnień, np. sumowania, różnic, porównywania, iloczynów, ilorazów, gdzie uczniowie szukają odpowiedzi na pytania takie jak:

⁵¹ Informacje na temat postaci z Literkowa można znaleźć w treści programu nauczania *W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie*, dostępnym na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

- Ile to razem/w sumie?
- Ile więcej/mniej?
- Ile zostało?
- Jaka jest różnica?
- Ile jest/było/będzie?
- Po ile?
- Na ile?
- O której? itp.

Jest także uliczka z zadaniami nietypowymi. Wchodząc w ten obszar, dzieci weryfikują strukturę zadania i mają okazję rozwijać myślenie.

Królowa Matematyka proponuje **pracę na trzech poziomach trudności**. Uczniowie losują zadania z puli łatwych, trudniejszych i najtrudniejszych. Zadania umieszczone są w specjalnie przygotowanych do tego pojemnikach. Dzieci siadają w ciszy z wybranym przez siebie zadaniem, żeby je przeczytać. Decydują, jak postąpić: czy rozwiązać zadanie i pokusić się o trudniejsze, czy wybrać łatwiejsze, czy też od razu wejść na wyższy lub niższy próg trudności. Nauczyciel w tym momencie może obserwować przyrost kompetencji uczniów. Po wykonaniu przez nich takiej pracy zawsze powinien poprosić o przedstawienie rozwiązań na forum klasy. Jest to kolejna okazja do używania języka matematyki, a także do wzajemnego uczenia się.

Podczas tworzenia i rozwiązywania zadań tekstowych warto realizować wszystkie formy pracy. W zajęciach zespołowych można proponować uczniom zadania nietypowe, a także charakteryzujące się wyższym stopniem trudności. Spotkania te będą stanowiły okazję do głośnej wymiany myśli, obserwowania punktów widzenia, dzielenia się pomysłami, podważania opcji, argumentowania, godzenia się ze zdaniem innych i wywalczenia kompromisu. Dzięki pracy zespołowej uczniowie mają sposobność poznania swojej indywidualności, zmierzają się z oceną grupy i odkrywają swoje możliwości.

Dzieci pracują w parach – mają więc okazję do wzajemnego uczenia się. Występując w roli ucznia i nauczyciela, badają zagadnienia z większą wnikliwością i uczą się konstruktywnej oceny koleżeńskiej. Z kolei indywidualne rozwiązywanie zadań przez uczniów jest okazją, aby nauczyciel zweryfikował poziom możliwości danego dziecka. Tego typu aktywność jest też drogą do osiągnięcia przez nie samodzielności.

Królowa Matematyka proponuje **czytanie i tworzenie matematycznych opowieści**⁵². Sama czyta tekst i jednocześnie prezentuje go na ekranie. Uczniów prosi o uwagę i zapamiętanie jak największej ilości szczegółów. Stosuje wzmocnienia, pokazując tarczę

⁵² Ten i inne scenariusze dotyczące Zadaniowa można znaleźć na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

zegara, opakowanie jajek i inne zakupy. Kiedy czyta fragment o cieście drożdżowym, częstuje nim dzieci:

– Mama Małgosi w sobotni rano wybrała się do supermarketu po zakupy. Była godzina 8:15, kiedy wchodziła do sklepu. Lista zakupów była bardzo długa, ponieważ wieczorem w odwiedziny mieli przyjechać dziadkowie. Mama zaplanowała, że tym razem sama upiecze ciasto drożdżowe. Włożyła więc do wózka 2 kg mąki po 3 zł 50 gr za kilogram, 10 jajek po 80 gr za sztukę, 1 torebkę rodzyneków za 3 zł 50 gr, kilogram cukru za 3 zł oraz 2 kostki drożdży po 1 zł każda. W supermarkecie tego dnia była promocja. 1 kg winogron kosztował tylko 6 zł, więc mama kupiła aż 1,5 kg tych smacznych owoców. Po pewnym czasie przypomniała sobie, że nie włożyła do wózka mleka, które będzie jej potrzebne do zrobienia ciasta. Kiedy szła w kierunku działu mlecznego, kupiła 10 bułek po 80 gr każda oraz chleb za 3 zł. Zapakowała szybko 1 l mleka, które kosztowało 3 zł 50 gr, i ruszyła w kierunku kasy. Była już 9:05, kiedy mama płaciła za zakupy. Podała kasjerce 50 zł.

Królowa Matematyka po zakończeniu czytania **sprawdza, ile zapamiętali uczniowie**, prosząc ich o przedstawienie z pamięci listy zakupów, godziny rozpoczęcia i zakończenia sprawunków. Zadaje pytanie, dlaczego udało im się tak wiele zapamiętać. **Przewiduje również pracę koncepcyjną** – proponuje, aby uczniowie byli autorami pytań, których ona nie zadała.

Dzieci pracują w zespołach. Podczas prezentacji każda grupa wywiesza tylko to pytanie, które się nie powtórzyło. Należy je wykorzystać w dalszej pracy. Pytania wędrują do kapelusza, skąd zespoły losowo je wyjmują. Każda grupa po wykonaniu zadania, losuje następne. Po ustaleniu limitu czasowego dzieci prezentują rozwiązania. Część z nich wraz z Królową czuwa nad poprawnością rozwiązań. Podczas zajęć odbywa się **spontaniczna rozmowa z Wyrazem** na temat sformułowań zawartych w tekście, np. „2 kilogramy”, „półtora”, „1 złoty każda”, „kilogram”, „litr”, „promocja”.

Powyższa opowieść matematyczna może stać się inspiracją do różnorodnych aktywności, np. do odtworzenia trasy wędrowki mamy po sklepie, stworzenia reklamy ceny winogron, wykonania ciasta drożdżowego według przepisu mamy. Istotą zajęć powinno być wielozmysłowe poznanie, które motywuje do pracy wszystkich uczniów, a zwłaszcza dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

➡ 23. Liczby dwucyfrowe i trzycyfrowe – o Matematyce Porządnisi

Świadomość liczb dwucyfrowych rozpoczyna się w momencie powstania pełnej dziesiątki. To ona daje początek nowej wartości i **porządku w matematyce**. Zrozumienie **istoty jedności, dziesiątek i setek** przez dzieci w młodszym wieku szkolnym nie jest wcale takie łatwe. Między liczbą jedności a cyfrą jedności jest ogromna różnica. Jak zatem ją uczniom uświadomić? Kiedy myślimy o liczbie, nasuwa się kontekst ilościowy, a cyfra to tylko znak,

który pozwala zrealizować aspekt symboliczny liczby. Kontynuując myśl, na pytanie, ile jedności jest w liczbie 67, odpowiemy, że 67, a na pytanie, jaka jest cyfra jedności w liczbie 92, odpowiemy, że 2. Patrząc na dziesiątki w 53, zauważamy, że ich liczba i cyfra to 5. Natomiast w liczbie 253 wszystkich dziesiątek będzie 25, a ich cyfra się nie zmieni. Te prawidłowości biorą się z zamięłowania Królowej Matematyki do porządku. To ją zbliża do Porządnisia z Literkowa, który jest doskonałym gospodarzem i zna się na sprzątaniu jak mało kto.

Zasadne wydaje się zatem spotkanie Królowej i Porządnisia z uczniami. Dzieci wchodzi do klasy i ich oczom ukazuje się stos zapalek leżących na dywanie. Po chwili zjawia się Królowa ze swoim przyjacielem z Literkowa. Porządniś łapie się za głowę i mówi:

– Nie mogę patrzeć na ten bałagan, uporządkujmy zapaliki. – Gdzie macie pudełka?

Królowa na to:

– Przykro mi, już je wykorzystaliśmy. – Musimy poradzić sobie inaczej.

Rozdaje uczniom gumki recepturki i prosi o zbieranie po 10 pojedynczych zapalek i wiązanie ich w pełne dziesiątki. Porządniś aż podskoczył z radości i rzekł:

– Fantastyczny pomysł! – W taki sposób łatwo je policzymy, zabierajmy się do pracy!

Uczniowie siadają w kręgu na dywanie i przysuwają do siebie dowolną część zapalek. Podczas **tworzenia dziesiątek uczą się dokładności** i ćwiczą precyzję ruchu w posługiwaniu się gumkami. Królowa i Porządniś nadzorują pracę uczniów, kierując pod ich adresem pochwały, a w razie potrzeby udzielają instrukcji. W czasie porządkowania zapalek wielokrotnie padają słowa: 10 jedności, 10 pojedynczych zapalek, pełna dziesiątka. Kiedy dzieci skończą zadanie, informują wszystkich o swoim wyniku, np.:

– Mam 5 pełnych dziesiątek i 3 pojedyncze zapaliki.

Praca wykonana przez uczniów doskonale nadaje się do dalszej analizy. Królowa wymaga od nich precyzji, więc prosi, by sprawdzili, czy w dowolnej dziesiątce jest 10 pojedynczych zapalek. Działanie to ma na celu zwrócenie uwagi na liczbę jedności w wiązce. Uczniowie wspólnie liczą pełnymi dziesiątkami, unoszą je i łączą, wypowiadając kolejną wielokrotność. Ważne jest, aby mogli zwiualizować sobie moc konkretnej liczby. Wspólnie z Królową obserwują pełną dziesiątkę, która zostaje podpisana dwiema cyframi: 1 i 0, z czego 1 oznacza liczbę pełnych dziesiątek, a 0 brak pojedynczych zapalek, które w tym momencie zostaną nazwane jednościami. Królowa zwraca uczniom uwagę, że w ten sposób **stworzyli liczbę dwucyfrową**. Następnie dzieci dosuwają do pełnej dziesiątki kilka jedności i przedstawiają czynność sumowania za pomocą formuły matematycznej, np. $10+3=13$. Nauczyciel dokładnie omawia, co się dzieje z trzema jednościami i dlaczego zostały dołączone do zera. Uczniowie nazywają powstałą liczbę, wyjaśniając, co oznaczają jej cyfry: 1 – dziesiątki, 3 – jedności. Obserwują, ile jedności ma liczba 13.

Uczniowie postępują podobnie w przypadku analizy wybranych liczb dwucyfrowych w zakresie 100. Królowa prosi, aby uporządkowali teraz pełne dziesiątki, grupując je po 10 i związując gumkami. W ten sposób **tworzą obraz jednej setki** i wyjaśniają, co oznaczają kolejne cyfry w zapisie liczby trzycyfrowej 100: 1 – setki, 0 – dziesiątki,

0 – jedności. Królowa pyta ich o liczbę setek w nowo stworzonej wiązce i prosi, aby powiedzieli, ile w niej jest dziesiątek. Uczniowie zdejmują gumkę i wspólnie ponownie je przeliczają. Zgodnie stwierdzają, że jest ich 10. Kiedy pada pytanie, ile liczba 100 ukrywa w sobie jedności, przeliczają zapałki po 10 i stwierdzają, że jest ich 100.

Nauczyciel na dowolnym przykładzie ilustruje powstanie wybranych liczb trzycyfrowych, układając np. 3 wiązki po 100 zapałek, 7 wiązek po 10 zapałek i 4 pojedyncze zapałki. Następnie zapisuje powstałe sumowanie: $300+70+7=374$, po czym wyjaśnia, że setki należy łączyć z setkami, dziesiątki z dziesiątkami i jedności z jednościami. Uczniowie ustalają, że powstała liczba ma: 374 jedności, 37 dziesiątek i 3 setki, a cyfrą jej setek jest 3, dziesiątek 7, a jedności 4.

Nauczyciel wykorzystuje związane zapałki podczas ćwiczeń utrwalających strukturę liczb dwu- i trzycyfrowych. Uczniowie manipulując nimi, zdobywają wprawę i ugruntowują zdobytą wiedzę. Do utrwalenia struktury liczb dwu- i trzycyfrowych doskonale nadają się także pieniądze, które można w dowolny sposób porządkować. Zabawy w rozmięnianie jednej monety dziesięciogroszowej na 10 jednogroszówek, 1 złotówki na 10 dziesięciogroszówek, 10 złotych na 10 złotych i 100 złotych na 10 dziesięciogroszówek **obrazują matematyczny porządek**. Kiedy uczniowie mają policzyć, ile losowo otrzymały pieniędzy, również posegregują banknoty i monety po 10.

Kolejnym przykładem mogą być tabele stu liczb, jako świetny materiał do zobrazowania liczb wielocyfrowych. Każdy blok to wyobrażenie setki. Można porozdzielać kolejne jego piętra, które będą symbolizowały pełne dziesiątki, aby powstały pojedyncze mieszkania oznaczające jedności. Mając takie pomoce, dzieci z łatwością zwizualizują sobie np. liczbę 721 i przedstawią ją jako 7 bloków, 2 piętra i 1 mieszkanie. Obserwowany schemat doprowadzi je do sumy: $700+20+1=721$.

Po takich ćwiczeniach praktycznych uczniowie zauważają, że Królowa Matematyka stosuje system porządkowania po 10, który dzięki temu nazwany został **systemem dziesiątkowym**. W pracy nad strukturą liczb bardzo pomocne będą cyferki, które podczas zabawy mogą ustawiać się w różnych konfiguracjach. Jedynecka nabierze mocy, stając w rzędzie dziesiątek lub setek i z wielką satysfakcją porówna się z Dziewiąteczką, która będzie reprezentowała jedności.

Dzieci mogą tworzyć spontaniczne dialogi i monologi, wcielając się w postaci z Cyferkowi. W scenkach teatralnych np. cyfra dziesiątek może rozmawiać z cyfrą setek o tym, jaką liczbę reprezentuje. Cyferki, przemieszczając się, ukażą wszystkie możliwości tworzenia liczb trzycyfrowych, bazując na swoich obrazach. W takich prezentacjach można doskonale pokazać moc zera i jego parzystość. Najważniejsze w tych ćwiczeniach będzie nieskrępowane używanie matematycznego języka w prosty dziecięcy sposób. Uczniowie nauczą się go przy okazji dobrej zabawy.

➡ 24. Historia o zegarze⁵³, cyfry elektroniczne

Temat ten można realizować, wykorzystując dramę narracyjną. Nauczyciel czyta tekst, a chętni uczniowie włączają się do odgrywania ról. Można również tworzyć sceny dialogowe, w których dzieci będą używały języka Królowej Matematyki.

Liczby poprosiły Matematykę, aby pozwoliła im mierzyć czas na **Osiedlu Czasu**. Królowa ciągle **dawała im wskazówki**: najpierw miały obserwować wędrówkę Słońca po niebie od wschodu do zachodu. Liczby zauważyły, że **czas to rytm**: najpierw noc, północ, świt, rano, przedpołudnie, południe, popołudnie, wieczór i znowu noc. Postanowiły ustawić się w taki właśnie sposób. Nie wiedziały jednak, ile z nich może się zmieścić w takiej miarce, a ważne było, żeby nie zajmowały wiele miejsca. Potrzebowały kolejnej wskazówki. Była nią informacja, że od północy do kolejnej północy w miarce mieszczą się 24 godziny. Liczby były zachwycone i błyskawicznie się ustawiły jedna za drugą w równych odległościach. Królowa dała im **masywną wskazówkę**, by przesuwały się po miarce razem ze Słońcem. To okazało się dla nich zbyt trudne, zwłaszcza wieczorem i w nocy. Potrzebowały więc pomocy kogoś, kto pomógłby im wędrować po miarce. Otrzymały kolejną **wskazówkę, nieco cieńszą i dłuższą**, aby była widoczna. Ona również nie radziła sobie z rytmem i ciągle się myliła – nie była więc wsparciem dla swojej koleżanki. Nagle Królowa zaczęła wystukiwać rytm czasu, czyli upływające sekundy (tu można wspólnie z dziećmi liczyć je lub wygrywać na instrumentach perkusyjnych) i wręczyła dzieciom **najcieńszą wskazówkę**, która poruszała się zgodnie z jej rytmem. Szybko okazało się, że kiedy wracała na początek miarki, gubiła kawałek czasu, mimo że bardzo się starała. Liczby postanowiły to zmienić i ustawiły się w kole od 1 do 24. To była ogromna miarka. Należało ją zmniejszyć, więc stanęły kolejno w dwóch kołach, tworząc pary: 1 z 13, 2 z 14 itd. na tarczy w kształcie koła. Żeby było sprawiedliwie, pomiędzy sobą odmierzyły po 5 przystanków. Wskazówki połączyły się w środku i zaczęły współpracować. Ustaliły, że gdy najcieńsza obiegnie tarczę, ta średnia przesunie się o jeden przystanek. Jak średnia dobiegnie do miejsca startu, to dopiero ta największa wskaże kolejną godzinę.

Po przedstawieniu uczniom opowieści **należy ją odegrać**, angażując ich do ról liczb ustawionych co 5 przystanków (zaznaczonych taśmą malarską) i ról wskazówek. W środku na dywanie stoi uczeń, który trzyma trzy wskazówki, czyli taśmę różnej grubości i długości. Na końcu taśmy stoją dzieci, które przesuwiają się na określony przystanek. Liczby głośno odmierzają rytm. Okazuje się, że liczą do 60 i znowu wszystko zaczyna się na nowo. Wskazówka średnia przesuwa się po jednym obiegnięciu najcieńszej. Uczniowie wyciągają wnioski po wielokrotnym wyliczeniu upływających sekund. Gong wybija pełną godzinę na bębenku. Kiedy liczby na siebie spojrzały, okazało się, że 12 i 24 patrzy na 6 i 18, a 9 i 21 na 3 i 15.

⁵³ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Dzieci zauważają regułę i wykorzystują ją podczas konstrukcji własnego zegara. Pracują parami w ławkach, tworząc obraz tarczy zegara. Mają do dyspozycji kartoniki z liczbami, materiały przyrodnicze, wykałaczkę, patyczki do lodów, dysponują też doświadczeniem zdobytym w scenie rodzajowej. Ważne jest, aby podczas prezentacji używały nazw wskazówek: **sekundnik, wskazówka minutowa i wskazówka godzinowa**, a także wyjaśniały, dlaczego tak się one nazywają. Istotne jest również wspólne przeliczenie przystanków, jakie wykona wskazówka minutowa, żeby uczniowie mogli się cieszyć kolejną pełną godziną. Podczas tych zajęć dzieci i nauczyciel działają najpierw w przestrzeni, dzięki czemu tworzone są wyobrażenia. Wchodzenie w rolę pozwoli uczniom mającym problemy z wykonaniem zadania zwizualizować sobie pracę wskazówek.

Historia o układzie liczb na tarczy stanowi preludium do podziału godzin w ciągu doby. Należy przypomnieć uczniom fragment opowiadania, w którym liczby ustawiają się w kręgu od 1 do 24 i tworzą ogromną tarczę. Doskonale byłoby odtworzyć tę scenkę w sali gimnastycznej. Królowa prosi, aby uczniowie wcielający się rolę liczb stali w kręgu w równych odległościach, twarzą do środka koła. Następnie poleca, by patrzyli prosto przed siebie i znaleźli partnera stojącego naprzeciw. Pary te kolejno zbliżają się do środka koła, chwytają za końce sznurka lub taśmy przywiązanej do znajdującego się tam pachołka i powoli się oddalają. Ćwiczenie ma **zwizualizować związek liczb**, np.: 12 z 24, 1 z 13, 3 z 15 itp.

Uczniowie po powrocie do klasy otrzymują taki model tarczy zegara, na którym znajdują się 24 miejsca i wyraźnie jest zaznaczony środek. Pracują w parach, wpisując na tarczę kolejne liczby. Królowa Matematyka prosi, aby umieścili liczby tak, jak stali w sali gimnastycznej – na obwodzie koła z „twarzą” do jego środka. Uczniowie łączą liczby różnymi kolorami, wykorzystując linijkę i pamiętając o przeprowadzaniu linii przez środek tarczy. Ten przestrzenny i obrazowy sposób ma ukazać im związek liczb. Następnie dzieci rysują słońce obok liczby 12 symbolizującej południe oraz księżyc – przy liczbie 24 oznaczającej północ. Królowa wyjaśnia, że na godzinie 24 kończy się **data w kalendarzu**, a po niej zaczyna się nowa. Dzieci zauważają, że data trwa do północy i bardzo szybko zaczyna się nowa. Królowa podpowiada, że tę miarę czasu, właśnie dlatego nazywamy słowem: **dość**. Aby zmniejszyć tarczę zegara, który zajmuje się jej wytyczaniem, Królowa proponuje liczbom związanym liniami stanąć jedna za drugą: najpierw mniejsza, a za nią większa. Królowa pokazuje zmniejszoną tarczę zegara, na której jest 12 liczb i wyjaśnia, że za ich plecami chowają się godziny z takich właśnie par. Pojawiają się one w wyobraźni ludzi, gdy wskazówki zegara przekroczą południe, a znikają po północy.

W dalszej części zajęć uczniowie dowiadują się, jakie są **rodzaje zegarów i jak skonstruować cyfry elektroniczne**. Realizację tego zagadnienia należy rozpocząć od sprawdzenia wiedzy uczniów na temat zegarów i zapisu pomiaru czasu. Królowa prezentuje tarczę wyświetlacza zegara elektronicznego. Wyjaśnia uczniom jego siedmioelementową budowę i zapala kolejne segmenty wyświetlacza. Uczniowie razem z Królową zamalowują je

jaskrawym mazakiem na zabezpieczonej folię i powiększonej kratownicy. Po zmoczeniu wacika wodą i wyciśnięciu go można bardzo szybko wytrzeć zamalowane fragmenty. Dzięki wielu próbom zapalania kolejnych segmentów uczniowie poznają schemat działania zegara elektronicznego, polegający na tworzeniu następnych cyfr. Pracują w parach, partnerzy na zmianę zapalają elementy według poleceń kolegi, a następnie tworzą dalsze liczby wskazujące godziny na zegarze elektronicznym. Wspólnie ustalają, które segmenty gasną, a które się zapalają. Następnie uczniowie rozwiązują zagadki, np. *Jaki segment się zapali, a jaki zgaśnie?* Krzyżykami wykreślają gasnące elementy i domalowują brakujące. Ważne jest to, aby na podstawie doświadczeń samodzielnie skonstruowali zadania dla kolegów, np. *Zapal lub zgaś jeden segment, by zapis był prawdziwy.* Uczniowie dokonują samooceny i oceny koleżeńskiej.

Wdrażanie uczniów do samodzielności w zakresie tworzenia jest niezwykle istotnym elementem gromadzenia doświadczeń. Każdy przemyślany krok sprzyja samodoskonaleniu. Praca w parach ma wiele zalet. Uczeń nieprzerwanie skupia się na zadaniu, ponieważ jest nadzorcą, wykonawcą i generatorem pomysłów.

➡ 25. Równania – poszukiwanie niewiadomej. Obliczanie czy zgadywanie?

Za każdym razem, gdy uczniowie spotykają się z równaniami, zadają nauczycielowi pytania: Mam to policzyć czy odgadnąć? Na czym polega to obliczanie, a na czym zgadywanie? Królowa Matematyka zaprasza uczniów do **Zagadkowa** i proponuje im zabawę⁵⁴ *Jak nazywa się liczba, która zniknęła?* Na tablicy widać cztery działania matematyczne: $7+8=15$, $13-4=9$, $3\cdot 2=6$, $20:5=4$. Nauczyciel zasłania w działaniach wybraną liczbę, a uczniowie mówią, czego w nich brakuje, np. dzielnicy, dzielnika, sumy, odjemnika itp. Kolejna zabawa to *Jak policzyć liczbę, która zniknęła?* Uczniowie mają podać działanie, za pomocą którego obliczą brakujący element, np. jak obliczysz liczbę 2, mając do dyspozycji liczby: 6 i 3?

Kiedy dzieci odkryją intuicyjnie zasadę obliczania niewiadomej, Królowa wręcza grupom **zadania tekstowe** i prosi, aby ułożyły działanie, które pasuje do treści takiej jak np.:
– W kieszeni miałam kilka cukierków. Gdy wrzuciłam tam jeszcze pięć, okazało się, że razem mam trzynaście. Ile cukierków miałam w kieszeni na początku? Uczniowie powinni ułożyć schemat: $\square + 5 = 13$. Jeśli ułożą działanie $13 - 5 =$, to otrzymają rozwiązanie.

Królowa prosi, żeby zespoły zaproponowały **rozwiązanie zadania**. Dzieci wymyślają, że można je odgadnąć. Królowa potwierdza to, ale dodaje, że nie zawsze będą to tak proste działania, i co wtedy? Dzieci proponują dopełnianie do trzynastu. Królowa również się zgadza i dalej pyta

⁵⁴ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

o to samo. Prosi uczniów, by przypomnieli sobie zabawę z początku zajęć – czego brakuje i jak to policzyć? Teraz będzie jasne, że niezawodnym obliczeniem niewiadomej jest działanie: $13-5$.

Za każdym razem warto zaprezentować najprostsze działanie, np: $1+2=3$, po czym zasłaniać, a po chwili odsłaniać kolejne liczby. Ważne jest, aby w pamięci uczniów zakorzenił się pewien schemat. Można także przypomnieć uczniom zasady tworzenia **matematycznych wizytówek**. Dzięki skojarzeniom znajdą sposób na wzrokowe obliczanie niewiadomych. Istotne jest, żeby znaleźli **nazwy dla znikającej liczby**, np.: pewna liczba, niewiadoma liczba, kilka, niewiadoma, trochę itp.

Na prośbę Królowej kolejnym etapem zajęć jest **zmiana treści zadania** o cukierkach, dokonana w taki sposób, aby **niewiadomą był drugi składnik**. Uczniowie przedstawiają efekty pracy zespołowej. Nauczyciel powinien zadbać, aby w prezentacji używali matematycznego języka. W dalszej części zajęć uczniowie losują dowolne równania i tworzą do nich zadania tekstowe. Zapisują je na karteczkach. W ten sposób powstaje Bank Zadań Królowej Matematyki.

Nagle pojawia się Próżniak, który mówi:

- Co ja słyszę? – Równania beze mnie? – Czy wiecie, dzieci, dlaczego te działania są nazywane równaniami? – Ponieważ na ich widok wpadłem w rów i wzdychałem: uf, uf. – Śmieszna historia, prawda?
- Przeczytajcie mi, dzieci, proszę, swoje zadania, chętnie wywróżę wam niewiadomą.
- Nie chcecie? – Sami sobie poradzicie, zobaczymy! – Z radością popatrzę!

Dzieci losują zadania z Banku Królowej i prezentują Próżniakowi swoje umiejętności. Ważny jest dziecięcy przekaz dotyczący podważenia jego pomysłu na obliczanie równań. Uczniowie dzięki tej zabawnej scenie skojarzą zapis równania z maskotką Próżniaka.

Wprowadzenie krótkiego epizodu teatralnego uatrakcyjnia zajęcia, prowokuje uczniów do wypowiedzi i argumentowania swoich racji. Uczniowie ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi doskonale reagują na takie metody przyspieszonego uczenia się i na postaci ze świata wyobrażeń. Odbierają wtedy wiedzę prawopółkulowo.

⇒ 26. Matematyczne Stacje Badawcze

Jest to doskonała metoda aktywizująca, która sprawdza się w edukacji wczesnoszkolnej. Wzbogaca uczniów, zapewniając im nowe doświadczenia, prowokuje ich do myślenia i stwarza okazję do matematyzowania. O tej metodzie pisze I. Fechner-Sędzicka⁵⁵, która wskazuje również sposoby jej wykorzystywania.

⁵⁵ Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji.

Królowa Matematyka proponuje uczniom swobodne zgłębianie problemów matematycznych podczas przechodzenia kolejnych stacji. Inspiracją do pracy zespołowej może być wiersz M. Głogowskiego *Zoo*⁵⁶.

*Zaczęło się od chomika, zamiast robić zapasy – wciąż zniknął.
Kiedyś, gdy szukałam go po krzakach, przygarnęłam bezdomnego kociaka.
Psa dostałam w prezencie od dziadka, potem przybył kanarek i klatka,
świnka morska, dwa żółwie, trzy myszki i papużki – najmiłsze ze wszystkich.
Aż kiedyś na drzwiach ktoś napisał: Ale Zoo, brak tylko tygrysa!*

Nauczyciel, stosując mnemotechniki, zaczyna zajęcia od nauczenia uczniów wiersza na pamięć. Może wykorzystywać gesty. Następnie zmienia ustawienie stolików i tworzy 5 stacji badawczych: Liczenie, Mierzenie, Projektowanie, Klasyfikowanie, Doświadczenia⁵⁷.

Królowa Matematyka przydziela uczniom zadania do wykonania w **Matematycznych Stacjach Badawczych** i wspólnie z nimi je omawia:

- **Stacja Liczenia** – ustalenie liczby zwierząt, które wystąpiły w wierszu, i policzenie, ile mają głów, a ile nóg; dzieci mają do dyspozycji koła symbolizujące głowy i prostokąty obrazujące nogi.
- **Stacja Mierzenia** – uporządkowanie zwierząt z wiersza w kolejności od najmniejszego do największego; dzieci korzystają z ilustracji zwierząt, które przyklejają na kartce zgodnie z koncepcją grupy.
- **Stacja Projektowania** – ułożenie kształtu dwóch wybranych zwierząt, z wykorzystaniem klocków obrazujących figury geometryczne; obrysowanie ich na kartce.
- **Stacja Klasyfikacji** – dokonanie podziału zwierząt według cech zaproponowanych przez zespół; uczniowie posługują się ilustracjami, które łączą w kategorie, i wkładają je do wspólnych woreczków.
- **Stacja Doświadczenia** – rozdzielenie dziennej porcji karmy tak, aby zwierzęta nie były wygłodzone ani przejedzone; dzieci dysponują pewną liczbą dużych i małych porcji; kartki z informacją na ten temat przyklejają przy konkretnych zwierzętach.

Ważne jest, aby uczniowie za każdym razem mogli pracować w losowo dobranych zespołach. Warto również przydzielić zadania poszczególnym członkom grupy, np.: strażnika czasu, grupowego, porządkowego, inspiratora, eksperta. Uczniowie rejestrują wykonane zadania i gromadzą wyniki z poszczególnych stacji w teczce zadań zespołu. Minutnik informuje o upływie czasu pracy w każdej stacji. Grupy poruszają się zgodnie z ustalonym kierunkiem, muszą zrealizować wszystkie zadania. Po ich wykonaniu następuje porównanie rozwiązań i przydzielenie punktów. Dopuszcza się argumentowanie

⁵⁶ „Świerszczyk”, 2003, nr 19, s. 2.

⁵⁷ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

i kontrargumentowanie. Ważne jest zespołowe uzasadnienie toku rozumowania. Królowa wyłania zwycięską grupę i wręcza uczniom medale Mistrzów Matematycznych Stacji Badawczych. Uczniowie gromadzą symbole przez cały rok, zwycięża ten, który zbierze ich najwięcej. Istotnym elementem ewaluacji zajęć jest ocena współdziałania w zespołach. Członkowie grup dokonują także **samooceny i oceny koleżeńskiej**.

➡ 27. Orientacja w przestrzeni i na płaszczyźnie. Geometria w Kocykowie – pion, poziom, skos i podstawowe kierunki oraz oś symetrii

Doświadczenia zdobyte w przestrzeni są bardzo ważne dla ucznia, ponieważ to właśnie one warunkują bezbłędne orientowanie się na płaszczyźnie. W szkole miejscami doskonałymi do prowadzenia treningów przestrzennych są sala gimnastyczna i podwórko.

Uczniom należy zapewniać wiele okazji do gromadzenia geometrycznych doświadczeń. Przede wszystkim trzeba im stale przypominać, **jak rozpoznać prawą i lewą stronę swojego ciała**. W tym celu można ustalić charakterystyczny punkt w klasie, do którego odniesie się uczeń, stając np. twarzą do tablicy. Uczeń może mieć wtedy drzwi lub okno po którejś ze stron swego ciała i skojarzyć np. okno po prawej stronie, a drzwi po lewej. Dobrym sposobem rozpoznawania stron jest także zakładanie czegoś na prawą rękę.

Uczniowie powinni się nauczyć udzielania kolegom precyzyjnych wskazówek dotyczących wykonania przez nich przemieszczeń w przestrzeni, np. „stań za krzesłem”, „wyjdź z krzesła w prawo” itp. Ponieważ wycucie siły i własnych możliwości to dla uczniów duże wyzwanie, należy umożliwiać im doświadczanie relacji z drugim człowiekiem w tym właśnie kontekście. Dzięki tego rodzaju treningom dzieci uczą się odpowiedzialności za drugiego człowieka.

Godne uwagi są ćwiczenia proponowane przez W. Sherborne, uwzględniające ten aspekt relacji międzyludzkich, np.:

- **Przysiady**
Jedna osoba robi przysiad, druga pozostaje w pozycji stojącej, po czym następują szybkie zmiany w wykonywaniu tej czynności.
- **Jazda na kocyku**
Jedna osoba siedzi wygodnie, odwrócona twarzą do kierunku ruchu, druga ją ciągnie, dbając o bezpieczeństwo; na dźwięk gwizdka następuje zmiana działań.
- **Siłacze**
Uczniowie siedzą do siebie tyłem, wykorzystując siłę nóg, przepychają się nawzajem.
- **Makarony**
Uczniowie przeciągają się, trzymając za przybór.

- **Klej**
Jeden z partnerów smaruje plecy kolegi niewidzialnym klejem. Delikatnie układa go na podłodze, przyklejając do niej dokładnie wszystkie części ciała rówieśnika. Następnie pyta go, którą kończynę zaczyna odklejać, a leżący napręża mięśnie, utrudniając mu oderwanie swojego ciała od podłoża. Na dźwięk gwizdka następuje zmiana działań.
- **Skoki na jednej nodze**
Partnerzy stoją naprzeciwko siebie, podają sobie prawe ręce, a lewymi rękami trzymają wyprostowaną nogę partnera, razem wykonują wolne podskoki.
- **Zaufanie**
Partnerzy stają jeden za drugim. Ten, który jest z przodu, zamyka oczy, natomiast osoba z tyłu trzyma za ramiona „niewidomego” i ostrożnie prowadzi go po sali. Na dźwięk gwizdka następuje zmiana ról.
- **Walka kogutów**
Uczniowie zakładają ręce z tyłu, stają na jednej nodze i próbują delikatnie nacierać na partnera. Ten, który pierwszy dotknie stopą podłogi, przegrywa.

Pomysłem na eksplorowanie przestrzeni jest wykorzystanie przez uczniów kocyka. Podczas zajęć *W Kocykowie*⁵⁸ Królowa Matematyka gromadzi uczniów w sali gimnastycznej, po czym informuje ich, że właśnie przenosi wszystkich na **Osiedle Orientacji Przestrzennej**, aby porozmawiać o skojarzeniach przywoływanych przez kocyk. Uczniowie spontanicznie dzielą się swoimi przemyśleniami. Ich rozważania kończą się wspólną zabawą z wykorzystaniem przyniesionych kocyków, np. *Pociąg*, *Naleśnik*, *Hamak* itp.

Wkrótce odbywa się **naśladowanie**. Królowa jest instruktorką, która porusza kocykiem, a dzieci odtwarzają jej ruchy, doskonaląc w ten sposób uwagę percepcyjno-recepcyjną.

Kolejnym etapem zajęć są **wizualizacje**. Uczniowie kładą się na swoich kocykach, a Królowa inspirowuje ich do tworzenia własnych wizji miasteczka Kocykowo, w które zostanie zamieniona sala gimnastyczna. Królowa snuje opowieść:

– Wyobraźcie sobie miasto, w którym wszystko jest zbudowane z kocyków: budynki, pojazdy, rośliny i zwierzęta. Są w nim kocykowi ludzie, siadający na kocykowych ławeczkach.

Następny etap zajęć to dziecięca burza mózgów dotycząca tego, co można zrobić z kocyków przyniesionych do szkoły. Odbywa się zespołowa praca koncepcyjna, w ramach której dzieci projektują dowolny fragment Kocykowa. Po wykonaniu zadania grupy tworzą ustny opis swojego dzieła według następującego planu:

- Co przedstawia powstały projekt?
- Z jakich elementów się składa?
- Co go wyróżnia z grona innych?
- Jakie sprawia wrażenie?

⁵⁸ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Swoje pomysły uczniowie mogą zaprezentować szerszej społeczności szkolnej, opowiadając o wadach i zaletach proponowanych koncepcji. Podczas takiej zabawy dzieci mają okazję doświadczać przestrzeni poprzez ruch, przemieszczać się oraz komunikować z kolegami werbalnie i niewerbalnie. Odczuwają moc zabawy i uwalniają swój emocjonalny potencjał.

Przed przejściem do dwuwymiarowości nauczyciel powinien zatroszczyć się, by wszyscy uczniowie, a zwłaszcza ci z deficytami, mieli okazję do stymulowania. Dzięki takim zabiegom dzieci w namacalny sposób opanują pojęcia dotyczące przestrzeni.

Kolejnym rozwiązaniem metodycznym jest zabawa *Wewnątrz czy na zewnątrz*⁵⁹, w której nauczyciel wykorzystuje **dramę narracyjną i chustę animacyjną**. Uczniowie stoją w kręgu, trzymając w rękach chustę. Na środku chusty leży biała styropianowa kulka, którą dzieci wspólnie wprawiają w ruch poprzez manipulowanie uchwytami chusty. W tle słychać muzykę z baletu *Jeziro łabędzie*, a nauczyciel snuje opowieść:

– Pewnego dnia po jeziorze pływała piękna łabędzica. Jej ciało unosiło się lekko na falach. Łabędzica poruszała się blisko brzegu dookoła jeziora. Nagle coś ją spłoszyło... Poszybowała w niebo i po chwili znowu usiadła na wodzie. Tak spędziła kilka następnych chwil. Była niespokojna, więc wypłynęła na środek. Nagle zerwał się wiatr i zaczęły rosnąć fale. Łabędzica walczyła z nawałnicą i zmagła się z groźnym jeziorem. Po chwili sfrunął do niej łabędź, który postanowił dotrzymać jej towarzystwa (nauczyciel dorzuca jeszcze jedną kulę podobnych rozmiarów). Razem udało im się przetrzymać burzę. Jezioro uspokoiło się i oba łabędzie bezpiecznie pływały od brzegu do brzegu.

Gdy pada komenda: „Łabędzie do wewnątrz!”, dzieci kołyszają kulki na materiale. Kiedy usłyszą hasło: „Łabędzie na zewnątrz!” – podrzucają je, żeby wypadły poza chustę. Kilku uczniów siada na chuście, reszta, znajdującą się poza nią, delikatnie zawija w chustę kolegów, by odebrali wrażenia dotykowe. Po pewnym czasie nauczyciel inicjuje zmiany, aż wszyscy uczniowie wezmą udział w doświadczeniu. Następnie rozkłada chustę na środku sali i rozrzuca woreczki. Dzieci mają policzyć te, które są wewnątrz, i znajdujące się na zewnątrz chusty oraz powiedzieć, gdzie jest ich więcej. Po takich doświadczeniach ruchowych uczniowie wykonują dyktando rysunkowe, siedząc w ławkach, np.:

Na środku narysuj duże koło. Wewnątrz koła – trzy słoneczka, a na zewnątrz – trójkąt. Wewnątrz trójkąta narysuj... itp.

Uczniowie poznają **pojęcia pionu, poziomu, skosu** oraz **podstawowe kierunki**. Rozumienie tych relacji w dwuwymiarowości wiąże się z wędrówką po kratownicy znajdującej się na podłodze. Taśma malarska z łatwością zastąpi kratki, położenie ciała zagwarantuje rozumienie pojęcia pionu, wyciągnięte ramiona w bok będą stanowiły obraz

⁵⁹ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

poziomu, a twarz wyznaczy przód. Prawa i lewa ręka ułatwią poruszanie się w podstawowych kierunkach. Nadrzędną jednostką będzie odległość od skrzyżowania do skrzyżowania odcinków, nazywana krokiem. Uczniowie podczas doświadczeń zauważą, że można stawiać kroki prosto i na skos do przeciwległych punktów złączenia. Takie treningi mogą odbywać wszyscy uczniowie jednocześnie na swoim fragmencie kratownicy, wędrując w różnych konfiguracjach.

Kiedy dzieci nabiorą wprawy w rozumieniu instrukcji, następuje przeniesienie się do dwuwymiarowości. Symbolem ucznia na kratownicy jest punkt, czyli głowa widziana z góry. Uczniom ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi warto na początku zaproponować, aby zaznaczyli na tym punkcie nos symbolizujący twarz. Taki zabieg ułatwi im zwizualizowanie sobie przemieszczeń. Innym rozwiązaniem jest zaznaczenie na kartce trawy u dołu, a u góry – słoneczka. Z prawej strony kartki warto napisać literę „P”, a z lewej „L”. Można również skojarzyć dół kartki z częścią leżącą bliżej brzucha, a górę z fragmentem bliższym, np. tablicy itp. Wszystkich instrukcji udziela Królowa Matematyka, będąca źródłem wiedzy i inspiracji. Królowa proponuje sposoby praktycznej eksploracji przestrzeni:

- **Zapałki**

Są doskonałym obrazem odcinka, który należy rozpatrywać jako najkrótszą drogę od jednego do drugiego punktu. Uczniowie, wykorzystując je, mogą kształtować różnorodne pojęcia geometryczne, np. równoległości czy prostopadłości, a także obrazować figury. Przekładając patyczki, mogą nauczyć się wyodrębniania figury z tła.

- **Tangram**

Jest układanką, która uczy kreatywności w obrazowaniu figur geometrycznych. Aby rozpocząć przeobrażenia, warto zacząć od ułożenia kwadratu. Nie jest to jednak łatwe, zwłaszcza że uczniowie, pracując samodzielnie, szybko się poddają i zniechęcają. Podsuwanie instrukcji wizualnej nie prowadzi też do poczucia sukcesu.

Królowa Matematyka zaprasza uczniów do zabawy na **Osiedlu Figur Geometrycznych**. Wyjaśnia, że w nazwie układanki, którą się zajmą, ukrywają się słowa „tan” i „gram”. Zdradza, że jej poszczególne elementy podczas dopasowywania tańczą, obracając się dookoła. Manipulowanie elementami to rodzaj gry w dopasowanie. Królowa proponuje uczniom napisanie dyktand matematycznych, które doprowadzą do rozwiązania, a uczniowie będą mieli poczucie samodzielnie wykonanego zadania.

Królowa dyktuje:

– Aby ułożyć **kwadrat**, znajdź dwa największe trójkąty i ułóż z nich jeszcze większy trójkąt. Następnie wyobraź sobie, że to lodowy rożek i odwróć go wierzchołkiem w stronę brzucha. Teraz zamień ten rożek w kojec, na którym śpi piesek. Wskaż palcem linię złączenia dwóch trójkątów i przedłuż ją w wyobraźni nieco dalej. Przyłóż do niej kwadrat, który będzie głową leżącego pieska. Następnie znajdź dwa jednakowe najmniejsze trójkąty i połóż je po obu stronach głowy tak, aby symbolizowały uszy rozszerzające się ku dołowi. Pamiętaj, że piesek

leży, a ty widzisz jego ciało z boku. Znajdź zatem diamecik, który będzie symbolizował tułów leżącego pieska i dołóż go do jednego z uszu tak, by nie wystawał poza kojec. Na koniec załóż czapeczkę na głowę pieska, która jest w kształcie średniego trójkąta. Co widzisz?

Aby uczniowie utrwalili sobie schemat konstruowania kwadratu, dyktando należy kilkakrotnie powtórzyć.

Kolejne dyktanda prowadzą do powstania:

- **prostokąta:** Ułóż kwadrat, a następnie zabierz z jego wnętrza dwa największe trójkąty. Przyłóż jeden po jednej, a drugi po drugiej stronie do pozostałej części z kwadratu, tak aby powstał prostokąt;
- **trójkąta:** Ułóż kwadrat, a następnie odsuń złączone dwa największe trójkąty i nie rozłączając ich, przyłóż je do pozostałej części w kształcie trójkąta, tak aby powstał jeszcze większy trójkąt.

Inne obrazy nasuną uczniom propozycje dyktand, które sami stworzą.

Na zajęciach uczniowie poznają pojęcie **osi symetrii**⁶⁰. Dowiadują się, że przeniesienie obrazu do dwuwymiarowości wymaga jego „dotykania” w przestrzeni. Ta swoista magia matematyczna jest możliwa dzięki wykorzystaniu lusterka. Do tego rodzaju doświadczenia można wykorzystać scenariusz *Co widać w lusterku?*⁶¹. W zabawie uczniowie trzymają w ręku lusterko, przykładają je do różnych przedmiotów i obserwują zaistniałe zjawisko, po czym stają przed lustrem w dowolnej pozie. Po wykonaniu tych doświadczeń rozmawiają na temat dostrzeżonych zależności.

W kolejnym ćwiczeniu dzieci posługują się kartkami i farbami. Zaginają papier wzdłuż dowolnego brzegu, wyznaczając jednocześnie jego środek oraz prawą i lewą część. Malują tylko połowę wybranej rzeczy, np. serduszka, jabłka, gwiazdki, motyla itp., na jednej ze stron kartki wzdłuż linii środkowej. Następnie składają papier zgodnie z zagięciem, odbijając drugą część obrazka. Po wyschnięciu farby zaznaczają mazakiem oś symetrii powstałego obrazu. W ten sposób tworzą odbicie lustrzane. Po takim doświadczeniu **szukają w otoczeniu symetrycznych przedmiotów, wskazując w nich osie symetrii**. Obserwują także ludzkie ciało i dokonują analizy znaków drogowych.

Efektom tych ćwiczeń będzie zabawa w tworzenie lustrzanego odbicia w zależności od położenia osi symetrii. Uczniowie pracują w parach. Mają do dyspozycji kolorowe kartki i długi pasek symbolizujący oś symetrii. Jedna z osób tworzy na podłodze kompozycję z papieru, druga realizuje lustrzane odbicie tego układu, biorąc pod uwagę wyznaczoną przez partnera oś symetrii.

⁶⁰ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

⁶¹ Tamże.

Królowa Matematyka zjawia się z maskotkami i zaczyna opowieść:

- Pewnego dnia cyferki w lustrze się przeglądały i nowe kształty zauważały.
- Dorysujcie ich odbicie! – Ciekawa jestem, jakie obrazki z nich wymyślicie?

Królowa Matematyka stawia lustro i prosi dzieci, żeby kolejno przystawiały do niego maskotki cyferek. Ważny jest moment zaobserwowania **różnych form odbicia w zależności od odwrócenia zabawki**. Następnie prosi uczniów o napisanie cyfr na kartce z bloku, z zachowaniem dużych odległości od siebie. Rozdaje prostokątne lusterka i poleca, aby uczniowie przykładali je do cyferek z różnych stron. Dzieci wybierają sobie kompozycję, która je zainspiruje, i zamieniają ją w obrazek. Podczas klasowego wernisażu uczniowie podziwiają pomysły kolegów. Spontanicznie odgrywają rolę cyferek i zachwycają się dziełami, które powstały z ich kształtów.

W kolejnym ćwiczeniu Królowa Matematyka poleca, aby dzieci zaznaczyły na swoich obrazkach linię w miejscu, gdzie przykładają lusterko. Najlepiej, żeby była ona w innym kolorze niż przygotowany rysunek. Po wykonaniu tej czynności uczniowie wycinają obrazki. Następnie Królowa poleca, by złożyli je wzdłuż linii, która obrazuje przykładane lusterko. Na koniec rozmawia z uczniami o efekcie lustrzanego odbicia. Naprowadza ich na to, by zauważyli, że fragmenty rysunku po obu stronach osi symetrii są identyczne. Po rozmowie rozdaje uczniom kolorową taśmę i proponuje, by przyjrzeni się wszystkiemu wokół i na wybranym przedmiocie zaznaczyli oś symetrii. Nagle Zero z oburzeniem wrzeszczy wniebogłosey:

- Kto mi taśmę na ciele przykleił?

Matematyka klaszcze w ręce i mówi: – Brawo, Zero! – To niezwykle! – Jako jedyna ze wszystkich cyfr jesteś symetryczna!

Zero się uspakaja i jest bardzo dumne, Królowa zaś proponuje, aby uczniowie dokładnie zbadali jego obraz i zaznaczyli w nim wszystkie osie symetrii.

⇒ 28. Historia o porządku w Cyferkowie, o zimowej krainie i jeszcze o termometrze⁶²

Spotkanie rozpoczyna się od **przypomnienia zasad i regulaminów**, które stworzyła Królowa Matematyka w Cyferkowie – gdzie liczby mieszkają na osi i w bloku zgodnie z ustalonymi warunkami – po to by panował tam porządek. Dla przebiegu zajęć istotne jest, aby dzieci przypomniały sobie te zależności. Ten element zajęć stanowi odniesienie do świata ludzi i ma na celu wskazanie dowodów, że w świecie tym też obowiązują zasady, dzięki którym może panować harmonia.

⁶² Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Nauczyciel wykorzystuje maskotkę Zero i prezentuje scenkę rodzajową z udziałem Królowej Matematyki *Kłopot Zera*. Królowa zaczyna pogadankę na temat osi liczbowej. Mówi, że panuje na niej taka zasada, że każda sąsiadka jest o 1 mniejsza lub o 1 większa od liczby sąsiedniej. Gdy Zero to usłyszało, to się zbuntowało:

– W ten sposób jednej sąsiadki nie będę miało!

Królowa je uspokoiła i do zimowej krainy zaprosiła. Najpierw o jego mocy rozmarzania i zamarzania zapewniła. Opowiedziała o kurczeniu się rtęci i spadaniu słupka w miarce. Im zimniej, tym mniej rtęci w rurce, dlatego im dalej od zera, tym mniejsza liczba. Królowa nazwała te liczby zimnymi liczbami, bo ujmują ciepła, więc są ujemne. Aby je rozpoznać, wystarczy przed liczbą wpisać znak odejmowania mocy.

Po przedstawieniu scenki następuje **zwizualizowanie opowieści** Królowej Matematyki poprzez wspólne skonstruowanie osi liczbowej z liczbami ujemnymi, z wykorzystaniem kartek, klamerki do bielizny i liny.

Nauczyciel rozdaje uczniom klamerki, liczby dodatnie i ujemne, a także zero. Rozciąga linę i poleca dzieciom znaleźć miejsce dla swojej liczby. Proponuje, żeby posłużyły się osią symetrii, która przebiega przez punkt zero, po czym odbywa się zabawa w określanie, która z liczb ma mniejszą lub większą wartość. Uczniowie stoją za swoją liczbą i wywołują jej nazwę, gdy padnie stosowne pytanie, np.: Która z liczb jest mniejsza: 2 czy -9 ? Która z liczb jest większa: 10 czy -17 ? itp.

Podczas tych zajęć uczniowie konstruując oś liczbową, mają możliwość wykazania się przedsiębiorczością i twórczą postawą. Ćwiczenia praktyczne wymuszają konieczność porozumiewania się na różnych płaszczyznach, a praca w grupie staje się źródłem pomysłów i zachętą do wzajemnego uczenia się.

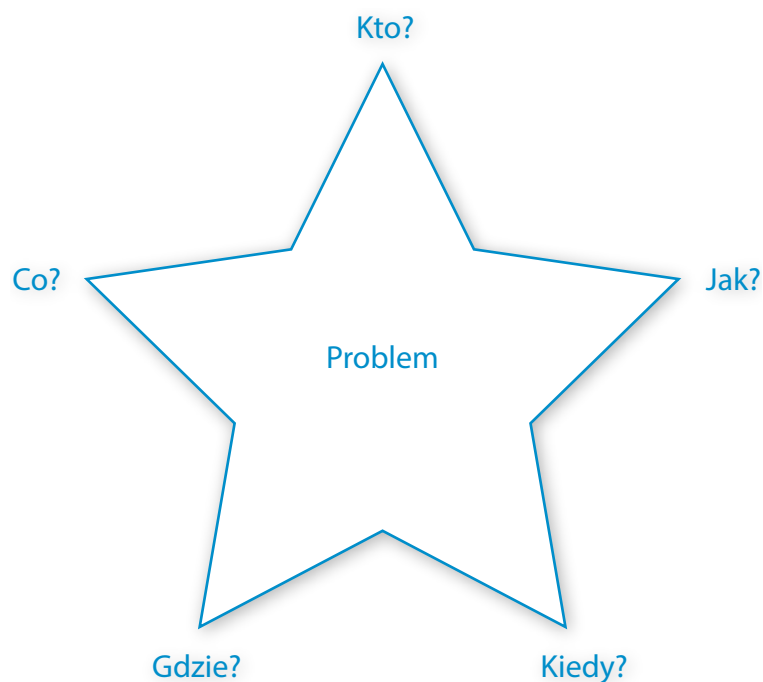
⇒ 29. Planowanie w Cyferkowie

Planowanie⁶³ to przede wszystkim szukanie odpowiedzi na pytania problemowe, a takie w matematyce pojawiają się na każdym kroku, np.: Co trzeba zrobić? Co zmienić? Jak należy to zrobić? Specjalistką od planowania jest Królowa Matematyka. To ona pokazuje, jak stworzyć wizję tego, co chcemy osiągnąć. Wizualizacje są jej domeną i Królowa uważa je za niezwykle cenne.

- **Gwiazda pytań**

Wykorzystując Gwiazdę pytań, nauczyciel i uczniowie mogą dojść do wielu ciekawych wniosków. Technika ta nadaje się zarówno do pracy indywidualnej, jak i grupowej.

⁶³ Krzyżewska J., (2000), *Aktywizujące metody i techniki w edukacji. Część II*, Suwałki: Letter Quality.



Gwiazda pytań – opracowanie własne autorki

- **Planowanie z przyszłości**

Technika rzadko stosowana w praktyce, a szczególnie w matematyce. Punktem wyjścia do jej wykorzystania może stać się rozwiązanie znanego zadania:

Jest środowy wieczór. Ślimak wpełzł na dziesięciometrowy mur. Wiemy, że w ciągu dnia wspina się o 2 metry do góry, a przez noc ześlizguje się o metr. Mur ma 10 metrów, więc wnioskujemy, że w środę rano był już na 8 metrze muru. Skoro tak, to zsunął się do tej wysokości z 9 metra, a zatem we wtorek wieczorem osiągnął 9 metr swojej wędrówki.

Dzięki takiej dedukcji uczuciowe znajdą punkt wyjścia, czyli kiedy ślimak rozpoczął wędrówkę. Jest to ciekawy sposób na odwrócenie zdarzeń.

- **Mapa myśli**

To sposób na kreatywne planowanie i efektywne uczenie się. Służy do wizualnego opracowania problemu, z wykorzystaniem rysunków, symboli, zwrotów czy haseł. Mapa porządkuje myśli, pomysły, rozprasza mrok niewiedzy, wytycza drogi rozwiązań. Tworzy wizualne i mentalne wyobrażenia. Twórcą metody jest T. Buzan⁶⁴.

⁶⁴ Buzan T., (2014), *Mapy twoich myśli*, Łódź: Wydawnictwo Aha.



Mapa myśli – opracowanie własne autorki

Królowa Matematyka proponuje tworzenie takich map podczas rozwiązywania zadań problemowych, ponieważ inspirują do kojarzenia, korzystania z krótkich haseł, wykorzystywania kolorów i obrazów. Wybierając tę technikę, nauczyciel stwarza uczniom okazję do częstego współtworzenia map mentalnych. W takiej atmosferze będą uczyli się patrzenia na problem z różnych perspektyw.

➡ 30. Projektowanie w Klockowie⁶⁵ – trójwymiarowość

Klocki sześciennie stanowią doskonałą bazę do projektowania. Aby pobudzić wyobraźnię uczniów, warto przygotować przezroczyste modele klocków sześciennych z zapalek i plastelinowych kulek. Dotykanie każdej ze ścian, zasłanianie jej dłonią sprawi, że uczeń, patrząc na klocek, zwizualizuje sobie jego części niewidoczne dla oka.

Królowa Matematyka zachęca uczniów do wnioskowania, wizualizowania i projektowania. Proponuje grupom stworzenie jak najniższej, jak najwyższej, jak najwęższej lub jak najszerzej budowli z tej samej liczby klocków sześciennych. Po samodzielnej pracy następuje prezentacja prac i ich porównanie. Uczniowie dokonują samooceny i oceny koleżeńskiej.

Taka zabawa ma stanowić inspirację dla dzieci, które samodzielnie przygotowują wymagania odnośnie do projektów dla innych zespołów, np. dotyczące liczby pięter czy kształtu, liczby klocków, przeznaczenia budowli. Uczniowie mogą tworzyć rysunki

⁶⁵ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp 20 grudnia 2020].

schematyczne, które będą stanowiły plany ich budowli. Każdy projekt powinien być omówiony i zweryfikowany na podstawie wytycznych. Ekspertami są dzieci, a Królowa rozstrzyga kwestie sporne.

⇒ 31. O kalendarzu⁶⁶

Królowa Matematyka, przebywając na **Osiedlu Czasu**, opowiada uczniom historię o pewnym wodzu Rzymian. Człowiek ten z nastaniem każdego nowego miesiąca zwoływał wszystkich mieszkańców, aby zakomunikować im, jaka będzie jego długość oraz jakie będą obowiązywały w nim święta.

Wszyscy chcieli jakoś uporządkować nadchodzący czas. Wódz czytał z książki noszącej nazwę *Kalendarium* i powtarzał słowa: *kaleo, kaleo*, które znaczyły: zwołuję. Ludzie zauważyli, że przepowiednia się powtarza i odkryli tajemnicę wodza. Odtąd sami zaczęli konstruować własne kalendarze, jednak szybko się okazało, że nie były one precyzyjne. Dlaczego?

Otóż wódz opierał swoje plany organizacji czasu na obserwacji Księżyca, który nazywano miesiącem (tu należy zaprezentować fazy Księżyca). To właśnie do jego zmian dopasowywał liczbę dni w każdym miesiącu. Niektóre były dłuższe, a inne krótsze. Zwracał także uwagę na wschody i zachody Słońca. Wtedy jeszcze ludzie nie wiedzieli, że są następstwem ruchu obrotowego Ziemi (tu należy wykorzystać prezentację multimedialną).

Wódz odkrył, że Księżyc zmienia się po upływie 1 dnia i 1 nocy. Po takiej obserwacji wykrzyknął:

– Dobra! Jest zmiana!

Jeden z mieszkańców niedokładnie usłyszał i rozpowiedział wszystkim:

– Doba jest znana.

Na pamiątkę tego wydarzenia wódz nazwał połączenie dnia i nocy „dobą”. Był znany z tego, że nieustannie prowadził obserwacje. Zauważył, że przyroda współpracuje ze Słońcem. Opowiadał wszystkim, że im jest ono wyżej na niebie, tym jest cieplej i wszystko wokół się ożywia.

Zdarzały się jednak takie pory, że mniej światła słonecznego docierało do Ziemi. Wtedy wódz wyjaśniał, że rośliny i zwierzęta zapadają w stan oczekiwania. Wiedział, że wszystkie te zmiany trwały 12 miesięcy, a po nich następowała powtórka. Był niezwykle mądry, ale nie wiedział, że zjawiska te były związane z ruchem obiegowym Ziemi (tu należy zaprezentować stosowny film). Po upływie 12 miesięcy wódz miał zwyczaj mawiać:

– Zrobiliśmy ku przyszłości kolejny krok.

⁶⁶ Tamże.

Jego głos powtarzało echo i tak mieszkańcy usłyszeli słowo „rok”. Od tej pory 12 miesięcy nazwano rokiem. Wódz dokładnie liczył doby i zauważył także, że co cztery lata w lutym przemiana Księżycy trwa o 1 dzień i 1 noc dłużej. Miesiąc ten przestępuje, przekracza swoje granice. Taki rok nazwał więc przestępnym (tu należy wykorzystać prezentację multimedialną dotyczącą długości kolejnych miesięcy roku).

Porządnis i Królowa Matematyka inspirują uczniów do systematycznego i samodzielnego tworzenia osobistego kalendarza. Oboje słyną z porządkowania i uwielbiają powtarzalność. Dodatkowo Porządnis jest specjalistą od mierzenia – na początku każdego miesiąca wspólnie z uczniami otwiera kolejny etap roku. Zachęca ich do planowania przyszłości w konkretny sposób. Rozdaje każdemu pustą tabelkę, którą trzeba uzupełnić nazwami dni tygodnia i ponumerować kolejne dni danego miesiąca. Taki rytuał prowadzi do utrwalenia wiadomości. Za każdym razem podczas analizy tabeli uczniowie odkrywają inne prawidłowości. Zaznaczają dni wolne od pracy, święta, urodziny, ważne wydarzenia w życiu klasy i szkoły, a także w życiu rodziny. Wspólnie z Porządnisem mierzą długość dni i nocy zależną od wschodu i zachodu Słońca. Zauważają nadchodzące zmiany pór roku, wynikające z przesilen i równonocy.

Są to niezwykle osobiste doświadczenia, ułatwiające dzieciom orientację w otaczającej rzeczywistości. Stanowią także trening w planowaniu przyszłości oraz dają poczucie pewnej stabilności – dzięki nim uczniowie nie czują się zaskakiwani zmianami. Dysponując taką bazą doświadczeń, z łatwością poradzą sobie w obliczeniach kalendarzowych.

⇒ 32. Gry matematyczne w Cyferkowie

Królowa Matematyka ogłasza:

– W Cyferkowie na **Osiedlu Gier i Zabaw** właśnie odbywa się turniej gier. Ekspertami w rywalizacji są cyferki. Każda z nich ma inną propozycję.

– Śmiało, drogie dzieci! – Nie jesteście ciekawe, co wam cyferka poleci?

Dzieci losują cyferkę, od której rozpoczną matematyczne zmagania, a następnie dołączają do odpowiedniego zespołu (w turnieju można wykorzystać inne cyferki, aby mogły powstać grupy o odpowiedniej liczebności; warto zmieniać rodzaj gier i potrzebne materiały).

Każda z cyferek proponuje uczniom inną grę matematyczną. Zapoznaje ich z regułami i sprawdza stopień zrozumienia gry. Zawsze omawia z nimi jej przebieg. Po rozegraniu każdej partii uczniowie notują zdobyte punkty. Ważne jest, aby mieli okazję zagrać w tę samą grę kilka razy. Po ustalonym czasie przechodzą do następnej cyferki zgodnie z ustaloną wcześniej kolejnością.

- **Propozycja Zera**

– Zapraszam do gry *Pełne dziesiątki*. Każdy z graczy otrzymuje tyle samo kart liczbowych, np. po 15 (o przydziale decyduje nauczyciel), które przed rozdaniem należy potasować. Na stoliku leży stosik kart, wszystkie grzbietem do góry. Każdy uczestnik gry pobiera z niego tylko jedną kartę i nie zagląda do niej. Na wybrane hasło gracze odkrywają kartę i kładą ją na środku stolika. Ci gracze, którzy przykryją dowolną kartą kartę innego gracza, kładąc ją grzbietem do góry, i krzykną: „Pełna dziesiątka!”, mają prawo przysunąć parę kart do siebie. Może się zdarzyć, że nie będzie żadnego przykrycia, a mogą być aż trzy w przypadku 6 uczestników zabawy. Za każdym razem odbywa się sprawdzenie, czy rzeczywiście liczby na połączonych kartach tworzą pełne dziesiątki. Jeśli wszystko się zgadza, zwycięzcy zatrzymują zdobyte pary i za każdą otrzymują 1 punkt. Jeśli natomiast dokonają błędnego przykrycia liczb, otrzymują od Zera punkt karny w postaci np. czerwonego żetonu, a ich karty wędrują z powrotem do ogólnego stosika. Gra toczy się do ustalonej liczby rund lub do wyczerpania kart. Na koniec gracze podsumowują zwycięskie punkty, odejmując punkty karne.

- **Propozycja Jedyneczki**

– Proponuję grę *Kto pierwszy, ten lepszy*. Na stosiku leżą potasowane karty liczbowe w przedziale od 1 do 24, które symbolizują pełne godziny w dobie. Jest tam po kilka tych samych godzin. Najpierw należy rozdać graczom karty po równo, a na koniec zostawić dwie lub trzy na środku stolika, kładąc je grzbietem do góry. Uczestnicy gry trzymają karty przed sobą w formie wachlarza. Gra rozpoczyna się od odkrycia kart leżących na stoliku. Należy jak najszybciej kłaść karty na dowolny stosik z liczbami większymi lub mniejszymi o jeden od tej, która właśnie została położona. W grze ważne jest głośne informowanie rywali o tym, którą godzinę się kładzie. Jeśli pojawi się północ, można na nią położyć 1, gdyż po niej następuje kolejna doba. Wygrywa ten gracz, który najszybciej pozbędzie się kart. Jeśli nastąpi zatrzymanie gry spowodowane brakiem pasujących godzin, należy wyjąć kartę z dołu każdego stosika i położyć ją na wierzchu, by móc kontynuować zabawę. Jeśli nadal nie ma wyjścia, trzeba uczynić ponownie taki sam krok, aż do skutku.

- **Propozycja Trójeczki**

– Proponuję grę w *Trzy karty*. Na stosiku leżą karty liczbowe w przedziale od 1 do 24. Jest tam po kilka takich samych kart. Przed rozpoczęciem gry należy je potasować. Obok kart znajduje się fragment osi liczbowej w przedziale 10 – 30. Celem gry jest uzyskanie wyniku jak najbliższego liczbie 21. Każdy z graczy pobiera po trzy karty. Za każdym razem inny uczestnik gry robi to jako pierwszy i to on wyznacza dalszy jej przebieg. Po pobraniu kart należy zsumować ich wartość. Jeżeli pierwszy gracz stwierdzi, że jego sumie jest daleko do 21, mówi: „Dobieram!”. Bierze wtedy ze stosiku jeszcze jedną kartę i łączy jej wartość z pozostałymi. Reszta zawodników robi to samo, czy tego chce, czy nie. Pierwszy gracz

może dobierać tyle kart, ile potrzebuje, aż uzyska satysfakcjonującą sumę i wtedy mówi: „Kończę!”. Pokazuje współgrającym swój wynik i czeka na ich reakcję. Jeśli ktoś inny uzyska sumę bliższą liczbie 21, wygrywa rundę i zabiera wszystkie karty, które są w rękach graczy. Jeżeli zaś zdobędzie taki sam wynik w stosunku do pierwszego gracza, ustępuje mu pierwszeństwa. W przypadku gdy dwie lub trzy osoby mają taką samą sumę i jest ona lepsza niż wynik pierwszego gracza, dzielą się zdobytymi kartami po równo. Wygrywa ten zawodnik, który ma najwięcej kart. Reszta cyferek proponuje inne wersje gier karcianych.

Po zakończeniu ustalonej serii gier uczniowie spotykają się na dywanie. Dyskutują nad ich zasadami i szukają najlepszej strategii. To ważny moment, aby podzielić się wnioskami, rozstrzygnąć sporne kwestie, pogodzić zawodników i nagrodzić zwycięzców.

⇒ 33. Porównywanie w Cyferkowie⁶⁷

Królowa Matematyka zaprasza na **Osiedle Porównywania** najlepszego specjalistę z Literkowa w zakresie porównywania **wszystkiego**, co znajduje się dookoła. Jest nim wykształcony **Wyjątkuś**⁶⁸, który **zawsze** i **wszędzie** potrafi znaleźć różnicę. Trzyma w rękach maskotkę dwuznaku „sz” i wypowiada kwestię w jego imieniu:

– Witam was, drogie dzieci! – Dookoła znajdziecie osoby i rzeczy, które się różnią – wystarczy tylko uważnie patrzeć. – Podajcie mi przykłady.

Nauczyciel zapisuje na tablicy propozycje zgłaszane przez dzieci, np. kolor, ciężar, grubość, wysokość, smak, zapach, długość, wartość, kształt, uroda, zainteresowania itp. Mówi dalej w imieniu Wyjątkusia:

– A teraz wyeliminujcie różnice, które według was nie są matematyczne.

Uczniowie wspólnie podejmują decyzję, które wyrazy trzeba usunąć, a specjalista z Literkowa mówi dalej:

– Wytłumaczcie mi, dlaczego zostawiliście właśnie te słowa.

Dzieci podają swoje argumenty i bywa tak, że w trakcie tej dyskusji usuwają jakieś wyrazy lub je dopisują. Wyjątkuś prowokuje uczniów do działania:

– Teraz przedstawcie dowody na swoje wnioski! – Chcę je zobaczyć i poczuć!

Dzięki tej próbie dzieci odkrywają, że matematyka ukrywa się w słowach: **mniejszy, większy, szerszy, węższy, dłuższy, krótszy, cięższy** itp. Ustawiają obok siebie, np. różniące się szerokością krzesła, wyższych i niższych kolegów, dzieci o krótszych i dłuższych włosach, a także cięższą i lżejszą rzecz. Wyjątkuś zachęca uczniów do pokazania

⁶⁷ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

⁶⁸ Informacje o Wyjątkusiu można znaleźć w: Pasymowska R., (2017), *Program nauczania ortografii w klasach I–III. Moi przyjaciele z Literkowa*, Kraków: Impuls.

różnicy. Uczniowie dochodzą do wniosku, że nie każdą różnicę da się zobaczyć gołym okiem. Wyjątkuś dodaje, że można się bardzo pomylić, patrząc na mały kamień i dużą torbę piór. Następnie wspólnie z dziećmi szuka sposobu na precyzyjne podanie różnicy – dzieci ważą i mierzą osoby i rzeczy.

Wyjątkuś ciągle zadaje pytania:

– O ile węższy? O ile lżejsza? O ile wyższe? itp.

Nagle pojawia się **Próżniak**, który mówi:

– Słyszę, że mówicie o różnicy. – Mnie zachwyca różnica!

– Mogę popatrzeć? – Od liczenia jest mój sługa.

Królowa Matematyka zaprasza Próżniaka, by usiadł na tronie i sobie porównywał.

Próżniak na to:

– Mam dla was zagadkę! – Co mówi ołówek do krótszego od siebie ołówka?

Dzieci próbują znaleźć odpowiedź. Matematyka zachęca je do tworzenia własnych zagadek o podobnej treści.

W zabawie tej istotne jest zauważenie przez uczniów relacji zachodzących między porównywanymi wielkościami. Dodatkową atrakcją jest pojawienie się cyferek, które ustawiając się obok siebie w różnej konfiguracji, tworzą liczby o różnej mocy i wciąż zadają pytania:

– Która liczba będzie większa? Która liczba będzie mniejsza? A teraz? O ile?

W roli cyferek z przyjemnością występują dzieci. Zamiast znaków mniejszości i większości **Wyjątkuś** proponuje otwieranie ramion w stronę odpowiedniej liczby. Królowa pyta, dlaczego dzieci nie użyły znaku równości.

Warto, aby na zajęcia wprowadzające intuicyjne rozumienie porównywania ilorazowego zaprosić **Żarusia**, specjalistę od mnożenia. On z pewnością doskonale zobrazuje proces pomnażania:

– Drogie dzieci, skaczcie tyle razy, ile powiem: trzy razy, cztery razy, raz, dziesięć razy.

– Teraz patrzcie, ja podskoczę. – Policzcie, ile razy. – Wy podskoczcie dwa razy więcej niż ja.

Dzieci metodą prób i błędów odkrywają, że w słowie „razy” ukrywa się mnożenie i należy daną wartość zwielokrotnić wskazaną liczbę razy. Ponieważ wszyscy uczymy się na błędach, trzeba pozwolić dzieciom mylić się. Kiedy uczniowie odkryją tajemnicę Żarusia, on proponuje zabawę w *Tyle razy mniej*. Dzieci powinny odkryć, że mnożenie pomniejszane jest przez dzielenie, jako działanie odwrotne.

Ważne jest, żeby dzieci nie używały błędnych zwrotów: „o tyle razy więcej”, „o tyle razy mniej”. Można przedstawić uczniom mnemotechniczny sposób na izolowanie „o” od „razy”. Ponieważ „o” jest podobne do znaku mnożenia i części znaku dzielenia, dlatego zwykło mawiać:

– Bez urazy, ale nie chcę być mylone z razy. – Nie mam znaczenia znaku dzielenia!

⇒ 34. Zasady Królowej Matematyki⁶⁹

W Cyferkowie wielkie poruszenie. Królowa wystawia przedstawienie. Na scenie cyferki będą występowały i jej zasady prezentowały. Uczniowie spontanicznie wchodzą w rolę, a nauczyciel prowadzi narrację:

– Raz czynniki i składniki zamieniły się miejscami, by zaskoczyć swe wyniki.

Uczniowie odgrywają role cyferek, np.: 1, 7, 8 i znaków + i =, a także: 2, 3, 6 i znaków * i =. One stały niewzruszone, wcale nie były zdziwione.

– O co chodzi? – Pomyślały i już więcej nie próbowały, bo o **prawie przemienności** się dowiedziały.

Uczniowie rozmawiają z Królową na temat ustanowionego przez nią prawa, podają przykłady jego działania w dodawaniu i mnożeniu. W nagrodę za udowodnienie przedstawionej zasady Matematyka wręcza zespołom tabliczki czekolady i prosi, by dzieci przed zjedzeniem uważnie się im przyjrzały, gdyż ukrywają one królewskie prawo. Dzieci powinny zauważyć zależności między pionem a poziomem. Następnie odbywają się zabawy w dopasowanie kratownic zwanych czekoladkami do działań przemiennych w mnożeniu.

Po tej przerwie rozpoczyna się kolejna część przedstawienia. Uczniowie, jak poprzednio, spontanicznie wchodzą w rolę, a nauczyciel prowadzi narrację:

– Pewnego razu w Cyferkowie dwa działania się spotkały i o ważność zabiegały.

Na scenie stają dzieci z cyferkami i znakami: $7+3\cdot 4 = \dots$

Trójka biedna w środku stała: – Co robić? – powtarzała. Mam składnikiem czy czynnikiem być w tym sporze? Kto rozwikłać to pomoże?

Uczniowie proponują rozwiązanie trudnej sytuacji. Zauważają jednak, że wyniki nie będą takie same. Matematyka głos w sprawie zabrała i spór rozwiązała.

– Oto moje zarządzenie, że **pierwszeństwo ma mnożenie!**

Dzieci ustalają, jaki będzie wynik wyrażenia zgodnie z zasadą Królowej Matematyki. Zainspirowane, podają własne przykłady na zastosowanie właściwej kolejności działań.

Nauczyciel dalej prowadzi narrację:

– Znów na scenie poruszenie, pojawiło się dzielenie. O pierwszeństwo walczy z zamiłowaniem z odejmowaniem.

Na scenie pojawiają się dzieci z cyferkami i znakami: $9:3-2 = \dots$

Trójka biedna w środku stała. Kim jest, znowu nie wiedziała:

– Ulitujcie się nade mną! – Mam dzielnikiem być czy odjemną?

⁶⁹ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Uczniowie ponownie proponują rozwiązania. Zauważają, że różne są wyniki ich obliczeń. W tej sytuacji Matematyka uznała, że dzielenie będzie tak samo ważne jak mnożenie:
– Zatem, moi mili, **najpierw będziecie dzielili!**

Uczniowie podają prawidłowy wynik wyrażenia według matematycznej zasady. Jak poprzednio, prezentują przykłady.

Nauczyciel kontynuuje narrację:

– Patrzcie dzieci, co się dzieje! – Oto kłótnia nowa jest gotowa – mnożenie do dzielenia, a dodawanie do odejmowania urazę chowa.

Na scenie pojawiają się dzieci z cyferkami i znakami: $8:4 \cdot 5 = \dots$ i $6-1+7 = \dots$

Biedna Czwórka w środku stała i cichutko tak chlipała: – Być dzielnikiem czy czynnikiem, nie wiem sama...

A Jedyńka mówi z krzykiem: – Kim ja jestem? – Odjemnikiem czy składnikiem?

Wtem Królowa się zjawiła i ten spór tak rozsądziła:

– Gdy mnożenie z dzieleniem, a dodawanie z odejmowaniem ma spotkanie, wtedy sprawiedliwość taka nastanie: **od lewej strony zaczynaj działanie!**

Uczniowie podają własne przykłady na zastosowanie kolejności działań w dowolnych wyrażeniach. Dzięki zabawie teatralnej zapamiętują zasady Królowej Matematyki.

⇒ 35. Dlaczego Matematyka jest Królową Nauk?⁷⁰

Dzieci pracują w zespołach nad argumentami przemawiającymi za powyższym stwierdzeniem. Wszystkie grupy otrzymują do wypełnienia kartę podzieloną na tyle części, ile jest zespołów. Uczniowie pracują metodą PDPD (przeanalizuj, dopisz, podaj dalej).

Nauczyciel wykorzystuje minutnik do wyznaczania czasu. Uczniowie rozpoczynają pracę na jego sygnał i wpisują swoje pomysły do części karty przeznaczonej dla ich grupy. Nie mogą powtarzać tego, co zrobili inni. Jeśli nie znajdą argumentów, ich przestrzeń pozostaje pusta. Dźwięk minutnika oznacza koniec pracy. Grupy podają swoją kartę kolejnemu zespołowi zgodnie z wcześniej ustalonym kierunkiem. Uczniowie pracują do momentu otrzymania karty, od której rozpoczęli zadanie. Karty wieszają na tablicy.

W pracy tej nie chodzi o wyniki, ale o analizę wiedzy uczniów na temat matematyki. Praca w zespołach jest okazją do poznania przez dzieci różnych punktów widzenia i szerokiego spojrzenia na problem. Fakt, że nie można powtarzać informacji, staje się inspiracją do dalszych poszukiwań.

⁷⁰ Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

Kolejnym etapem działań jest zaprezentowanie przez grupy dowodów na królowanie matematyki. Uczniowie muszą tego dowieść w taki sposób, aby ich argumenty nie tylko przekonały słuchaczy, ale i nie powtarzały się.

Ważne jest wdrażanie dzieci do występów na forum, ponieważ jest to jedna z kompetencji niezbędnych do samorealizacji i rozwoju osobowego. Takie zajęcia mają również na celu wyćwiczenie umiejętności komunikacyjnych uczniów. Spotkanie należy koniecznie podsumować, tworząc np. mowę pochwalną na cześć Królowej Matematyki.

⇒ 36. Do czego człowiekowi potrzebna jest matematyka?⁷¹

Uczniowie tworzą mapę codziennych aktywności człowieka, wykorzystując burzę mózgów. Pomysły zapisują na kartkach i wieszają na tablicy tylko te propozycje, które się nie powtarzają. Wspólnie z nauczycielem dzielą je na kategorie: praca, nauka, zabawa, odpoczynek, kultura.

Nauczyciel organizuje w klasie stacje doświadczalne, w których uczniowie mają sprawdzić, czy do wykonania wymienionych czynności potrzebna jest matematyka. Uczniowie pracują w zespołach i losowo trafiają do konkretnej stacji. Na każdej z nich znajdują się słowa-klucze, np. w odniesieniu do pracy: zarabianie, godziny pracy, zakupy, sprzątanie, dojazdy, z których uczniowie mogą wylosować jedno i potwierdzić obecność matematyki bądź jej zaprzeczyć. Grupy zmieniają stacje na hasło nauczyciela. Gromadzą notatki z pobytu na stacjach, przyklejają słowa-klucze i po zakończeniu wędrowki siadają na dywanie. W ustalonej kolejności zespoły dzielą się wnioskami na temat obecności matematyki w codziennych aktywnościach.

Na początku tygodnia lub dnia można przygotować i umieścić na tablicy informacyjnej woreczki z napisami: myślenie matematyczne, liczenie, porządkowanie, porównywanie, orientacja w przestrzeni, mierzenie, ważenie, wskazania zegara i kalendarza itp. Zadaniem uczniów przez cały dzień lub tydzień będzie analizowanie swojej aktywności i jeśli zauważą jej wiążek z którymś z woreczków, wrzucą do niego fasolkę. Po zakończonych zajęciach dzieci przeliczają, która z matematycznych umiejętności wygrała.

Co pewien czas można wracać do tych zajęć, na przykład podczas nauki wartości rytmicznych nut i ich zamiany, rytmizowania⁷² czy taktowania na lekcji muzyki. Trzeba także podkreślać znaczenie matematyki w tworzeniu i odtwarzaniu utworów muzycznych. Również na lekcji wychowania fizycznego można z powodzeniem wykorzystać np. dzielenie jako mieszczanie i podział. Na lekcjach techniki i plastyki nauczyciel może

⁷¹ Tamże.

⁷² Scenariusz dostępny na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej MEiN, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLeIq> [dostęp: 20 grudnia 2020].

podkreślać rolę matematyki w projektowaniu czy obrazowaniu rzeczywistości dzięki skali. Obecność matematyki stanie się nieodzowna, gdy dzieci będą przyswajały sobie pojęcie przestrzeni historycznej. Bez matematyki nie byłoby też np. pomiaru temperatury i obliczeń zegarowych do określania równonocy i przesilenia. Czytanie ze zrozumieniem współistnieje z rozwiązywaniem różnorodnych zadań, zarówno prostych, jaki i problemowych. Edukacja informatyczna opiera się na logicznym porządku, który charakteryzuje Królową Nauk.

Uczniowie powinni znać cel swojej edukacji i odkrywać dowody na istnienie matematyki w codziennych zmaganiach z rzeczywistością. Kiedy nabiorą przekonania, że warto się jej uczyć, będzie to największy nauczycielski sukces.

⇒ 37. O numerach, kodach, szyfrach i hasłach⁷³

Królowa Matematyka zaprosiła uczniów na **Osiedle Kodowania**, aby odkryli, do czego człowiek wykorzystuje cyfry. Powstało mnóstwo pomysłów. Cyferki przysłuchiwały się rozmowom. Są ciekawe, do czego zostały wykorzystane, i proszą uczniów o wyjaśnienie:

- **Wytłumaczcie nam, o co chodzi z numerami!**

Uczniowie prezentują różnorodne numery wykorzystywane przez ludzi, np. numery obuwia, odzieży, domów, bloków, mieszkań, rejestracyjne, stron, autobusów, telefonów, klas, PESEL, w dzienniku itp. Za każdym razem wyjaśniają zdumionym cyferkom znaczenie numerów. W roli maskotek występuje nauczyciel, który celowo podsycza zaangażowanie dzieci w poszukiwanie argumentów.

- **Jak ludzie zapamiętują te wszystkie numery?**

Dzieci podają swoje sposoby. Królowa proponuje, by posłużyć się obrazkami cyfr: łabędź, świnka, kosa itp., a także rymami i rytmem. Wspólnie opracowują system zapamiętania dowolnego numeru telefonu.

- **Co to są kody?**

Uczniowie prezentują swoją wiedzę na ten temat. Jeśli zajdzie potrzeba, Królowa Matematyka naprowadza dzieci, wykorzystując internet, np. ukazuje mapę kodów pocztowych Polski. Można też zaprezentować znaczenie pocztowych numerów adresowych i pobawić się z dziećmi grą *Do jakiego miasta trafi ten list?* Ciekawym rozwiązaniem byłoby też zaznajomienie uczniów z kodami kreskowymi obecnymi na towarach w sklepach i zwrócenie uwagi na powtarzający się początkowy układ cyfr: 5 9 0, charakterystyczny dla towarów sprzedawanych w Polsce. Warto opowiedzieć, jak takie oznaczenie towarów ułatwia życie sprzedawcom.

⁷³ Tamże.

- **Do czego są potrzebne ludziom szyfry?**

Uczniowie podejmują próby wyjaśnienia cyferkom znaczenia szyfrów w życiu ludzi. Królowa przekazuje dzieciom zaszyfrowaną wiadomość:

20, 6

27, 14, 16, 1, 6, 27

4, 29, 9, 23

30, 1, 15, 7, 32, 29

4, 20, 6, 30, 12, 7, 18, 18, 7

32, 29, 4, 12, 7

4, 30, 16, 20, 28, 12, 7, 14, 1.

Zaznacza, że podany szyfr ma związek z kolejnością alfabetyczną. Dzieci same znajdują klucz do rozwiązania zgodnie z poniższą tabelą:

a	ą	b	c	ć	d	e	ę
1	2	3	4	5	6	7	8
f	g	h	i	j	k	l	ł
9	10	11	12	13	14	15	16
m	n	ń	o	ó	p	r	s
17	18	19	20	21	22	23	24
ś	t	u	w	y	z	ź	ż
25	26	27	28	29	30	31	32

Tabela wskazująca na kolejność alfabetyczną – opracowanie własne autorki

Uczniowie próbują przedstawić dowody potwierdzające wiadomość od Królowej, np. używanie kart płatniczych, telefonów, wykonywanie przelewów internetowych, otwieranie drzwi wejściowych do biura czy bloku. Warto przedstawić uczniom w formie multimedialnej historię szyfrów na świecie oraz zapoznać ich z zawodem kryptografa.

- **Co robią cyfry w hasłach?**

Uczniowie wypowiadają się na temat sytuacji, w których używali jakiegoś hasła, i uzasadniają konieczność jego wprowadzenia. Podają przykłady zastosowania tego typu zabezpieczeń i rozważają ryzyko z nimi związane. Wspólnie odnajdują w internecie wymagania dotyczące tworzenia haseł. Następnie przekonują cyferki, że są niezbędne w kombinacji co najmniej dziewięciu znaków.

Królowa Matematyka zachęca dzieci do tworzenia haseł podczas korzystania z laptopów. Sugeruje, by zastosowały jakiś swój system do zapamiętania układu

wybranych znaków. Cyferki prześcigają się w prezentowaniu swoich pomysłów, np.: 2~//SoSl#3#?7=3:

Łabędź usłyszał dochodzące z brzegu o pomoc wołanie. Podpłynął i zobaczył uwięzioną świnkę na polanie.

– Co robić? – pomyślał. – Jak nic nie wskóram, wilk zje ją na śniadanie!

Zobaczył, że nieopodal kosa trawkę kosi, więc o uwolnienie świnki prosi. Kosa klatkę zniszczyła i świnkę uwolniła.

⇒ 38. Problem Królowej Matematyki, czyli co należy zrobić, żeby dzieci ją polubiły

Największym problemem Królowej Matematyki jest to, że uczniowie jej unikają, bywają nią znudzeni, niechętnie rozwiązują jej zadania lub opornie wykonują obliczenia rachunkowe. Chciałoby to zmienić za pośrednictwem nauczyciela. To właśnie on, odgrywając rolę Królowej podczas zajęć edukacyjnych, jest najbliżej ucznia, a zwłaszcza jego potrzeb rozwojowych i edukacyjnych. Nauczyciel wcielający się w rolę Królowej Matematyki sam staje się jednocześnie przewodnikiem i mistrzem. Powinien więc stale doskonalić swoje umiejętności i obserwować dziecięce reakcje na pojawiające się trudności.

Nauczyciel pracujący z uczniami na co dzień ma szansę na takie działania, ma także wiele możliwości, aby nowe umiejętności dzieci budować na tych, które już zostały dostatecznie utrwalone. Im więcej wie o dziecku, tym skuteczniej wdroży wszystkie możliwe dostosowania, co szczególnie dotyczy uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi.

To od nauczyciela zależy, jak wykreowana jest przestrzeń edukacyjna dziecka. Wystarczy niewielka zmiana, np. umiejscowienie uczniów z dysfunkcjami wzroku i słuchu bliżej odgrywanych scen, a nawet włączenie ich w przebieg zdarzeń przez powierzenie epizodycznych ról. Dzieci zdolne chętnie przejmą pałeczkę od nauczyciela i zastąpią go w prezentowaniu matematycznych treści. Dzięki takiemu zaangażowaniu same staną się reżyserami scen teatralnych i zainspirują rówieśników do własnych odkryć. To, że zajęcia w zakresie edukacji matematycznej przeniesione są do fantastycznej krainy zwanej Cyferkowem, stwarza także ogromną szansę dla uczniów ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się. Zabawne zdarzenia, bajkowe postaci i maskotki literek pełniące rolę lalek sprawiają, że problemy znikają jak za dotknięciem czarodziejskiej różdżki. Magia teatru angażuje większość zmysłów podopiecznych nauczycieli, a przede wszystkim rozbudzi ich poznawczo i emocjonalnie. Taka forma pracy wytrenuje uwagę, która leży u podstaw uczenia się.

Język matematyczny, jakim posługują się postaci w Cyferkowie, jest zrozumiały, przyjazny, a dzięki obecności rymów przekazywane wiadomości zaznaczają się w pamięci dzieci na dłużej. Dzieci mają szansę uczyć się przy okazji dobrej zabawy, której towarzyszy humor i przyjazna atmosfera. Należy więc pamiętać, że dobre emocje pomagają w rozwoju matematycznego myślenia, a te negatywne blokują je.

Dzięki tak zorganizowanym zajęciom uczniowie są zmotywowani do samodzielnej pracy, z ciekawością czekają na kolejne spotkania z fantastycznymi postaciami i na ich nowe przygody z treściami matematycznymi w tle.

Ważne jest także, aby dzieci z trudnościami w uczeniu się mogły jak najczęściej pracować w parze lub w zespole. Takie formy pracy odizolują ucznia od bezpośredniej kontroli nauczyciela, stawiając w jego roli rówieśników. Uczenie się z kolegami i od kolegów jest dla dziecka szalenie intrygujące i pod warunkiem właściwej organizacji takich działań ubogaca je. Wartościowe jest to, żeby uczeń za każdym razem mógł uczestniczyć w pracy innego zespołu. Dobór różnorodnych osobowości i stylów uczenia się, a także odmiennych możliwości intelektualnych, jest dla dziecka poletkiem doświadczalnym. Nie wolno zapominać również o tym, że po zakończeniu konkretnego zadania grupa powinna dokonać oceny koleżeńskej dotyczącej zaangażowania jej członków. Taki warunek pracy zespołowej działa na wszystkich mobilizująco, a dzieciom z trudnościami w uczeniu się daje szansę na pokazanie się z dobrej strony.

Niewiarygodne efekty w realizacji programu matematyki przynosi zastosowanie mnemotechnik. Po pierwsze ułatwia kojarzenie symboli matematycznych, a po drugie prowadzi do sukcesu, który daje dzieciom poczucie szczęścia i spełnienia.

Z kolei stałe pobudzanie wyobraźni i częste wizualizacje ułatwią uczniom obrazowanie, stanowiące pośrednik w procesie rozumowania. Chodzi o to, żeby dzieci patrzyły na zdarzenie kontekstowo, dostrzegając jego rozmaite aspekty. Dzięki takim treningom staną się mądrzejsze i pewne siebie.

Nauczyciel ma sprawiać, aby uczniowie codziennie doświadczali samodzielnej pracy, aktywizując ich myślenie w oparciu o tematykę bliską dzieciom. Zadania, które im przydziela, muszą być dostosowane do możliwości odbiorcy.

Uczniowie powinni nauczyć się radzić sobie z przegraną, by w popełnionych błędach zobaczyć szansę na bycie lepszym. Nauczyciel jest zobowiązany stwarzać uczniom wiele okazji do osiągnięcia sukcesu. Gdy zauważą, że warto się trudzić, staną się wytrwali i pokonają własne ograniczenia. Dlatego należy chwalić dzieci za najmniejsze nawet osiągnięcie – Królowej Matematyce chodzi zarówno o proces dochodzenia do rozwiązania, jak i o wynik. Ważne jest również, aby jasno stawiać uczniom wymagania, podkreślając, że sukces przynosi postępowanie zgodne z zasadą: trenuj albo trać.

Nauczyciel nie powinien zapominać o pracy ucznia w domu. Ciepłe relacje z rodzicami, systematyczne informowanie o postępach dziecka, udzielanie dobrych rad, zapraszanie na zajęcia otwarte i ułatwienie dostępu do siebie zaprocentuje skutecznością realizacji zamierzonych celów. Jako że uczeń w klasach I–III nie potrafi sam się uczyć, potrzebuje partnera, mistrza i instruktora. W szkole jest nim nauczyciel, w domu – rodzic. W przypadku dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi ważna jest także współpraca ze specjalistami, dzięki którym zostaną wypracowane wymagania i różnorodne dostosowania.

⇒ 39. O ocenianiu i monitorowaniu postępów uczniów

W pracy z uczniami nauczyciel nieustannie prowadzi obserwacje, które dotyczą zarówno postępów edukacyjnych, jak i reagowania na pojawiające się trudności. Już na początku I klasy należy wdrażać dzieci do samooceny, oceny koleżeńskiej oraz przyzwyczajając je do oceny prowadzonej przez nauczyciela.

Podczas zajęć treningowych, mających na celu doskonalenie umiejętności, trzeba pozwalać, aby partnerzy w ławce wzajemnie sprawdzali sobie wykonanie zadań. W takim przypadku nauczyciel zyska podwójnie: uwolni siebie od mozolnej pracy i sprawi, że uczeń będzie pracował za dwóch – wykonując zadania i sprawdzając je. Warto też, by na koniec zajęć uczniowie mieli dostęp do wyników i zweryfikowali oceniającego. Ogromnie cenne są również komentarze, które dzieci zostawiają sobie pod pracą, np.: „Jesteś lepszy niż wczoraj”, „Nie postarałeś się”, „Brawo!” itp. Najcenniejsze są jednak osobiste wpisy, np.: „Jestem z siebie dumny”, „Muszę wreszcie zacząć ćwiczyć” itp.

Nauczyciel, obserwując te procesy, widzi postępy swoich uczniów. Może ich nagradzać zarówno za pracę nad sobą, jak i za sumienność w ocenie innych i siebie. Należy zatem pozwolić na comiesięczną zmianę partnera w ławce, a także miejsca w klasie. Taki system przyniesie wiele korzyści: uczniowie nauczą się współdziałać z kolegami o różnorodnych osobowościach, wypracują kompromisy i odkryją siebie na nowo. Ważne jest również, żeby odczuli przestrzeń, która ich otacza, aby mogli odbierać zdarzenia z różnych stron. Siedząc w tym samym miejscu przez cały rok, będą dokonywali obserwacji tylko z jednej perspektywy.

Należy nauczyć podopiecznych mierzenia się z różnorodnymi ocenami, np. oceną zbiorową, gdy po wykonanej prezentacji uczeń wysłuchuje, co na jego temat mają do powiedzenia inni, i we właściwy sposób reaguje na ich uwagi.

Nauczyciel powinien wyrażać swoje opinie również na głos. Musi pamiętać, by zawsze zaczynały się od pozytywów, były prawdziwe i konstruktywne. Sposób, w jaki to robi, stanowi wzór dla uczniów. Po wykonaniu samodzielnej pracy uczniowie oczekują od

nauczyciela komentarza, dotyczącego np. tego, co mają zrobić, aby następnym razem móc cieszyć się swoim sukcesem.

Podczas każdych zajęć należy doceniać choćby ustne zaangażowanie, wysiłek i wytrwałość uczniów. Trzeba uświadomić zarówno im, jak i ich rodzicom, że nauczyciel w ocenianiu stosuje indywidualizację i w związku z tym dziecko nie może się porównywać z kolegami, ale samo ze sobą. Nauczyciel powinien też zagwarantować uczniom wiele szans i okoliczności sprzyjających przekraczaniu ich aktualnych możliwości.

Ocena opisowa przygotowywana przez nauczyciela powinna informować o bieżącym poziomie wiadomości i umiejętności ucznia, a także wskazywać mu kierunki i możliwości jej podwyższenia. Dotyczy to zwłaszcza uczniów ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. W ocenie bieżącej pomocny może być system tabelaryczny, w którym uczniowie gromadzą informacje na temat oceny trzystopniowej. Należy pamiętać, że ocenianie powinno mieć charakter kształtujący, musi być dokonywane systematycznie i kojarzyć się uczniom z obszarem, na który mają wpływ.

Podsumowanie

Drogi Nauczycielu!

Podsumowując rozważania zawarte w niniejszej publikacji, podkreślam ogromną rolę edukacji matematycznej w rozwijaniu kompetencji kluczowych i umiejętności uniwersalnych uczniów edukacji wczesnoszkolnej. Nieodłącznym elementem towarzyszącym realizacji treści tego przedmiotu są aktywności takie, jak krytyczne myślenie, rozwiązywanie problemów, praca zespołowa, komunikacja, negocjacje, analiza i kreatywność. Wystarczy tylko wybrać właściwe metody i formy pracy, które zaspokoją potrzeby rozwojowe i edukacyjne uczniów w młodszym wieku szkolnym, a ich droga do samorealizacji i zrównoważonego życia stanie się prosta.

Jako nauczyciel praktyk przedstawiłam pedagogom niekonwencjonalny sposób pracy, wprowadzający uczniów w świat magii, zadziwienia, zachęcający ich do aktywności i pokazujący, że uczenie się może być odkrywaniem. Dzięki spotkaniu z fantastycznymi postaciami dzieci obudzą w sobie ciekawość poznawczą i nauczą się być twórczymi ludźmi, a występy na wymyślonej scenie zahartują je do odgrywania życiowych ról w realnym świecie.

Na co dzień można zaobserwować, że współcześnie wszechobecna stała się potrzeba sukcesu, który napędza procesy motywacyjne. Uczeń przychodzi do szkoły właśnie po to, by odczuwać satysfakcję z własnych osiągnięć. Swoją propozycję dedykuję zatem szczególnie tym dzieciom, którym sukces przychodzi z trudnościami. Nauczycielom zaś oferuję teatr jako pomost łączący świat wyobrażeń z rzeczywistością. Taka forma wsparcia, zbudowana na mocnych podstawach, którymi są uwaga, zainteresowanie i motywacja wewnętrzna, daje niesamowite efekty. Nieważne, z jakimi problemami boryka się uczeń, istotne jest, by przejściowo zaakceptował swoje niekompetencje. Występując w teatrze w płaszczyku roli, może doświadczać matematycznych problemów, niekoniecznie rozwiązując je. To właśnie emocje związane z byciem na scenie pomogą mu zrekompensować wszelkie porażki.

Proponując nauczycielom koncepcję Cyferkowa, wychodzę naprzeciw postulatowi edukacji włączającej. Rekomendowane metody i techniki umożliwiają pełną indywidualizację i wsparcie rozwoju dzieci również ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. Dzięki wymyślonym przeze mnie maskotkom matematyka stanie się dla nich namacalna i bliska. Przemówi do dzieci ustami nauczyciela, który wcieli się w rolę Królowej Nauk. W zabawnych scenkach przedmiot ten pozwoli odkrywać trudne zasady, a dzięki rymowankom skradnie dziecięce serca. Uczniowie zdolni znajdą w oferowanej koncepcji wiele ról dla siebie, które sprawią im życiową satysfakcję i głębsze poznanie samych siebie, nauczą się też dokonywania odpowiedzialnych wyborów w aspekcie swoich mocnych stron.

Korzyści z realizacji proponowanego programu nauczania odniosą zarówno dzieci, jak i ich rodzice, którzy oprócz radości z małych sukcesów swoich pociech odczują także wewnętrzny spokój i odzyskają równowagę. Nauczycielom rola Królowej Matematyki doda skrzydeł i przyniesie wiele satysfakcji z dobrze wykonanej pracy.

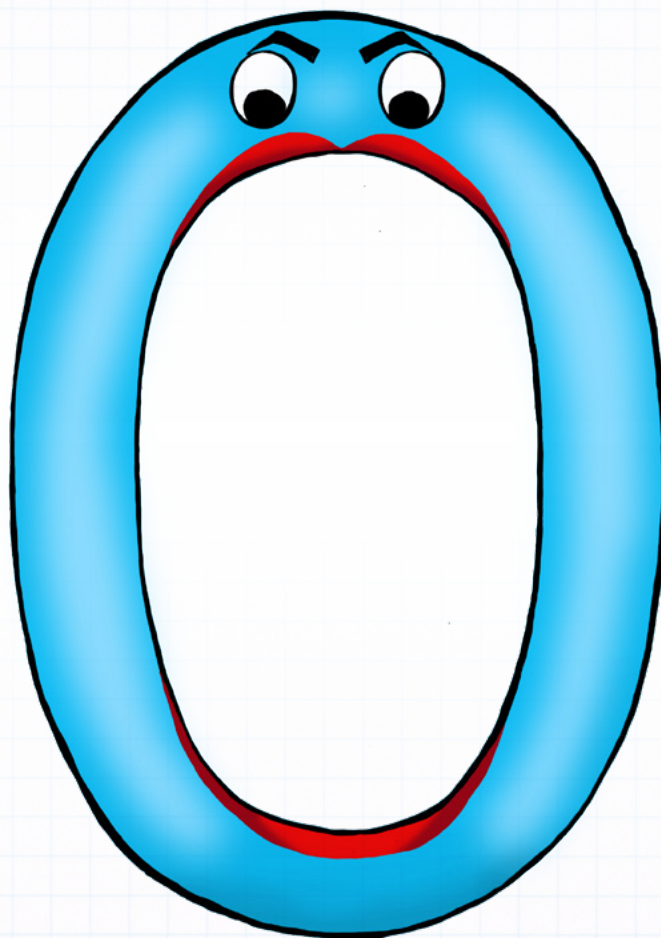
Bibliografia

1. Bogdanowicz M., Kisiel B., Przasnyska M., (1998), *Metoda Weroniki Sherborne w terapii i wspomaganiu rozwoju dziecka*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
2. Buzan T., (2014), *Mapy twoich myśli*, Łódź: Wydawnictwo Aha.
3. Ciepiela L., Ciepiela K., (2016), *Music and digital theory*, „Medical Review”, 2016; 14 (3): 358–362.
4. Davis R.D., Brown E.M., (2010), *Dar dysleksji. Dlaczego niektórzy zdolni ludzie nie umieją czytać i jak mogą się nauczyć*, Poznań: Wydawnictwo Zysk i S-ka.
5. Dzionek E., (2010), *Kinezylogia edukacyjna*, Kraków: Impuls.
6. Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji.
7. Gruszczyk-Kolczyńska E., (2009), *Liczenie. Wspomaganie dzieci w ustalaniu prawidłowości, które są stosowane w liczeniu obiektów. Kształtowanie umiejętności liczenia*, [w:] Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.), *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*, Warszawa: Edukacja Polska.
8. Hannaford C., (2016), *Zmysłne ruchy, które doskonalą umysł. Podstawy kinezylogii edukacyjnej*, Warszawa: Wydawnictwo Medyk.
9. Kamiński A., (2001), *Nauczanie i wychowanie metodą harcerską*. Warszawa: Związek Harcerstwa Rzeczypospolitej.
10. Krygowska Z., (1977), *Zarys dydaktyki matematyki. Część 1*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
11. Krzyżewska J., (2000), *Aktywizujące metody i techniki w edukacji. Część II*, Suwałki: Letter Quality.
12. Linksman R., (2005), *W jaki sposób się uczyć*, Warszawa: Świat Książki.
13. Pasymowska R., (2017), *Moi przyjaciele z Literkowa. Program nauczania ortografii w klasach I–III.*, Kraków: Impuls.
14. Pasymowska R., (2021), *Moi przyjaciele z Literkowa w domu. Podręcznik do programu nauczania ortografii w klasach I–III. Klasa I*, Kraków: Impuls.
15. Pasymowska R., (2002), *Możliwości wzbogacania zajęć matematycznych w nauczaniu zintegrowanym*, [w:] Nowicka M. (red.), *Nauczyciel i uczeń w przestrzeniach szkoły*, Olsztyn: Uniwersytet Warmińsko-Mazurski.
16. Pasymowska R., (2019), *W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie Program nauczania edukacji wczesnoszkolnej w szkole podstawowej*. Warszawa: Ośrodek Rozwoju Edukacji, <https://epodreczniki.pl/a/program-ze-scenariuszami-do-edukacji-wczesnoszkolnej-2/DaXPSLelq>
17. Piaget J., (1977), *Dokąd zmierza edukacja*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
18. Piaget J., (2006), *Jak sobie dziecko wyobraża świat*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

19. Pietrasiński Z., (2001), *Mądrość, czyli świetne wyposażenie umysłu*, Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Scholar.
20. *Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej*, Dz.U. 2017, poz. 356.
21. Spitzer M., (2017), *Jak uczy się mózg*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
22. „Świerszczyk”, 2003, nr 19, s 2.
23. Wadsworth B.J., (1998), *Teoria Piageta. Poznawczy i emocjonalny rozwój dziecka*, Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
24. Wilk-Siwiek H., Swoboda E., (1996), *Błękitna Matematyka. Klasa trzecia. Zeszyt 3*, Bielsko-Biała: Wydawnictwo Kleks.
25. Wilk-Siwiek H., (1996), *Przewodnik metodyczny 3. O nauczaniu i uczeniu się matematyki w klasie trzeciej szkoły podstawowej*, Bielsko-Biała: Wydawnictwo Kleks.
26. Wygotski L.S., (1971), *Wybrane prace psychologiczne*, Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

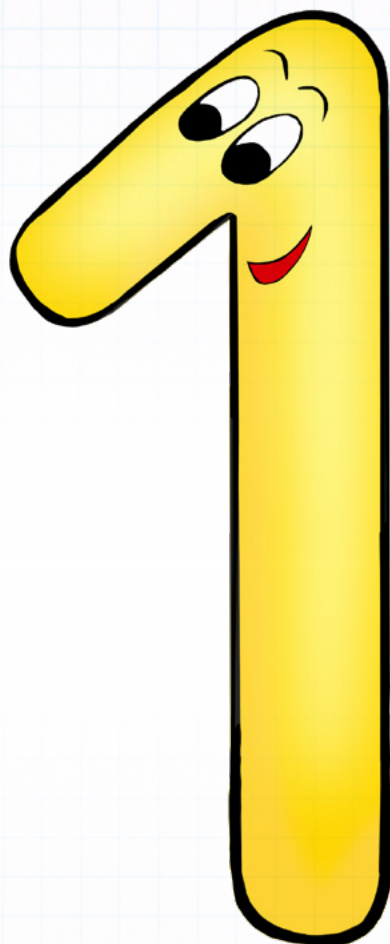
Aneks

Nieodłącznym atrybutem koncepcji Cyferkowa są trójwymiarowe maskotki obrazujące cyfry-lalki w teatrze Królowej Matematyki.



Zero – rys. J. Pasybowska

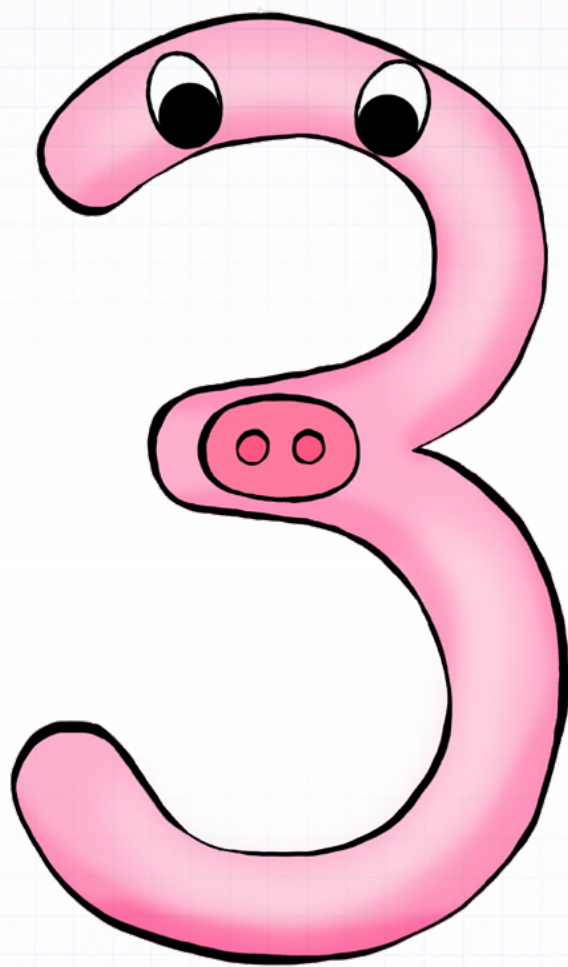
0123456789



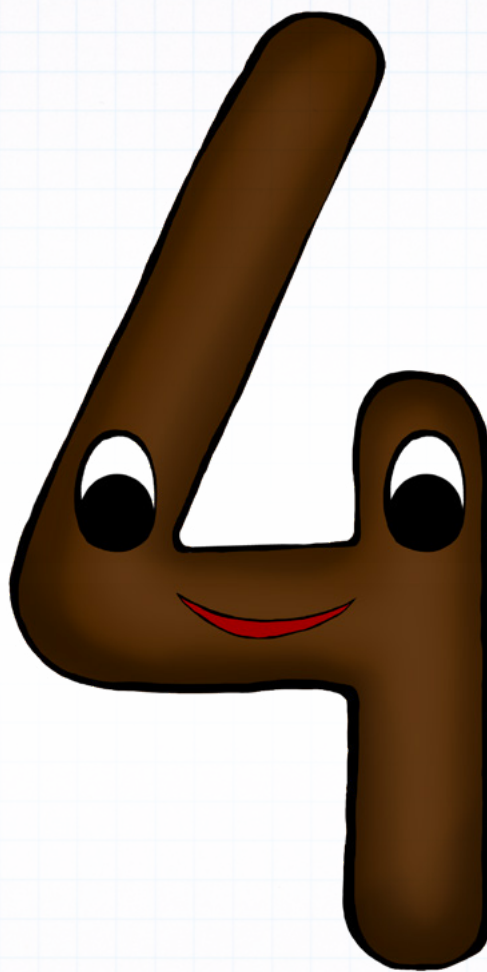
Jedyneczka – rys. J. Pasymowska



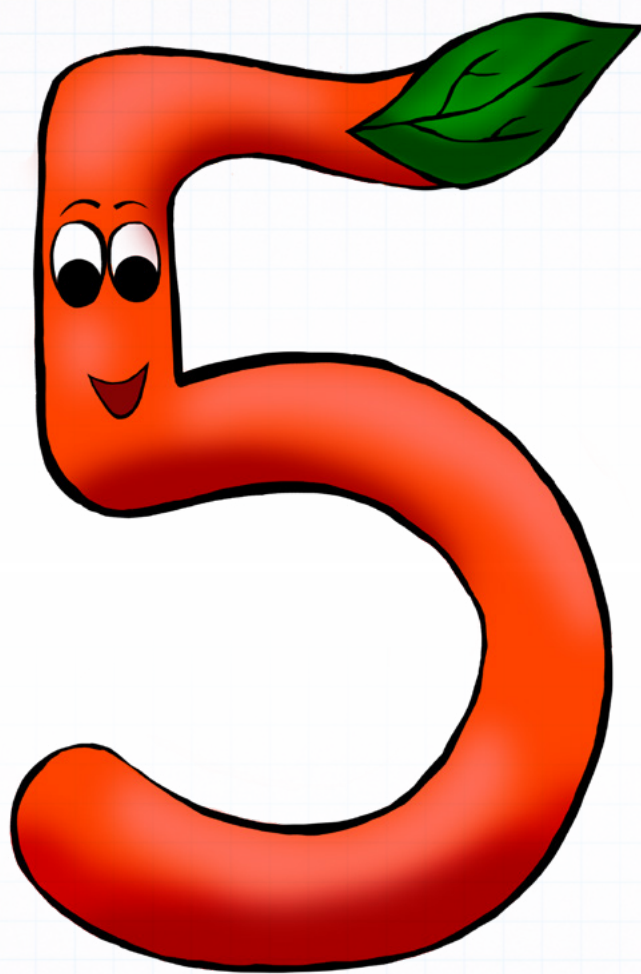
Dwójeczka – rys. J. Pasymowska



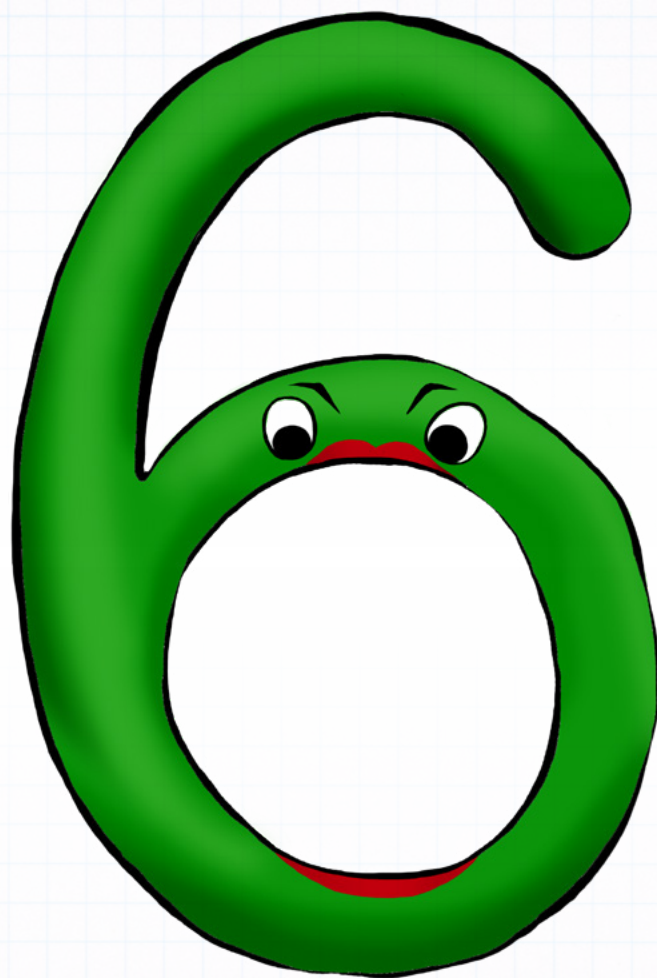
Trójeczka – rys. J. Pasymowska



Czwóreczka – rys. J. Pasymowska



Piąteczka – rys. J. Pasymowska

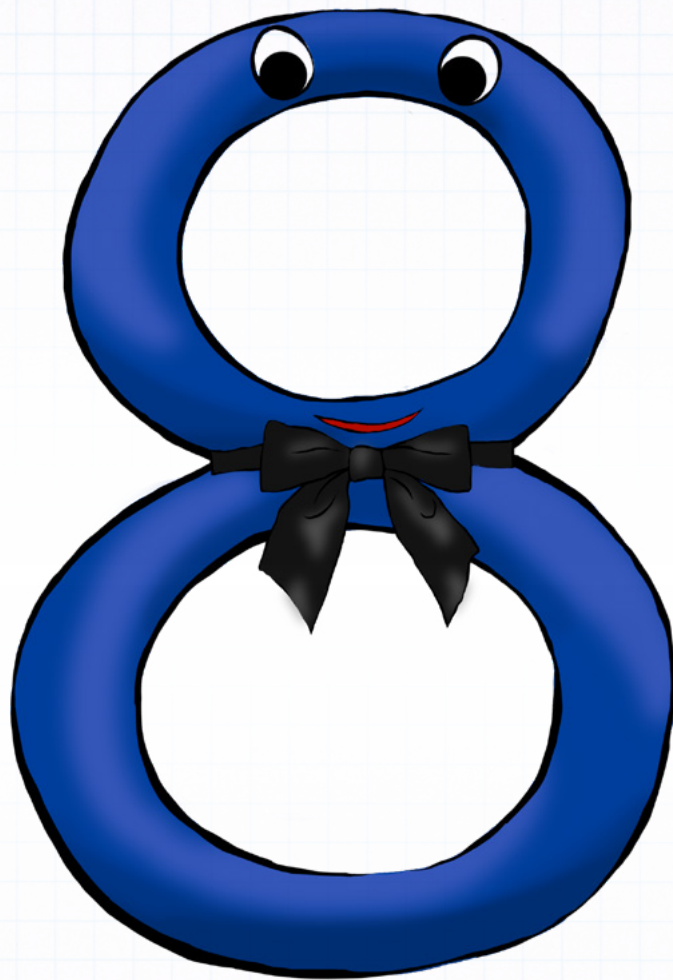


Szósteczka – rys. J. Pasymowska

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



Siódemeczka – rys. J. Pasymowska



Ósemeczka – rys. J. Pasymowska



Dziewiąteczka – rys. J. Pasymowska

Ośrodek Rozwoju Edukacji

Aleje Ujazdowskie 28

00-478 Warszawa

tel. 22 345 37 00

www.ore.edu.pl