



$$1 + 1 = ?$$

Marzena Kędra

# Jak rozwijać myślenie matematyczne

---

P o r a d n i k

Marzena Kędra

# Jak rozwijać myślenie matematyczne

---

P o r a d n i k

Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Warszawa 2022

Konsultacja merytoryczna  
Wydział Rozwoju Kompetencji Kluczowych  
**Anna Kasperska-Gochna**

Redakcja i korekta  
**Tomasz Karpowicz**

Projekt okładki, layout,  
redakcja techniczna i skład  
**Barbara Jechalska**

Fotografia na okładce: © TunedIn61/Photogenica

Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Warszawa 2022  
Wydanie I

ISBN 978-83-66830-52-3

Publikacja jest rozpowszechniana na zasadach licencji  
Creative Commons Uznanie Autorstwa – Użycie Niekommercyjne (CC-BY-NC)

00-478 Warszawa  
Aleje Ujazdowskie 28  
[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)

# Spis treści

Wstęp .....	5
1. Zaproszenie do matematycznej podróży .....	7
2. Planowanie i organizacja pracy na zajęciach matematycznych .....	15
3. W poszukiwaniu edukacji rozwijającej myślenie matematyczne .....	24
4. Jak uczyć, aby realizacja celów nauczania edukacji matematycznej zakończyła się sukcesem? .....	28
5. Aktywne uczestnictwo dziecka w odkrywaniu matematyki .....	31
6. Innowacyjne rozwiązania dydaktyczne umożliwiające skuteczne rozwijanie umiejętności matematycznych u uczniów w klasach I–III .....	45
7. Metody i techniki pracy wspierające rozwijanie myślenia matematycznego u uczniów .....	69
8. Zintegrowana Platforma Edukacyjna .....	80
9. Sposoby ewaluacji postępów uczniów w zakresie umiejętności matematycznych .....	85
Bibliografia .....	92

# Wstęp

Współczesny świat stawia szkole i nauczycielom ogromne wymagania. Zadaniem szkoły jest przygotowanie do życia we wciąż zmieniającej się rzeczywistości, oznaczające realizowanie programu skoncentrowanego na dziecku, na jego indywidualnym tempie rozwoju i możliwościach uczenia się. Sukces uczniów w znacznej mierze zależy od ich umiejętności kreatywnego podejścia do życiowych zadań i radzenia sobie ze złożonością wciąż przekształcającej się rzeczywistości. Rolą nauczyciela jest wspieranie uczniów w twórczej aktywności, w budowaniu postawy otwartości na świat i drugiego człowieka, rozwijanie potrzeby poszukiwania i odkrywania naszej rzeczywistości, ale także – jej zmieniania. Wiąże się to przede wszystkim z koniecznością świadomego budowania motywacji wewnętrznej wychowanków do bycia twórczym.

W tym współczesnym świecie ważne miejsce zajmuje matematyka, będąca zbiorem reguł i zasad pozwalających opisać świat i aktywność człowieka. Pozwala wyposażać dziecko w to, co niezbędne do funkcjonowania wśród innych ludzi: wiedzę i umiejętności. *Dzieci od najmłodszych lat wzmacniają i doskonalą umiejętności matematyczne oraz kształtują pozytywne myślenie o matematyce, która jest częścią naszego życia. Nauczyciele powinni uzmysławiać małym uczniom, że matematyka jest wokół nich i ma zastosowanie w licznych dziedzinach życia*<sup>1</sup>.

Kompetencje zdobyte w tym okresie powinny zapewnić optymalny wszechstronny rozwój dziecka, który będzie determinował jakość jego późniejszego życia.

To, w jaki sposób młody człowiek poradzi sobie z tym wyzwaniem, zależy oczywiście od wielu czynników.

Jednym z najważniejszych czynników sukcesu życiowego jest sposób przygotowania procesu edukacji zgodnie z potrzebami i możliwościami jego odbiorcy. Dla zaplanowania optymalnego procesu kształcenia konieczna jest świadomość możliwości i ograniczeń rozwojowych dzieci. Młodszy wiek szkolny to etap rozwoju charakteryzujący się szczególną sensytywnością procesów poznawczych, chłonnością umysłu, ale równocześnie jest to nadal czas, w którym symboliczny sposób myślenia jest warunkowany konkretnymi doświadczeniami.

Sukcesy odnoszone w tym okresie przez dzieci wspomagają ich poczucie sprawczości i podmiotowości, co przekłada się na solidne podstawy do stawiania sobie wyzwań i do ich realizowania w przyszłości. Odwrotnie dzieje się z porażkami. Brak emocjonalnej dojrzałości do radzenia sobie z sytuacjami trudnymi, przy dużym ich nawarstwieniu, sprawia, że w dziecku uruchamia się mechanizm obronny w postaci odrzucenia szkoły i traktowania jej jako przeszczeni drugo- lub nawet trzecioplanowej.

---

<sup>1</sup> Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: ORE, s. 5.

Wczesne negatywne doświadczenia edukacyjne rzutują na podejście uczniów do kształcenia w kolejnych etapach. Najwyraźniej widoczne jest to w postawie wobec matematyki. Z badań Edyty Gruszczyk-Kolczyńskiej<sup>2</sup> wynika, że połowa uczniów przychodzi do szkoły podstawowej jako uzdolnieni matematycy, jednak w toku edukacji ten talent zostaje zaprzepaszczone. Wskazuje to na destruktywną rolę środowiska szkolnego w aktualizowaniu potencjału dziecka i zmusza do refleksji nad przyczynami takiego stanu rzeczy.

Na podstawie własnych doświadczeń i analizy dostępnych badań edukacyjnych doszukiwałabym się pedagogicznych przyczyn tego wyniku w:

- automatyzacji działań edukacyjnych – uczniowie, zamiast samodzielnie zdobywać wiedzę o świecie, otrzymują gotowy pakiet informacji do opanowania jako jedyny słuszny i obowiązujący. Profesor Dorota Klus-Stańska, wybitna znawczyni dyskursu pedagogicznego, nazywa ten stan rzeczy „walką o przetrwanie” i stwierdza, że uczniowie mają potencjał, który szkoła zamienia na bezradność poznawczą<sup>3</sup>;
- stereotypach edukacyjnych, sprowadzających się do bardzo wczesnych podziałów uczniów na matematyków i humanistów;
- dyktaturze testów – polska szkoła stała się obiektem wieloaspektowej oceny, zwłaszcza w zakresie jej efektywności edukacyjnej. Mają temu służyć testy osiągnięć. Jednak im więcej testowania, tym mniej czasu na samą naukę. Z kolei dziecko uczy się wtedy, gdy pracuje, gdy mierzy się z kolejnymi wyzwaniem, zabiera się do czegoś, czego jeszcze nie umie, popełnia błędy i próbuje jeszcze raz;
- blokowaniu naturalnych mechanizmów poznawczych dziecka przez presję na opanowanie czegoś, co przekazuje się mu nieodpowiednio – werbalnie, bez dostatecznie długiego wprowadzenia przez czynności dziecka wykonywane na konkretach, zbyt abstrakcyjnie, w sposób dla dziecka niezrozumiały, zbyt oderwany od jego zainteresowań;
- niskiej autonomii nauczycieli – nauczyciele, poddani ocenie i ustawicznej kontroli, podchodzą coraz częściej do swoich obowiązków jak urzędnicy, skoro ich głównym zadaniem staje się dbanie o porządek w dokumentacji, gdyż to właśnie ona podlega weryfikacji, a nie – samo zaangażowanie i podejście pedagogiczne do uczniów. Taka biurokratyzacja jest istotną barierą w rozwijaniu twórczego myślenia nauczycieli, co przekłada się na niepodejmowanie twórczego myślenia przez uczniów;
- motywacji ucznia;
- pokazywaniu korelacji matematyki i innych dyscyplin oraz odnoszeniu się do kompetencji matematycznych niezbędnych w życiu codziennym;
- przygotowaniu nauczycieli w trakcie studiów.

---

<sup>2</sup> Gruszczyk-Kolczyńska E., [Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze](#) [dostęp: 26.10.2020].

<sup>3</sup> Klus-Stańska D., (2002), *Konstruowanie wiedzy w szkole*, Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.

# 1. Zaproszenie do matematycznej podróży

Z uwagi na przedstawione we wstępie aspekty oraz możliwości rozwojowe dziecka warto w procesie kształcenia posłużyć się konstruktywistyczną teorią wiedzy i poznania, która wywodzi się z idei teorii rozwoju opracowanej przez Jeana Piageta, Lwa Wygotskiego i Jerome'a S. Brunera.

Konstruktywizm jest najbardziej znaczącym ostatnio trendem w edukacji, odnoszącym się do dynamicznej relacji między tym, jak nauczyciele uczą, a jak uczą się uczniowie.

Zgodnie z jej założeniami, celem uczenia powinno być doprowadzenie do tego, aby uczeń zaczął myśleć samodzielnie i aktywnie uczestniczył w procesie zdobywania wiedzy.

## **Konstruktywistyczna perspektywa nauczania i uczenia**

Konstruktywistyczna perspektywa ujmowania nauczania i uczenia się akcentuje aktywność uczącego się, w wyniku której podmiot buduje swą rzeczywistość<sup>4</sup>. Uczący się aktywnie konstruuje własną wiedzę, a nie – przyswajają ją jako przekazaną przez nauczycieli, gdyż uczeń jest budowniczym struktur własnej wiedzy. Szczegółowe założenia konstruktywizmu, jako teorii wiedzy i poznawania, można sformułować następująco:

- Wiedza nie jest „poza nami” i nie czeka, aby być odkrytą; rzeczywistość nie istnieje odmiennie od obserwatora: jest to jakaś jedność; to obserwator tworzy znaczenie tego, co widzi, a dalej – wiedzę o tym, co widzi, a jeszcze dalej – świat, w którym żyje.
- Oparta na współczesnej psychologii, filozofii i antropologii, ta teoria opisuje wiedzę jako czasowo zdeterminowaną, rozwojową, wewnętrznie konstruowaną, kulturowo i społecznie uwarunkowaną, a nawet jako subiektywną kategorię.
- Wiedza jest konstrukcją zbudowaną przez podmiot poznający, ale okazuje się także konstruowana społecznie.
- Wiedza nie składa się wyłącznie z faktów, zasad i teorii wyprowadzanych z obserwacji zjawisk i zdarzeń. Wiedza to także zdolność wykorzystywania informacji w racjonalny sposób. Wiedza to także uczucia i interpretacje. Wiedza to nieustanna interpretacja znaczenia zdarzeń i zjawisk.

W kontekście sformułowanych wyżej twierdzeń dotyczących wiedzy i poznawania podstawowe tezy konstruktywizmu jako teorii uczenia się można ująć następująco:

- Nie jest to teoria nauczania – ale może sugerować nam zdecydowanie inne podejście do nauczania w stosunku do tych, które możemy obserwować w większości szkół i uczelni.
- Jest to teoria wiedzy i uczenia się: opisuje zarówno to, jak to jest, że wiemy coś, i to, w jaki sposób dochodzi się do wiedzy.

---

<sup>4</sup> Bruner J.S., (2010), *Kultura edukacji*, przeł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz, *Horyzonty Nowoczesności*, t. 44, Kraków: Towarzystwo Autorów i Wydawców Prac Naukowych, s. 3–10.

- Uczenie się z takiej perspektywy jest samoregulacyjnym procesem zmagania się z konfliktem między istniejącymi, osobistymi modelami świata a docierającymi informacjami z zewnątrz.
- Uczenie się to proces konstruowania nowych modeli i reprezentacji świata za pomocą narzędzi kulturowych i symboli – jest to proces nieustannego negocjowania znaczeń poprzez uczenie się i pracę w grupie oraz dyskurs.
- W konstruktywizmie zakłada się nieco odmienne rozumienie środowiska uczenia się:
  - środowisko to także wszystko to, co uczestniczy w konstruowaniu nowej wiedzy o świecie, to wiedza uprzednia;
  - styl poznawczy uczącego się;
  - relacje między uczącym się a przedmiotem poznawania.

Jak przekładają się zasady konstruktywizmu na pedagogiczne oddziaływania?

- Pierwsza zasada – stawianie problemów odpowiednich (zwłaszcza atrakcyjnych) dla uczniów.
- Druga zasada – organizowanie nauczania wokół jakichś podstawowych pojęć. Mogą to być problemy, pytania czy sytuacje. Uczniowie bardziej angażują się w zagadnienia prezentowane całościowo. Dla wielu osób uczących się budowanie całości z bardzo szczegółowych zagadnień omawianych odrębnie jest wielką trudnością.
- Trzecia zasada – poszukiwanie i docenianie uczniowskiego punktu widzenia w procesie kształcenia.

Świadomość uczniowskiej wiedzy potocznej (osobistych punktów widzenia i przekonań) pozwala nauczycielom na osadzanie czynności uczenia się w kontekście wiedzy uczniów, będą one wtedy dla nich bardziej znaczące.

Konsekwencją realizacji wyżej wskazanej zasady jest postulat uwzględniania posiadanej już przez uczniów wiedzy w programie nauczania, co pozwoliłoby nauczycielom na budowanie pomostu między obecnym rozumieniem danych zagadnień przez uczniów a rozumieniem bardziej złożonym. Zdobywanie wiedzy – głębszego rozumienia – zachodzi w głowie ucznia, nauczyciel stwarza uczniom tylko możliwości działań poznawczych. W naturalny sposób z powyższej zasady wynika ostatni postulat konstruktywizmu, aby oceniać wyniki ucznia w kontekście procesu kształcenia oraz zapewnionych warunków.

Tu wyłaniają się pewne konsekwencje dla nauczycielskich zachowań edukacyjnych.

Jak zatem będzie się zachowywał taki konstruktywistyczny nauczyciel?

Będzie to przede wszystkim nauczyciel, który inspirowanie i akceptuje autonomię uczniów oraz ich inicjatywę w uczeniu się. Chodzi tu głównie o stwarzanie klimatu i inspirowanie uczących się do stawiania pytań, do projektowania działań, które odpowiadałyby na te pytania. Próbuje poznać rozumienie pojęć przez uczniów, zanim przedstawi im własne rozumienie danych pojęć.



Zakłada się, że takie postępowanie będzie sprzyjać rozwijaniu odpowiedzialności za własne uczenie się. Taki nauczyciel wykorzystuje surowe dane, podstawowe źródła wraz z innymi materiałami fizycznymi oraz interaktywnymi. Pozwala to na budowanie własnego rozumienia badanych zagadnień, formułowanie uogólnień, by później móc konfrontować je z innymi opiniami. Ważne, aby nauczyciel prezentujący zadania do wykonania przez uczniów posługiwał się terminologią z zakresu nauk poznawczych – przykładowo: *sklasyfikuj, uporządkuj, analizuj, postaw hipotezę, utwórz, skonstruuuj* itp.

Konsekwencją wdrażania do poczucia większej odpowiedzialności za własne uczenie się jest zgoda na to, aby uczący się mieli wpływ na kierowanie procesem nauczania, zmianę strategii nauczania czy zmiany w doborze materiału nauczania. Inspiruje to ich do udziału w dialogu, zarówno z samym nauczycielem, jak i z rówieśnikami. Ma to też duże znaczenie dla uczniowskich poszukiwań poprzez zadawanie przemyślanych, otwartych pytań, zachęca uczących się do wzajemnego zadawania pytań.

Wreszcie – nauczyciel wdrażający zasady konstruktywistycznego podejścia do nauczania angażuje uczących się w doświadczanie różnych sytuacji mogących powodować konflikty z przyjętymi przez nich założeniami.

Nauczyciel – konstruktywista przede wszystkim pielęgnuje naturalną ciekawość uczniów jako najcenniejszy motyw samodzielnego uczenia się. Należy jeszcze dodać, że konstruktywistyczne nauczanie wymaga od nauczyciela znacznie głębszego rozumienia przedmiotu nauczania niż w nauczaniu transmisyjnym (podającym). Dotyczy to przede wszystkim różnych sposobów interpretacji i prezentacji określonych pojęć czy zasad oraz różnych sposobów dochodzenia do danego pojęcia czy zasady, zależnie od stanu wiedzy i preferowanych przez uczniów stylów pracy. Dzieje się tak przede wszystkim ze względu na wspomnianą wyżej zasadę całościowego podejścia do problemu.

Pojawia się tu także wyzwanie dla nauczycielskich umiejętności pedagogicznych. Co więcej, takie konstruktywistyczne zajęcia w realizacji mogą czasem dotykać daleko szerszych zagadnień niż te zaplanowane w projekcie. Dotyczy to nie tylko obszarów danej dziedziny, lecz także dziedzin z daną dyscypliną pokrewnych.

Uczenie się jest zatem pojmowane jako aktywny proces konstruktywistyczny, w którym każda nowa wiedza powstaje na bazie wiedzy i doświadczenia zdobytych wcześniej, przy czym wykorzystuje je i jednocześnie zmienia. Zatem tylko taka osoba, która potrafi uczyć się samodzielnie i na własną odpowiedzialność, będzie uczyć się efektywnie.

Do uwarunkowań niezbędnych dla efektywnego i autonomicznego procesu uczenia się należą pewne cechy osobowościowe, wśród których można wyróżnić m.in.:

- akceptację samego siebie i zaufanie do własnych możliwości przyswajania nowej wiedzy,
- motywację wewnętrzną i motywację zewnętrzną,
- akceptację samodzielności w procesie uczenia się,

- umiejętność wyznaczania sobie celów,
- systematyczne planowanie własnej drogi uczenia się, o ile uczenie się nie jest wytyczone przez materiały dydaktyczne,
- ocenę wyników własnej nauki.

Według dydaktyki konstruktywistycznej uczenie się to proces polegający na interakcjach między nauczycielem a uczącym się. Uczniowie aktywnie konstruują własną wiedzę, do czego wykorzystują wiedzę już posiadaną. Nie rejestrują informacji, ale budują struktury wiedzy z dostępnych informacji. Zatem w konstruktywizmie akcentuje się proces, w wyniku którego uczniowie tworzą i rozwijają własną wiedzę.

Jedną z najpoważniejszych konsekwencji praktycznych takich przesłanek jest założenie, że należy dbać o to, aby były one wyzwaniem dla dotychczasowego rozumienia świata. Z punktu widzenia dydaktyki konstruktywistycznej uczenie okazuje się procesem interaktywnym, w czasie którego nauczyciel i uczniowie uczestniczą aktywnie w tym samym przedsięwzięciu lub obserwują je z różnych perspektyw.

Do postępow w uczeniu się dochodzi poprzez tzw. konstrukcję, rekonstrukcję oraz dekonstrukcję<sup>5</sup>:

- konstrukcja oznacza wynalezienie, stworzenie od nowa wiedzy;
- rekonstrukcję można zdefiniować jako (ponowne) odkrycie, wypróbowanie wiedzy;
- dekonstrukcja to badanie, ujawnianie i odrzucenie dotychczasowej wiedzy.

Należy zatem wymienić kilka ważnych cech, które definiują pracę uczniów jako pracę/naukę o charakterze konstruktywistycznym:

- umożliwia ona uczenie się zorganizowane samodzielnie z dużym stopniem autonomii,
- daje szansę na powtarzalny i zrozumiały proces uczenia się zakończony sukcesem,
- pozwala na wspólne planowanie i badanie procesu uczenia się – przez nauczyciela i przez ucznia,
- zapewnia przekazywanie informacji zwrotnej oraz wdrażanie systemowego oceniania,
- otwiera możliwość pracy różnymi metodami, względnie – dochodzenia do wiedzy różnymi drogami,
- daje szansę na zmianę roli ucznia: im bardziej uczniowie występują jako „dydaktycy” na lekcji, tym łatwiej mogą wchodzić w różne inne role, np. uczestnika, obserwatora, głównego bohatera i – co za tym idzie – wzmacniać swój potencjał w zakresie podejmowania samodzielnego działania, odpowiedzialności za swój proces uczenia się, a przy tym wzrasta ich poczucie wartości.

---

<sup>5</sup> Por. Anioł M., Kołodziejczyk H., Majer A., Lesińska-Gazicka A., [Od dziecięcej ciekawości do dojrzałości poznawczej](#) [dostęp: 26.10.2020].

Aby kształcenie w duchu konstruktywistycznym mogło zostać zrealizowane, konieczne jest również nowe spojrzenie na podstawę programową i na zapisane w niej wymagania szczegółowe. To nowe spojrzenie polega nie na modyfikacji samej podstawy (bo formalnie nie jest to możliwe), ale na potraktowaniu jej jako merytoryczny punkt, do którego powinny zmierzać osiągnięcia uczniów, z wyraźnym podkreśleniem, że metody i środki, które temu mają służyć, powinny wykorzystywać myślenie i postrzeganie matematyczne do rozwiązywania problemów w codziennych sytuacjach.

Zadania nauczyciela to więc dostarczanie okazji do zdobywania nowych doświadczeń, aktywizowanie ucznia i ukierunkowanie jego procesu uczenia się. W taki sposób zdobyta wiedza ma pozwolić na efektywne działanie w otaczającym świecie.

Proces kształcenia zatem powinien przygotować człowieka do twórczego przekształcania otaczającej go rzeczywistości, co wymaga uruchomienia wielu sfer aktywności.

Ponieważ każdy człowiek ma indywidualne zdolności poznawcze, często wykraczające poza zdolności lingwistyczno-logiczne (tradycyjnie oceniane w szkole), każde dziecko ma swój najbardziej efektywny sposób zdobywania wiedzy.

Konstruktywistyczny model nauczania, zapewniający dziecku możliwość samodzielnego eksplorowania świata, umożliwi zdobycie własnej wiedzy zgodnie z preferowanymi zdolnościami poznawczymi.

### **Nauczanie polisensoryczne oraz nauczanie przez działanie**

Podstawą rozwoju dziecka jest rozwój systemów sensorycznych oraz procesów układu nerwowego. Dlatego bardzo ważną okazuje się stymulacja układu nerwowego poprzez dostarczanie bodźców pochodzących z różnych źródeł i odbieranych przez różne zmysły.

To właśnie dzięki stymulacji wielozmysłowej mózg otrzymuje informacje ze wszystkich zmysłów, rozpoznaje, interpretuje i segreguje te interpretacje oraz przeprowadza ich integrację z wcześniejszymi doświadczeniami.

Uczymy się przez zmysły i bez informacji docierających do naszego systemu nerwowego nie byłoby uczenia się ani rozwoju. Niektórzy ludzie uczą się, słuchając, inni lepiej zapamiętują to, co widzą, a jeszcze inni wykorzystują różne kombinacje zmysłów, by uczyć się wydajniej<sup>6</sup>.

Zapamiętujemy:

10% tego, co czytaliśmy.

20% tego, co słyszeliśmy.

30% tego, co widzieliśmy.

50% tego, co widzieliśmy i słyszeliśmy.

70% tego, co mówiliśmy w czasie rozmowy.

90% tego, co przeżyliśmy lub sami wykonaliśmy.

---

<sup>6</sup> Maas V.F., (1998), *Uczenie się przez zmysły. Wprowadzenie do teorii sensorycznej*, Warszawa: WSiP.

Należy jednak pamiętać, że we wczesnym dzieciństwie dziecko poznaje świat jedynie za pomocą zmysłów, poprzez praktyczne działanie. Takie nauczanie polisensoryczne, dostarczające coraz to nowych bodźców, angażuje różne zmysły, dzięki czemu pozwala na dotarcie większej ilości informacji do układu nerwowego. Efektem jest osiągnięcie lepszych wyników w uczeniu się dziecka. Taki styl nauki daje bardzo szybkie rezultaty.

Stymulacja polisensoryczna usprawnia zmysły – czucie proprioceptywne, dotyk, węch, smak, wzrok i słuch – w taki sposób, by dawać uczniom możliwość integracji oraz poznawania świata przy użyciu własnych zmysłów.

Informacja podana za pomocą kilku kanałów sensorycznych pobudza większy obszar w mózgu. Staje się dla niego silniejszym bodźcem i dzięki temu lepiej zapada w pamięć oraz łatwiej jest przypomniana. Oznacza to, że nie tylko jest lepiej zapamiętana, lecz także dostępność do niej jest większa. Za sprawą bodźca z dowolnego kanału może się wzbudzić ślad pamięciowy.

Nauczanie polisensoryczne:

- wzbudza ciekawość poznawczą;
- zaspokajają potrzebę kontaktu z innymi dziećmi (uczniowie współpracują podczas wykonywania różnych zadań);
- wspógra z dziecięcą otwartością, ciekawością i spontanicznością (uczniowie wykonują różnorodne zadania);
- sprawia, że nauka szczególnie języka obcego wydaje się łatwa i przyjemna, często przybiera formę zabawy lub gry;
- dziecko „nie stresuje się”, ponieważ często nawet nie zdaje sobie sprawy z tego, że w danej chwili przyswaja sobie nowe treści;
- sprawia, że dziecko w sposób naturalny zaczyna używać zdobyte wiadomości i umiejętności.

Polisensoryczność uczenia polega na tym, że dzieci wielozmysłowo, aktywnie, doświadczają „wiedzy” – angażują swoje zmysły i dzięki temu przekształcają rzeczywistość<sup>7</sup>. W takim ujęciu rola nauczycieli obejmuje przygotowanie pomocy dydaktycznych, zaplanowanie doświadczeń, pracę w plenerze, w taki sposób, aby dzieci mogły działać i z wykorzystaniem jak najliczniejszych analizatorów percepcji zdobywać wiedzę i umiejętności przewidziane do rozwoju na danym etapie edukacyjnym.

Takiego środowiska dydaktycznego nie można stworzyć, jeżeli do pracy z dziećmi wykorzystuje się tylko zeszyty ćwiczeń, karty pracy, wykłady czy pogadanki: polisensoryczność zakłada w sobie uczenie się poprzez działanie.

---

<sup>7</sup> Żylińska M., (2013), *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Toruń: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.

Rola nauczyciela zmienia się tutaj z aktywnego nadawcy na refleksyjnego twórcę pola doświadczalnego, który – z jednej strony – umie stworzyć przestań do działania, a z drugiej – na podstawie obserwacji potrafi tak modyfikować środowisko edukacyjne, aby uczniowie zdobyli umiejętności zapisane w podstawie programowej.

Przygotowanie tego środowiska edukacyjnego wymaga zaangażowania nauczycieli przed zajęciami, natomiast w trakcie lekcji będą oni mogli się skupić na obserwacji, czy uczniowie realizują założenia podstawy programowej.

Warto również pamiętać, że w kształceniu ważny jest proces, a nie – końcowy produkt<sup>8</sup>. Dlatego też nauczyciele muszą mieć czas na jego obserwację.

### **Wielkopolska Szkoła Ćwiczeń Cogito<sup>9</sup>**

To projekt, który wspiera proces uczenia się nauczycieli i studentów w zakresie rozwoju kompetencji kluczowych i umiejętności uniwersalnych. Realizacja działań obejmuje obszary: matematyczny, przyrodniczy, językowy i informatyczny.

W szkole ćwiczeń przyszli nauczyciele doświadczają praktycznej weryfikacji teorii poznawanej podczas studiów, a już pracujący – doskonalą swój warsztat pracy i dzielą się swoimi pomysłami z innymi nauczycielami.

Szkoła ćwiczeń opiera się na trzech wybranych funkcjach:

- funkcji dydaktycznej – polegającej na prezentowaniu studentom (w ramach kształcenia) i nauczycielom (w ramach doskonalenia zawodowego) skutecznych form i metod pracy z uczniami oraz przedstawianiu rozwoju organizacyjnego szkoły jako społeczności uczącej się, dążącej do kształtowania kompetencji nauczycieli i uczniów;
- funkcji promocyjnej – polegającej na promowaniu innowacyjnych działań szkół i nauczycieli, a także na wskazywaniu modelowych rozwiązań w zakresie zadań dydaktycznych, wychowawczych oraz organizacyjnych;
- funkcji integracyjnej – realizowanej poprzez integrowanie zasobów (wiedzy, kompetencji i działań) instytucji powołanych do wspierania pracy szkoły oraz kształcenia nauczycieli.

Niezwykle ważną funkcję pełni w szkole ćwiczeń nauczyciel – otwarty na podejmowanie wyzwań, a jednocześnie mający ugruntowany warsztat pracy. Nauczycielowi towarzyszą pracownicy placówek wspierających pracę szkoły, wraz z eksperckim głosem pracowników wyższych szkół pedagogicznych. Wszystkie działania są wspólnie planowane, przygotowywane, a w konsekwencji wykorzystywane w podnoszeniu kompetencji innych nauczycieli, pracowników systemu doskonalenia i szkoły wyższej. Dla organów prowadzących i organów nadzoru pedagogicznego są to ośrodki działań innowacyjnych, które można wykorzystać

<sup>8</sup> Tamże.

<sup>9</sup> Na podst.: *Model szkoły ćwiczeń*, <https://www.ore.edu.pl>

w działaniach związanych ze wspomaganie pracy szkół i w inspirowaniu do podejmowania działań innowacyjnych, służących rozwojowi kluczowych kompetencji uczniów.

Założenia funkcjonowania szkoły ćwiczeń w systemie edukacji przedstawiają się następująco:

- Szkoła ćwiczeń jako miejsce upowszechniania innowacyjnych działań wspierających rozwój kompetencji kluczowych uczniów, ze szczególnym uwzględnieniem nauczania języków obcych, matematyki, przedmiotów przyrodniczych, technologii informacyjno-komunikacyjnych (TIK), dzielenia się wiedzą i umiejętnościami, współpracuje z innymi szkołami, placówkami wspomaganie (PPP, BP, PDN) oraz ze szkołami wyższymi.
- Szkoła ćwiczeń jako miejsce rozwoju zawodowego dyrektorów i nauczycieli, którzy stosują ciekawe rozwiązania dydaktyczne, organizacyjne, wychowawcze w zakresie działań wspierających rozwój kluczowych kompetencji uczniów, ze szczególnym uwzględnieniem nauczania języków obcych, matematyki, przedmiotów przyrodniczych i TIK, jest partnerem kuratorium oświaty jako organu nadzoru pedagogicznego, a także organu prowadzącego szkołę.
- Szkoła ćwiczeń jako placówka realizująca lokalną strategię oświatową, związaną z budowaniem sylwetki absolwenta z wysokim poziomem kompetencji, skutecznie przygotowanego do funkcjonowania na lokalnym rynku pracy, współpracuje z jednostkami samorządu terytorialnego.

Na strategię organizowania i funkcjonowania szkoły ćwiczeń składają się:

- współpraca
- podmiotowość
- tworzenie klimatu sprzyjającego uczeniu się
- innowacyjne rozwiązania
- wykorzystanie nowoczesnych technologii w procesie uczenia się
- monitorowanie działań i ewaluacja pracy w szkole ćwiczeń
- zarządzanie szkołą ćwiczeń
- kompetencje kluczowe.

W tym poradniku czytelnik znajdzie powyższe strategie, które były stosowane w procesie realizacji działań projektowych – Wielkopolska Szkoła Ćwiczeń Cogito.

## 2. Planowanie i organizacja pracy na zajęciach matematycznych

Organizacja pracy lekcyjnej powinna zmierzać do tego, aby uczniowie nie wykonywali zadań w sposób mechaniczny. Chodzi o to, aby uczniowie znali cel pracy, jej przeznaczenie oraz aby mogli korzystać z efektów pracy.

Nastawienie na osiągnięcie konkretnych rezultatów sprzyja podejmowaniu zadań autentycznych, które mają ekonomiczny sens, przyczyniają się do powiększenia wspólnego dobra, do polepszenia warunków szkolnego życia. Na tej płaszczyźnie kształtuje się poczucie odpowiedzialności, wspólnoty celów, powstają warunki do tego, aby dzieci czuły się gospodarzami we własnej klasie i szkole.

Warto przyjąć zasadę, że uczenie się nie może polegać tylko na powielaniu cudzych myśli, korzystaniu z gotowych treści. Trzeba więc stwarzać takie warunki, aby uczniowie mogli wyrażać własne sądy, ujawniać swoje wewnętrzne dążenia i przeżycia – dzieci mogą np. samodzielnie wybierać tematy do własnych prac.

Każdy uczeń powinien mieć zapewnioną indywidualną „drogę” rozwoju. Nauczanie i wychowanie nie mają „tworzyć” dziecka, ale ma pomagać w jego rozwijaniu.

Dlatego nauczyciel planujący pracę z dziećmi musi zadać sobie pytanie – „co chcę osiągnąć w pracy z dziećmi?”, a przy tym powinien pamiętać o dostosowaniu zadań i zajęć do potrzeb i zainteresowań dzieci.

Praca wymaga spersonalizowania, a zatem powinna być zindywidualizowana, uspołeczniona, kreatywna.

- Zindywidualizowana, ponieważ koncentruje się na osobie, na jej wcześniejszej wiedzy, jego pragnieniach, potrzebach. Promuje ekspresję i zapewnienie indywidualnej wolności, ponieważ opiera się na ekspresji wyboru, który wymaga zdolności do podjęcia decyzji, zaangażowania, promuje autonomię.
- Uspołeczniona, ponieważ jest częścią zbiorowej dynamiki. Opowiada się za wzajemną pomocą, domaga się współpracy kosztem konkurencji. Wymaga komunikacji, wyjaśnienia procesów intelektualnych i osobistych oraz sfinalizowanych produktów. Opiera się na pojęciu umowy, ustanawia relację zaufania do drugiej osoby, zwłaszcza do nauczyciela i innych uczniów.
- Kreatywna, ponieważ buduje i promuje działania ekspresji, wyobraźni. Promuje i rozwija indywidualne podejście do uczenia się.

Osobiste zaangażowanie uczniów w proces uczenia się jest – według mnie – fundamentalną orientacją każdej transformacji życia szkolnego. Gwarantuje to, że uczeń nie będzie poddawany nakazowi: jest on podmiotem uczenia się, a nie – przedmiotem; jest częściowo mistrzem kontraktu, definiującym treść, rytm i cel oraz biorącym udział w ocenie swojej pracy.

Interwencje nauczyciela są zatem z konieczności dostosowywane do wyrażanych potrzeb, do obserwowanych sytuacji, są ukierunkowane, zindywidualizowane i bardziej skuteczne niż przemówienie skierowane do całej grupy.

Należy podkreślić, że to w czasie pracy osobistej dziecko najlepiej buduje swoją wiedzę, że właśnie wtedy najlepiej modeluje procesy intelektualne, które prowadzą do sukcesu, do zrozumienia, zapamiętywania. To z własnych udanych osobistych doświadczeń rozwija ono modele poznawcze, które można przenieść do innych sytuacji. Ta forma pracy jest, oczywiście, bardziej wymagająca dla ucznia niż po prostu udział w zajęciach grupowych.

Główne zasady pedagogiczne uzasadniające organizację spersonalizowanej pracy:

- możliwość wyboru przez ucznia
- możliwość działania i tworzenia
- możliwość komunikowania się.

### Praca spersonalizowana

Uczniowie dysponują odmiennymi talentami, zdolnościami i umiejętnościami. Podczas pracy spersonalizowanej uwzględnia się zainteresowania uczniowskie oraz zróżnicowane tempo pracy. Warunkiem jest upełnomocnienie uczniów, czyli zaangażowanie w planowanie własnej pracy, wybór zadań, odpowiedzialność za własne działania i ich skutki oraz świadomość własnych działań.

Po ustaleniu, w jakim celu uczeń będzie działać, w jaki sposób i w jakich warunkach to działanie będzie się odbywało, nauczyciel przystępuje do wspólnego z uczniami planowania pracy.

### **O indywidualnym tempie uczenia się**

Indywidualizacja to także bezpośrednia praca indywidualna nauczyciela z uczniem, zwłaszcza z tym określanym w dokumentach tzw. prawa oświatowego, uczniem o indywidualnych potrzebach edukacyjnych (dziecko zdolne lub dziecko przejawiające trudności w jakiejś dziedzinie). Choć nasuwa się następująca refleksja: czy w kontekście doceniania i akceptacji indywidualności każdego dziecka nie można przyjąć, że każdy uczeń jest na swój sposób uczniem o indywidualnych potrzebach edukacyjnych<sup>10</sup>?

Podejście do kształcenia oparte na indywidualizacji wymaga od nauczyciela znajomości najnowszych odkryć z zakresu badań nad mózgiem, gdyż każdy uczeń inaczej się uczy, a czasem te różnice są znaczące. Gdy planuje się proces edukacyjny, trzeba uwzględnić przygotowanie różnych propozycji dla uczniów o różnych potrzebach, czy też o stylach uczenia się. Wincenty Okoń twierdzi: „Indywidualizacja w nauczaniu to uwzględnienie w systemie dydaktyczno-wychowawczym różnic w rozwoju poszczególnych uczniów oraz dostosowanie treści, metod i organizacji działań pedagogicznych do tych różnic”<sup>11</sup>.

---

<sup>10</sup> Kędra M., Zatorska M., (2014), *Razem z dzieckiem*, Warszawa: ORE.

<sup>11</sup> Okoń W., (1998), *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak, s. 134.



Nauczyciel sprowadzający indywidualizowanie do poziomu konkretnej pracy powinien odpowiedzieć sobie na pytanie:

*W jaki sposób mam organizować tok pracy z uczniem, czyli dostosowywać zasady, metody, formy pracy, oceniania, mierzenia postępów, aby zrealizować zakładane cele i aby nauczanie było efektywne?*

Odpowiedź należy przenieść na planowanie i realizację procesu edukacyjnego prowadzonego z zespołem uczniów o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych, aby w wyniku tego procesu udało się zaspokoić specyficzne potrzeby każdego dziecka i aby dziecko mogło się uczyć i nauczyć.

Podstawą efektywnej pracy jest jej zaplanowanie w momencie rozpoczynania pracy z dzieckiem. W tym celu nauczyciel musi podjąć następujące działania:

- rozpoznanie sytuacji dziecka (obserwacja, dokumentacja pedagoga, psychologa, pielęgniarki szkolnej, informacje od wychowawcy, wywiad z rodzicami);
- przyjrzenie się strukturze całej klasy oraz określenie, w jaki sposób i dla których uczniów trzeba dostosować metody, formy i środki pracy.

### **Organizacja przestrzeni edukacyjnej**

W sprawnie działającej szkole dominują porządek, powaga, naturalna pilność, skupienie, dyscyplina – wszystko to na usługach zainteresowań i funkcjonalnej pracy. Aby to było możliwe, niezbędnym warunkiem umożliwiającym skuteczną pracę dzieci staje się modernizacja bazy materialnej. Célestin Freinet proponuje<sup>12</sup>:

- „Stwórzcie sobie dobrze zaopatrzoną bibliotekę pracy, załóżcie i powiększajcie kartotekę materiałów źródłowych, organizujcie wycieczki i zwiedzanie. Wtedy przełamiecie w sposób naturalny formalne i martwe ramy przestarzałych, scholastycznych technik”.
- „Zorganizujcie miejsce do przeprowadzania badań, zaopatrzenie się w niezbędny sprzęt, łatwy w obsłudze dla dzieci. Nowa technika, racjonalna i naukowa, wyprze na zawsze werbalne i abstrakcyjne podręczniki”.
- [Zorganizujcie różnorodne materiały do działań artystycznych,] „zobaczycie wówczas, z jaką pomysłowością wasi uczniowie będą posługiwać się narzędziami, które przygotowaliście do skutecznej realizacji ich twórczych dążeń, dla zaspokojenia ich funkcjonalnych pragnień”.

Aby zorganizować pracę uczniów, indywidualną czy grupową, nauczyciel powinien świadomie zaplanować i zorganizować przestrzeń edukacyjną oraz całe szkolne środowisko uczenia.

<sup>12</sup> Freinet C., (1976), *O szkołę ludową. Pisma wybrane*, Wrocław – Warszawa – Kraków – Gdańsk: Zakład Narodowy im. Ossolińskich, Wydawnictwo Polskiej Akademii Nauk, s. 339.

Środowisko fizyczne stanowi ramy, w których odbywa się proces nauczania – uczenia się. Istotna jest celowość zagospodarowania przestrzeni uwzględniająca zarówno indywidualną pracę uczniów, jak i pracę zorganizowaną w zespołach.

Sala lekcyjna powinna być miejscem prawdziwego warsztatu pracy. Nauczyciel podejmujący aranżację przestrzeni wyodrębnia kąciaki, a także miejsce do prezentacji posterowych lub prezentacji prac będących efektem poszukiwań, które uczniowie prowadzą samodzielnie. Ważne, aby uczniowie mieli dostęp do pomocy naukowych, wiedzieli, że są one w zasięgu ręki, i potrafili z nich korzystać.

Warto również zaprosić uczniów do wspólnego zagospodarowania sali i do jej ozdabiania, ponieważ wtedy poczują się oni jak u siebie w domu. Sala nie może być statyczna – powinna się okazać miejscem autentycznej pracy uczniów i nauczyciela.

Bardzo ważny jest sposób, w jaki dzieci zajmują miejsca w ławkach. Ustawieniem ławek najbardziej nieprzyjnym, a jednocześnie – niestety jeszcze dosyć często spotykanym, jest uszeregowanie ich jedna za drugą, rzędami. Wówczas dzieci mają bardzo niewielką szansę na współpracę, ponieważ w zasadzie widzą tylko plecy sąsiada. Trudno im nauczyć się współdziałać z każdym spośród rówieśników, jeśli siedzą przez cały rok szkolny tylko z jednym kolegą lub z jedną koleżanką. Ciekawym rozwiązaniem jest wyznaczenie stref aktywności ucznia i nauczyciela<sup>13</sup>:

- ławki ustawione półkolistie – kiedy sytuacja dydaktyczna wymaga dyskusji, siedzenie w kole wzmacnia spontaniczność uczniów, aktywizuje ich do myślenia i działania;
- ławki ustawione w rzędach – jeśli uczniowie wykonują pracę indywidualną, wymagającą skupienia, samokontroli, jak również gdy zależy nam na ograniczeniu interakcji między dziećmi;
- ławki ustawione w zespołach – jeśli naszymi celami są zajęcia w parach i grupach.

Badania prowadzone nad aktywnością uczniów w sali z półkolistym oraz tradycyjnym ustawieniem ławek dowiodły, że półkole zmniejsza dystans między nauczycielem a uczniami. Umożliwia częstsze nawiązywanie kontaktu i dzięki temu zwiększa ilość interakcji, np. pytań zadawanych nauczycielowi<sup>14</sup>.

Przed rozpoczęciem zajęć dzieci młodsze losują miejsca przy stolikach. Dzięki temu siedzą w zasadzie codziennie z innym kolegą lub z inną koleżanką. W prosty sposób eliminuje się jakiegokolwiek animozje dzieci wobec siebie, nie ma problemów związanych z tym, że któreś dziecko musi siedzieć samo. Na każdym stoliku naklejonny jest znaczek w określonym kształcie czy kolorze. Uczeń losuje spośród dokładnie takich samych znaczków i zajmuje w tym dniu to miejsce, które jest oznaczone elementem identycznym z tym, który wylosowało. Dzięki temu dziecko trenuje komunikację i współpracę z drugim dzieckiem. W ten sposób nawiązują się relacje między dziećmi, jest to również istotne dla przełamywania nieśmiałości, a także

---

<sup>13</sup> Filipiak E., (2012), *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*, Sopot: GWP, s. 132.

<sup>14</sup> Sikorski W., [Proksemika klasy szkolnej – ukryty wymiar edukacji](#) [dostęp: 26.10.2020].

dla uczenia się współpracy z dziećmi o odmiennych temperamentach, zainteresowaniach. Te zmiany, które właściwie nie wiążą się z żadnymi nakładami finansowymi, a jedynie – ze zmianą sposobu myślenia o stronie organizacyjnej zajęć w klasach I–III, może wprowadzić każdy nauczyciel edukacji wczesnoszkolnej w dowolnym momencie roku szkolnego.

Nie należy zapominać o miejscu, w którym dzieci mogą usiąść w kręgu, poćwiczyć, potańczyć, zrelaksować się lub wykonywać prace niewymagające siedzenia przy stolikach (eksperymenty, doświadczenia, obserwacje).

Jest to niezwykle ważne z uwagi na operacyjny charakter procesów poznawczych przebiegających w umyśle dziecka.

### **Planowanie zajęć matematycznych**

Nauczyciel planujący zajęcia matematyczne wychodzi zawsze od sytuacji znanej dziecku z życia.

Matematykę można odnaleźć w każdej sytuacji i przestrzeni życia. Dlatego pomysły powinny być różnorodne, związane z tematyką pozostałych zajęć (np. edukacji polonistycznej i społecznej), wkomponowane w dzień aktywności, atrakcyjne dla dziecka.

Od pierwszego dnia pobytu dziecka w szkole należy kłaść nacisk na aktywność i samodzielność intelektualną uczniów (m.in. zachęcać ich do matematycznych poszukiwań i rozumowania na miarę ich możliwości).

Wyniki badań umiejętności matematycznych polskich trzecioklasistów (OBUT) oraz międzynarodowe badania umiejętności piętnastolatków (PISA) są odzwierciedleniem poważnych problemów naszych uczniów w sytuacjach wymagających myślenia twórczego i zastosowania posiadanej wiedzy, a przy tym – nowych dla nich<sup>15</sup>.

Bardzo ważne jest wobec tego wykorzystywanie zadań, które są nietypowe, np. mają więcej niż jedno rozwiązanie, prowokują do zadawania pytań, do szukania odpowiedzi i rozwiązań niestandardowych. Zadania twórcze powinny towarzyszyć dziecku każdego dnia, a nie – tylko okazjonalnie.

### **Formy organizacyjne zajęć<sup>16</sup>**

Formy organizacyjne przesądzają o organizacyjnej stronie pracy dydaktycznej. Są one zdefiniowane przez cele i zadania kształcenia, liczbę uczniów objętych oddziaływaniem dydaktycznym, charakterystyczne właściwości poszczególnych przedmiotów, miejsce i czas pracy uczniów, wyposażenie szkoły w pomoce naukowe itp.

<sup>15</sup> Dąbrowski M., (2008), *Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów*, Warszawa: CKE.

<sup>16</sup> Kędra M., Kopik A. (red.), (2013), *Umysły przyszłości. Edukacja wczesnoszkolna. Program nauczania dla I etapu edukacyjnego*, Kielce: Europejska Agencja Rozwoju.

Formy nauczania wskazują, jak organizować pracę uczniów. Podstawowe formy organizacji pracy to indywidualna, zespołowa oraz zbiorowa.

- Praca indywidualna – pozwala na dostosowanie treści i wymagań do możliwości i do zainteresowań ucznia. Uczeń pracuje nad swoim zadaniem samodzielnie. Nauczyciel, który wybrał tę formę, powinien pamiętać o tym, aby:
  - zadania były tak sformułowane, aby rozwiązanie nie stało się oczywiste;
  - zadania okazywały się zróżnicowane pod względem stopnia trudności, co może pozwalać na indywidualizację w procesie uczenia się uczniów;
  - możliwe stało się zastosowanie różnych mediów;
  - udało się zapewnić przejrzystość celów i oczekiwań;
  - tempo pracy poszczególnych uczniów zostało zindywidualizowane.

Ta forma pracy ma znaczenie dla wspierania samodzielności uczniów poprzez świadome i intensywne zmaganie się z zadaniem.

- Praca zespołowa – powinna być tak zorganizowana, aby wspierać samodzielność uczniów. Pracują oni parami lub w zespole nad wyznaczonym lub wybranym zadaniem. Przy takiej formie pracy nauczyciel powinien pamiętać o tym, aby:
  - skład osobowy grupy był tak dobrany, żeby prowadził do wzajemnego motywowania się, a nie – do ewentualnej frustracji spowodowanej nietrafionym doborem osób w parze lub w zespole. W celu świadomego indywidualizowania procesu kształcenia nauczyciel może tworzyć zespoły o różnym potencjale;
  - od czasu do czasu tworzyć zespoły, które będą mogły pracować razem, aby móc się potem identyfikować z efektami pracy zespołu;
  - zapewnić przejrzystość celów i oczekiwań.

Ta forma pracy ma znaczenie dla wspierania samodzielności uczniów: chodzi o możliwość uczenia się na podstawie mocnych stron partnera lub innych członków grupy, a także o wspieranie aspektu relacji w kontaktach z innymi.

Podział na zespoły może przeprowadzić nauczyciel lub uczniowie sami mogą się dobierać w pary lub zespoły.

- Praca w grupach jednorodnych pod względem zdolności – uczniowie dzielą się wiedzą i doświadczeniami z uczniami o podobnych możliwościach.
- Praca w grupach o zróżnicowanym poziomie – dzieci uczą się wspierać innych, pokonywać nieśmiałość, przekazywać posiadaną wiedzę w sposób zrozumiały.

Wskazane jest także stosowanie losowego doboru grupy – aby podczas realizowania wspólnych celów możliwa była integracja osób o zróżnicowanym potencjale intelektualnym i społecznym.

## O potencjale i możliwościach uczniów

Dzieci w klasach 1–3 wymagają szczególnej uwagi i indywidualnego podejścia ze względu na swój wiek, w którym rozwój intelektualny, emocjonalny i społeczny jest jeszcze nieharmonijny. Rolą nauczyciela jest stwarzanie jak najbardziej różnorodnych i ciekawych sytuacji dydaktycznych służących rozwojowi indywidualnemu i interpersonalnemu. Uczniowie mają różne predyspozycje, jedni lepiej mówią, inni lepiej piszą, jeszcze inni lepiej sprawdzają się w działaniach wymagających uzdolnień organizatorskich czy umiejętności praktycznych.

Rolą nauczyciela jest tak zorganizować proces kształcenia, aby wszyscy uczniowie mogli wykazać się umiejętnościami, które są kształtowane i wiadomościami, które opanowali. Nauczyciel powinien wspierać dziecko w rozwoju i pomagać mu w zdobywaniu wiadomości i umiejętności.

A. Brzezińska uważa, że zasada pomagania powinna być dostosowana do:

- obciążeń dziecka (im więcej obciążeń, tym więcej pomocy i wsparcia w różnych formach);
- stawianych wymagań (im więcej wymagań, im wyższy ich stopień trudności, tym więcej wsparcia);
- aktualnych kompetencji i możliwości dziecka – potencjału rozwojowego (im wyższy poziom aktualnych kompetencji i możliwości, tym mniejsza pomoc);
- pomoc powinna być „wycofująca się”, i to jak najszybciej (ma wzmacniać dziecko w działaniach, a nie – je zastępować)<sup>17</sup>.

Nauczyciel powinien tworzyć przestrzeń do indywidualizacji pracy z uczniem, odpowiednio do potrzeb rozwojowych i edukacyjnych oraz możliwości psychofizycznych ucznia. Indywidualizowanie to – z jednej strony – kształtowanie wyjątkowych cech, umiejętności. Z drugiej natomiast – z punktu widzenia nauczyciela – oznacza takie dostosowywanie sposobów pracy, aby te indywidualne, osobowe właściwości ucznia mogły się jak najlepiej rozwijać.

Jeżeli nauczyciel zamierza sprowadzić indywidualizowanie do poziomu konkretnej pracy, powinien odpowiedzieć sobie na pytanie: W jaki sposób mam organizować tok pracy z uczniem, czyli dostosowywać zasady, metody, formy pracy, oceniania, mierzenia postępów, aby osiągnąć zakładane cele i aby nauczanie było efektywne?

Zadanie należy przenieść na planowanie i realizację kształcenia prowadzonego z zespołem uczniów o zróżnicowanych potrzebach edukacyjnych, aby w wyniku tego procesu mogły zostać zaspokojone specyficzne potrzeby każdego dziecka i aby dziecko mogło się uczyć i nauczyć.

Podstawą efektywnej pracy jest jej zaplanowanie w momencie rozpoczynania pracy z dzieckiem. W tym celu nauczyciel musi podjąć następujące działania:

<sup>17</sup> Kędra M., (2011), *Smakowanie świata. Program nauczania*, Warszawa: ORE, s. 97.

- rozpoznanie sytuacji dziecka (obserwacja, dokumentacja pedagoga, psychologa, pielęgniarki szkolnej, informacje od wychowawcy, wywiad z rodzicami);
- ustalenie (w odniesieniu do zagadnień programowych) odpowiedzi na pytanie: co i w jaki sposób należy dostosować, aby maksymalnie umożliwić danemu uczniowi opanowanie treści i umiejętności przewidzianych w programie nauczania;
- przyjrzenie się strukturze całej klasy oraz określenie, w jaki sposób i dla których uczniów trzeba dostosować metody, formy i środki pracy.

### **Praca z uczniem z indywidualnymi potrzebami edukacyjnymi**

Jednym z najważniejszych zadań szkoły i nauczyciela jest stwarzanie możliwości zaspokajania potrzeb edukacyjnych wszystkich uczniów w klasie. Praca z uczniem z indywidualnymi potrzebami edukacyjnymi powinna być prowadzona ze znajomością zasad działania odpowiadających charakterowi udzielanego wsparcia oraz z zastosowaniem reguł postępowania uwzględniających konkretne potrzeby edukacyjne ucznia. Istnieje też wiele uniwersalnych zasad wartych wprowadzenia do pracy indywidualnej.

Rolą nauczyciela jest rozpoznawanie indywidualnych możliwości psychofizycznych dziecka oraz zaspokajanie ich poprzez tworzenie prawidłowych warunków edukacyjnych<sup>18</sup>.

Przykładowe działania nauczyciela wobec uczniów ze zróżnicowanymi potrzebami edukacyjnymi<sup>19</sup> to:

- poznanie ucznia, określenie jego potrzeb i możliwości;
- przeanalizowanie wskazań zawartych w opinii/orzeczeniu;
- zaplanowanie sposobów wsparcia dla ucznia – dostosowanie warunków edukacyjnych do potrzeb i możliwości dziecka;
- zapoznanie rodziców ze sposobami realizacji zróżnicowanych potrzeb edukacyjnych;
- monitorowanie i sprawdzanie skuteczności podjętych działań.

Sposoby wspierania uczniów ze zróżnicowanymi potrzebami edukacyjnymi:

- stosowanie aktywizujących i polisensorycznych metod pracy;
- niewymaganie głośnego czytania w obecności innych uczniów z klasy;
- stosowanie pytań naprowadzających;
- formułowanie prostych i zrozumiałych poleceń;
- organizowanie sytuacji zapewniających dzieciom sukcesy, eksponowanie ich mocnych stron;
- stosowanie wzmocnień pozytywnych (pochwały, nagrody);
- nawiązanie pozytywnych relacji i dobrego kontaktu emocjonalnego z uczniami;
- uczenie odpowiedzialności za własną pracę, wdrażanie ucznia do samokontroli – stosowanie różnych form aktywności;

---

<sup>18</sup> Marek E., (2010), *Analiza programów edukacji wczesnoszkolnej w kontekście diagnozowania i wspomagania rozwoju dzieci*, [w:] Marek E., Łuczak J. (red.), (2010), *Diagnoza i terapia psychopedagogiczna w edukacji dziecka*, Piotrków Trybunalski: Naukowe Wydawnictwo Piotrkowskie.

<sup>19</sup> Kędra M., Kopik A. (red.), (2013), *Umysły przyszłości...*, op. cit., Kielce: Europejska Agencja Rozwoju, s. 204–205.

- rozbudzanie zainteresowań uczniów oraz angażowanie ich w działania na rzecz klasy lub szkoły;
- dostosowanie przestrzeni edukacyjnej do potrzeb psychofizycznych ucznia.

Ogniwa procesu edukacji, którymi są kontrola i samokontrola kompetencji osiągniętych przez uczniów, są równocześnie elementami diagnozy, rozpoznania wyników procesu uczenia się. W kształceniu uczniów ze zróżnicowanymi potrzebami edukacyjnymi nauczyciel i uczeń sprawdzają, w jakim stopniu udało się osiągnąć cele edukacyjne.

Nauczyciel ocenia przede wszystkim wkład pracy ucznia, a nie – efekt, z kolei uczeń powinien sam się zorientować, co zrobił dobrze, a co – źle. Jeżeli znał cel pracy i tok postępowania, będzie mógł skonfrontować wynik z założonym celem. Dla prawidłowego przebiegu procesu kształcenia okazuje się istotny stopień, w jakim uczeń ma poczucie przynależności do środowiska rówieśniczego. Przykre doświadczenia, brak uznania i wiary we własne siły mogą spowodować izolowanie się lub agresję. Włączanie ucznia z niepełnosprawnością do grupy sprawnych rówieśników należy starannie przygotować. Uczniowie powinni wiedzieć o niektórych trudnościach koleżanki lub kolegi, o możliwościach tej osoby, o tym, kiedy powinni, a kiedy nie powinni udzielać wsparcia. Nauczyciel musi wykorzystywać i kreować sytuacje, w których uczniowie mogą działać wspólnie. Wybór drogi postępowania, ścieżki edukacyjnej, powinien być podyktowany dobrem dziecka.

### 3. W poszukiwaniu edukacji rozwijającej myślenie matematyczne

Celem edukacji wczesnoszkolnej jest wspieranie całościowego rozwoju dziecka. Proces wychowania i kształcenia prowadzony w klasach I–III szkoły podstawowej umożliwia dziecku odkrywanie własnych możliwości, sensu działania oraz gromadzenie doświadczeń na drodze prowadzącej do prawdy, dobra i piękna.

Edukacja na tym etapie jest ukierunkowana na zaspokojenie naturalnych potrzeb rozwojowych ucznia. Szkoła musi respektować podmiotowość ucznia w procesach budowania indywidualnej wiedzy oraz przechodzenia z wieku dziecięcego do okresu dorastania.

W efekcie takiego wsparcia dziecko osiąga dojrzałość do podjęcia nauki na II etapie edukacyjnym.

W podstawie programowej kształcenia ogólnego<sup>20</sup> określone zostały cele kształcenia – wymagania ogólne edukacji wczesnoszkolnej zostały opisane w odniesieniu do czterech obszarów rozwojowych dziecka: fizycznego, emocjonalnego, społecznego i poznawczego. Cele te uczeń osiąga w procesie wychowania i kształcenia przez rozwój prostych czynności praktycznych i intelektualnych w czynności bardziej złożone.

Poznawczy obszar rozwoju ucznia jest szczególnie związany z rozwijaniem umiejętności matematycznych. W tym obszarze uczeń:

- ma potrzebę samodzielnego, refleksyjnego, logicznego, krytycznego i twórczego myślenia;
- poprawnie posługuje się językiem polskim w mowie i piśmie, co pozwala na samodzielną aktywność, komunikację i efektywną naukę;
- czyta na poziomie umożliwiającym samodzielne korzystanie z umiejętności czytania w różnych sytuacjach życiowych, takich jak kontynuowanie nauki na kolejnym etapie edukacyjnym czy rozwijanie swoich zainteresowań;
- rozumie podstawowe pojęcia i działania matematyczne, samodzielnie z nich korzysta w różnych sytuacjach życiowych, korzysta ze wstępnej matematyzacji wraz z opisem tych czynności: słowami, obrazem, symbolem;
- potrafi stawiać pytania, dostrzega problemy, zbiera informacje potrzebne do ich rozwiązania, planuje i organizuje działania, a także rozwiązuje problemy;
- czyta proste teksty matematyczne, np. zagadki, symbole, zadania tekstowe, łamigłówki;
- obserwuje zjawiska przyrodnicze, społeczne i gospodarcze, wykonuje eksperymenty i doświadczenia, a także formułuje wnioski i spostrzeżenia;

---

<sup>20</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. z dn. 24 lutego 2017 r., poz. 356).



- uczestniczy w kulturze oraz wyraża swoje spostrzeżenia i przeżycia za pomocą plastycznych, muzycznych i technicznych środków wyrazu, a także z użyciem nowoczesnych technologii.

Matematyka to rodzaj ludzkiej aktywności, której cechą charakterystyczną jest intensywne zaangażowanie procesów myślowych w rozwiązywanie problemów, czyli matematyka to nie liczenie, ale myślenie. Wśród głównych celów edukacji matematycznej warto wymienić matematyzowanie, odkrywanie, rozumowanie oraz komunikowanie.

W kształtowaniu umiejętności matematycznych warto wybierać zadania zgodne z celami nauczania matematyki w klasach początkowych – m.in. kształcenie umiejętności rozwiązywania problemów traktowanych jako specyficzna sytuacja dydaktyczna. E. Gruszczyk-Kolczyńska podkreśla, że w takiej właśnie sytuacji dzieci zdobywają doświadczenie pozwalające im na:

- opanowanie podstawowych pojęć matematycznych;
- wykorzystanie metod w celu rozwiązania określonych problemów;
- kształtowanie postawy intelektualnej przejawiającej się w logicznym, twórczym i samodzielny myśleniu, pokonywaniu trudności.

Myślenie matematyczne to sposób rozumowania i postrzegania problemów oraz poszukiwania charakterystycznych dróg rozwiązań. Możemy je zdefiniować także jako:

- umiejętność wykorzystania narzędzi matematyki w życiu codziennym oraz formułowaniu sądów opartych na rozumowaniu matematycznym<sup>21</sup>;
- dynamiczny proces rozszerzający nasze rozumienie, gdyż pozwala nam radzić sobie z coraz bardziej złożonymi ideami<sup>22</sup>.

Myślenie matematyczne można kształtować w sposób zintegrowany z kształceniem innych umiejętności, dotyczących przede wszystkim:

- myślenia naukowego, głównie w obszarze matematyczno-przyrodniczym, rozumianego w myśl podstawy programowej jako „umiejętność formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa”,
- posługiwania się nowoczesnymi technologiami informacyjno-komunikacyjnymi – „w tym także dla wyszukiwania i korzystania z informacji”.

Zdaniem Doroty Klus-Stańskiej i Aliny Kalinowskiej czynnikiem wygaszającym matematyczne myślenie uczniów jest – wciąż jeszcze szeroko stosowany – transmisyjny model nauczania matematyki, oparty na kierowniczej roli nauczyciela i stosowaniu metod podawczych<sup>23</sup>.

<sup>21</sup> Tamże.

<sup>22</sup> Mason J., Burton L., Stacey K., (2005), *Matematyczne myślenie*, Warszawa: WSiP.

<sup>23</sup> Klus-Stańska D., Kalinowska A. (wsp. Stański A.), (2004), *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak, s. 24–26.

Jeśli chcemy, by uczniowie osiągnęli sukces, powinniśmy wyrabiać w nich przekonanie, że są w stanie samodzielnie rozwiązywać zadania – i to przeświadczenie muszą regularnie wynosić z zajęć.

Nauczyciel musi pokazać, że matematyka to logiczny i spójny system. Wszystko można zrozumieć i niczego nie trzeba się uczyć na pamięć. Matematyka wymaga logicznego myślenia, a nie – mechanicznego stosowania zestawu wyuczonych algorytmów.

Warto podkreślać znaczenie matematyki we wszystkich dziedzinach życia. Kształcenie powinno odbywać się w sposób zintegrowany z nabywaniem wiedzy z innych przedmiotów, czyli nie tylko na zajęciach z edukacji matematycznej, lecz także np. na zajęciach z edukacji przyrodniczej, polonistycznej czy plastycznej.

Dlatego warto:

- prowadzić zajęcia w sposób problemowy, stawiać uczniom problemy i stwarzać im możliwości ich samodzielnego rozwiązywania;
- wprowadzać podczas innych rodzajów edukacji ćwiczeń sięgających do obszaru matematyki (np. wydzielenie zbiorów liter czy liczenie sylab podczas zajęć z edukacji polonistycznej);
- uświadamiać uczniom, że ćwiczenia, które wykonują podczas innych zajęć niż edukacja matematyczna, są silnie związane z matematyką i życiem codziennym.

Należy pamiętać również o tym, że matematyka jest językiem i trzeba uczyć się jej poprzez dyskusję. Każdy może zrozumieć matematykę, tylko niektóre dzieci potrzebują na to więcej czasu. Należy zachęcać do szukania okazji, aby znaleźć wzory, wizualizować, klasyfikować, liczyć, mierzyć, myśleć, wyjaśniać, zadawać pytania. Nie należy martwić się o właściwą odpowiedź, ale – o zadawanie dobrych pytań. Pomogą one rozwinąć u dziecka logiczne myślenie. Dzieci pokazujące, że wiedzą, co robią, często same rozwiązują problem.

Ważne jest również, aby nauczanie było procesem radosnym, prowadzonym częściowo przez zabawę i wykorzystującym naturalną skłonność dzieci, zwłaszcza siedmioletnich, do ciągłej aktywności fizycznej. W trakcie nauki uczeń powinien zaspokajać naturalną ciekawość świata, odkrywać swoje zainteresowania i przygotować się do dalszej edukacji.

Aby kształtować i rozwijać myślenie matematyczne u uczniów, potrzebna jest również „świadomość metodyczna”. Dlatego warto zwrócić uwagę, aby nauczyciele:

- stwarzali uczniom przestrzeń do odkrywania samodzielnich prób i do indywidualnego dochodzenia do rozwiązywania problemów;
- zachęcali uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy i unikali podawania im wiedzy w postaci gotowych definicji, wzorów i formułek;
- zachęcali uczniów do zadawania pytań na forum klasy i wspólnego poszukiwania odpowiedzi na te pytania;
- stwarzali uczniom sytuacje do rozwiązywania zadania wieloma sposobami, umożliwiali prezentowanie różnych rozwiązań tego samego zadania na forum klasy

i uznawali poprawność rozwiązań niezależnie od tzw. obszarów umiejętności ćwiczonych podczas lekcji;

- wykorzystywali zadania nietypowe, które wymagają rozumowania matematycznego, i skłaniali uczniów do samodzielnego ich rozwiązywania;
- zachęcali uczniów do stosowania rysunków, np. w celu przedstawienia informacji zawartych w zadaniu i związków między nimi;
- zachęcali uczniów do rysunkowego przedstawiania rozwiązań zadań i doceniali rysunki jako poprawny sposób rozwiązania zdania;
- kształcili w uczniach nawyk sprawdzania uzyskanego wyniku z informacjami podanymi w treści zadania lub po prostu ze zdrowym rozsądkiem;
- dobierali takie formy i metody nauczania, aby skutecznie rozwijać u dzieci śmiałość myślenia i działania oraz nawyk rozmawiania o poszukiwanym rozwiązaniu problemu, np. podczas pracy w parach i w grupach;
- umożliwiali dzieciom pracę w grupach, podczas której będą mieli okazję do wypracowania, zaprezentowania i przedyskutowania różnych sposobów rozwiązania zadania lub problemu;
- pobudzali i rozwijali wyobraźnię oraz logiczne myślenie dzieci np. przez zabawy matematyczne oraz korzystanie z gier dydaktycznych, komputerowych, planszowych, kościanych, karcianych;
- sięgali po zadania wymagające stosowania praktycznych umiejętności, np. ważenia, odmierzenia czasu, odmierzenia odległości, cięcia na kawałki, przesuwania, obracania itp.;
- proponowali uczniom jak najwięcej praktycznych ćwiczeń z zakresu: mierzenia długości, wysokości, szerokości, liczenia obwodów figur, ważenia, płacenia itp.

## 4. Jak uczyć, aby realizacja celów nauczania edukacji matematycznej zakończyła się sukcesem?

Zadaniem współczesnej szkoły jest tworzenie warunków, w których dziecko doświadcza sprawczości, rozwija własne możliwości działania, przewidywania efektów, odpowiedzialności, doznawania sukcesów i porażek.

W pierwszych latach szkolnej edukacji matematycznej w centrum uwagi nauczyciela powinno być wspomaganie rozwoju czynności umysłowych ważnych dla uczenia się pojęć matematycznych. Edukacja matematyczna pozwala ukształtować te czynności umysłowe, które dziecko wykorzystuje do radzenia sobie z problemami natury językowej, przyrodniczej, technicznej, artystycznej.

Nauczycielu:

- ✓ Zwracaj uwagę na stwarzanie sytuacji prowokujących do aktywności.  
Nie może ona być jednak dokładnie zaplanowana – powinna być przez nauczyciela inspirowana. Najpierw trzeba dać dzieciom szansę na podzielenie się swoimi pomysłami, hipotezami, propozycjami rozwiązań, wykazać ciekawość i cierpliwość, a dopiero później nauczyciel może wkraczać ze swoimi wyjaśnieniami i argumentami. W ten sposób buduje się wspólnie wiedzę o świecie, a nie – tylko ją przekazuje. To nie uczeń ma zgadywać, co nauczyciel miał na myśli, ale nauczyciel ma próbować się dowiedzieć, jak rozumuje uczeń i jak to można wykorzystać w konstruowaniu jego wiedzy.
- ✓ Podkreślaj samodzielność ucznia, możliwość dokonywania indywidualnych wyborów.  
Warto zaufać dzieciom, obserwować uważnie ich rozwój i stwarzać im okazję do stopniowego przejmowania odpowiedzialności za swoje uczenie się. Zadania zróżnicowane pod względem stopnia trudności pozwalają na działania sprzyjające dokonywaniu wyboru przez uczniów, podejmowaniu decyzji, jakie aktywności zostaną wykorzystane, jak planować swoje czynności, aby wykonać zadania, a także jak sprawdzić, czy uzyskany efekt jest satysfakcjonujący, zanim nauczyciel wyda swoją ocenę.
- ✓ Stawiaj na rozwiązywanie problemów i pokonywanie trudności intelektualnych.  
Bogactwo doświadczeń dzieci sprzyja ich rozwojowi. Dziecko wykonujące działania niewymagające od niego wysiłku poznawczego szybko się znudzi i będzie poszukiwać na własną rękę innych źródeł wiedzy niż te szkolne.

W szkole zdobędzie jedynie umiejętność radzenia sobie z typowymi zadaniami tak, aby kosztowało to jak najmniej wysiłku, bo zaangażowanie intelektualne nie jest konieczne. Natomiast, stwarzanie nietypowych, nieschematycznych sytuacji edukacyjnych, sprzyjających powstawaniu konfliktu poznawczego wywołuje zaciekawienie, motywuje do zbadania problemu i poszukiwania różnych strategii rozwiązania. Podejmowanie zadań problemowych będzie sprzyjało rozwojowi połączeń między komórkami w mózgu rzeczywiście, a nie – tylko pozornie.

- ✓ Prowokuj do tworzenia sytuacji dających możliwość podejmowania współpracy uczniów, do rozwiązywania zadań w grupach.

Uczenie się to nie tylko indywidualna aktywność. Znacznie ciekawiej jest uczyć się wspólnie z innymi: dyskusowanie, negocjowanie rozwiązania, poszukiwanie sensu działań, przekonywanie się, argumentowanie to rodzaje aktywności, które warto wykorzystać. A jest to nieoceniona okazja do rozwoju wiedzy i umiejętności dzieci, często znacznie efektywniejsza edukacyjnie niż kontakt z dorosłym.

- ✓ Stwarzaj okazję do analizowania błędów i do poszukiwania indywidualnych strategii rozwiązania.

Popelnienie i dostrzeżenie błędu to rodzaj intelektualnej aktywności, która sprzyja procesowi uczenia się. Nie warto więc pozbawiać dzieci tej rozwojowej szansy i stwarzać sytuacji, które mają za wszelką cenę zapobiec błędom.

- ✓ Strzeż się narzucania sztywnych schematów.

Autonomia, swoboda działania, możliwość dokonywania wyboru – to fundamentalne uwarunkowania pracy. Należy stronić przed prezentowaniem uczniom tylko jednego oczekiwanego rozwiązania danego problemu. W miarę możliwości trzeba spojrzeć na ten problem z różnych perspektyw, co pozwoli dostrzec nowe sposoby poradzenia sobie z nim lub też doprowadzi do jego całkowitego przeformułowania.

- ✓ „Zabij uczniom ćwieka”.

Źródłem jest zdziwienie, dlatego zadaniem nauczyciela jest stymulowanie ciekawości poznawczej uczniów poprzez zadawanie niestandardowych pytań, informowanie ich o aktualnych odkryciach.

- ✓ Zadawaj ciekawe pytania.

- ✓ Różnicuj zadania, materiały, metody pracy w zależności od zainteresowań i możliwości ucznia.

- ✓ Udostępniaj środki niezbędne do realizacji pomysłów.

Kluczowe znaczenie ma to, że wartościowe pomysły można przynajmniej w jakimś stopniu zrealizować. Nauczyciel powinien być swoistym mentorem, który w przypadku dostrzeżenia przez ucznia trudności we wdrażaniu pomysłu doradzi mu, w jaki sposób mógłby je pokonać. Ważne jest nie tyle wskazywanie konkretnych kroków, ile – wielu możliwości, które uczeń samodzielnie skonfrontuje ze swoimi aktualnymi potrzebami (zamiast gotowych rozwiązań, propozycja kilku ścieżek, które pomogą znaleźć optymalne rozwiązanie).

## 5. Aktywne uczestnictwo dziecka w odkrywaniu matematyki

Wiedza i umiejętności matematyczne pełnią w naszym codziennym życiu coraz bardziej istotną funkcję. Użyteczność matematyki nabiera coraz większego znaczenia. Oprócz tego ułatwia komunikowanie się w różnych sytuacjach i w różny sposób, zdobywanie informacji i lepsze rozumienie wielu zjawisk. Dzięki niej możliwe staje się radzenie sobie w zaskakująco wielu, czasami nietypowych sytuacjach.

- Po pierwsze – należy przemyśleć, które przedmioty trzeba będzie wykorzystać. Nie ma aktywności dziecka w procesie edukacyjnym, jeśli jego działanie ogranicza się do operowania słowem, a brakuje wytwarzania, przetwarzania, użytkowania przedmiotów.
- Po drugie – sytuacje, w których będą działać dziecko i nauczyciel, nie powinny być tworzone tylko po to, aby dziecko mogło ćwiczyć się w określonej z góry aktywności, ale przede wszystkim powinny być związane z tym, co jest ważne dla samego dziecka, co wypływa z jego naturalnej potrzeby życiowej.
- Po trzecie – należy ustalić, jakie rodzaje aktywności będą w tym procesie wykorzystywane, kreowane, rozwijane.
- Po czwarte – przemyśleć, jak tę aktywność stymulować, aby dziecko uruchamiało swoje wewnętrzne motywy i dążenia. Chodzi o powodowanie, aby dziecko samo chciało działać zgodnie ze swoimi potrzebami, dążeniami, przeżyciami, aktualnymi doświadczeniami<sup>24</sup>. Jean Piaget podkreśla, że tylko różnorodna działalność dziecka posuwa jego rozwój naprzód: „[...] tylko ta spontaniczna aktywność, stymulowana ciągle przez nauczyciela, ale pozostająca wolną w jego próbach, może prowadzić do intelektualnej niezależności. Celem więc intelektualnej edukacji jest uczenie się przez każdego ucznia z osobna, ryzykując nawet stratę czasu i błądzenie okrężnymi drogami”<sup>25</sup>.

Edukacja matematyczna musi być przyjazna dziecku – z szacunkiem podchodzić do jego sposobów rozumowania, rozwiązywania problemów, aby zachowała to, co w tej edukacji jest niezwykle ważne – stopniowanie trudności, budowanie na jednych umiejętnościach kolejnych.

Wiedza matematyczna powstaje poprzez samodzielnie wykonywane czynności (np. układanie żetonów mających przedstawiać osoby lub rzeczy z danego zadania, zabawa w kupno-sprzedaż, dopasowywanie do siebie wyciętych figur geometrycznych). Każde dziecko musi przejść tę drogę osobiście. Nie wystarczy, że patrzy z bliska na czynności wykonywane przez kogoś innego. Nie wystarczy też spontaniczna, nieukierunkowana aktywność dziecka w swobodnych zabawach. Bardzo ważne jest, żeby dziecko zastanawiało się nad tym, jaki

---

<sup>24</sup> Sowińska H., (1994), *Edukacja przez aktywne uczestnictwo*, „Edukacja i Dialog”, 1994.

<sup>25</sup> Adamek I., (1997), *Podmiotowe traktowanie ucznia w procesie rozwiązywania problemów*, [w:] Puślecki W. (red.), (1997), *Doświadczenie podmiotowości ucznia w edukacji wczesnoszkolnej*, Opole: Wydawnictwo Uniwersytetu Opolskiego, s. 95.

jest efekt wykonanych czynności, żeby próbowało przewidzieć, co się stanie, gdy wykona to, co zamierza, a w razie wątpliwości samo sprawdzało swe przypuszczenia.

Klasa I to okres kluczowy dla całej edukacji matematycznej. Popelnione wtedy błędy dydaktyczne bardzo trudne do naprawienia w starszych klasach. Cierpi źle uczone dziecko, któremu jako usprawiedliwienie przyczepia się łatkę niezdolnego do matematyki. Każde nowe zagadnienie powinno wprawdzie odbywać się poprzez rozwiązywanie zadań na konkretach, opisywane przez dziecko w jego naturalnym języku. Wtedy jest w stanie skupić się i o tym sensownie myśleć. Niestety, szkoła nieraz domaga się, aby dziecko używało poprawnego języka dorosłych. Dziecko stara się temu sprostać, ale wyłącza wtedy swoje aktywne myślenie.

Nauczanie czynnościowe aktywizuje ucznia, ułatwia opanowanie wiedzy i umiejętności matematycznych, rozwija zainteresowania i samodzielność. Umożliwia zadawanie pytań dzieciom, bezpośrednie tworzenie i „próbowanie” różnych rozwiązań problemu, dochodzenie do celu różnymi drogami. Pozwala czerpać radość z „zabawy matematyką”, czyni ją dziedziną przyjazną i bliską życiu codziennemu.

Zofia Krygowska definiuje nauczanie czynnościowe jako „postępowanie dydaktyczne uwzględniające stale i konsekwentnie operatywny charakter matematyki równoległe z psychologicznym procesem interioryzacji prowadzącym od czynności konkretnych, wyobrażeniowych, do operacji abstrakcyjnych”<sup>26</sup>.

Jerome S. Bruner, współczesny amerykański psycholog poznawczy, profesor Uniwersytetu Harvarda, w centrum swojej teorii zamieszcza trzy systemy przetwarzania i przyswajania informacji (modele reprezentacji):

- Model reprezentacji enaktywnej

Oparty na ćwiczeniach czynności konkretnych. Przykładowo: dziecko ma 4 kasztany, dokłada 2 kasztany i ma 6 kasztanów lub dziecko ma 9 patyczków, zabiera 2 patyczki i zostaje mu 7 patyczków. Ta strategia dominuje zwłaszcza u małych dzieci. Na tym poziomie reprezentacji rachuje np. większość sześciolatków. Dziecko uczy się na bazie własnych doświadczeń (zarówno tych pozytywnych, jak i negatywnych). Wykonuje konkretne działanie własnoręcznie (kładzie przedmioty na szalkach wagi, przekłada z jednej strony na drugą, mierzy długość biurka z wykorzystaniem miary wybranej przez siebie (np. brzeg podręcznika, ołówek) itp.

- Model reprezentacji ikonicznej (graficznej)

Oparty na prawidłowościach odkrywanych w wyobraźni. Uczeń nie wykonuje ćwiczeń konkretnie, ale widzi efekt pracy (wyobrażenie), np.: dzięki narysowanej figurze geometrycznej na kartce.

---

<sup>26</sup> Krygowska Z., (1997), *Zarys dydaktyki matematyki*, t. 1, Warszawa: WSiP, s. 12.



- Model reprezentacji symbolicznej

Oparty na ćwiczeniach czynności abstrakcyjnych. Uczeń odkrywa prawidłowości dzięki wykorzystywaniu symbolu, rozważa i działa „w pamięci” (np. oblicza, ile to jest  $2+2$ )<sup>27</sup>.

Organizacja procesu uczenia się wymaga przede wszystkim, żeby dzieciom zapewniać możliwość myślenia i działania na poziomie enaktywnym, a dopiero później – na ikonicznym. Nazwa czy symbol mogą pojawić się dopiero wtedy, gdy dziecko rozumie, co one oznaczają. Dopiero wówczas jest gotowe zrozumieć, zapamiętać określone pojęcie i – w konsekwencji – nim się posługiwać<sup>28</sup>.

„Język matematyki – nazwy i symbole – jest tworzony po to, aby ułatwić komunikowanie się, aby pewne informacje można było przekazywać szybciej, prościej(!), i bardziej niezawodnie. Będzie dobrze pełnił swoją funkcję, gdy sens pojęć i symboli będzie w procesie uczenia się poprzedzać ich nazwy. Powtórzmy [...]: najpierw sens, potem symbol!”<sup>29</sup>.

Zgodnie z założeniami metody nauczania czynnościowego, nauczyciel powinien stosować właściwie dobrane środki dydaktyczne, zapewnić bogate środowisko uczenia się. Świetny jest np. naturalny materiał przyrodniczy, samodzielnie zdobyty przez uczniów podczas wypraw poza szkołę. Uczniowie muszą manipulować przedmiotami, samodzielnie zauważać prawidłowości związane ze swoimi działaniami oraz podejmować próby ich wyjaśniania.

Z myślą o podsumowaniu niniejszych rozważań zwracam się do nauczycieli, którzy chcieliby zmienić własne edukacyjne działania w zakresie nauczania matematyki. Podejmowanie takich prób może się stać bardzo interesującym doświadczeniem pedagogicznym.

Ćwiczenia w pierwszej klasie powinny mieć przede wszystkim charakter zabawy, później należy je zastąpić słowami, symbolami i wzorami<sup>30</sup>.

W procesie interioryzacji (uwewnętrzniania) wiedzy powinny wystąpić następujące rodzaje działań:

- manipulacyjno-ruchowe: dziecko wykorzystuje przedmioty rzeczywiste, znajdujące się w jego bliskim otoczeniu (mogą to być np. zabawki, którymi odtwarza sytuacje znane z doświadczenia);
- manipulacyjno-ruchowe z wykorzystaniem „zastępników”: dziecko wykonuje czynności, manipulując (mogą to być np. kasztany, patyczki, guziki, liczmany);

<sup>27</sup> Skura M., Lisicki M., (2012), *Na progu. Ile w dziecku ucznia, a w nauczycielu mistrza? O co chodzi w pierwszej klasie?*, Warszawa: ORE, s. 33–34.

<sup>28</sup> Dąbrowski M., (2008), *Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów*, Warszawa: CKE, s. 11–12.

<sup>29</sup> Tamże, s. 12.

<sup>30</sup> Moroz H., (1985), *Liczby w kolorach*, [w:] Semadeni Z. (red.), (1985), *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 3, Warszawa: WSiP, s. 33.

- umowne: dziecko wykorzystuje środki graficzne (np. drzewka matematyczne, oś liczbowa, proste tabele, wykresy);
- werbalne: dziecko wytwarza pojęcia samodzielnie, w miarę jak obserwuje świat i go doświadcza (bez ukierunkowania czy narzucania przez nauczyciela lub podręcznik).

Zajęcia matematyczne ukierunkowane na samodzielne odkrycia uczniowskie często nie mają charakteru lekcji typowej, grzecznej w formie. Przeciwnie – zdarza się rozgardiasz, gdy uczniowie pracują w małych grupach. Bywa, że zadanie przygotowane na potrzeby lekcji okazuje się mniej fascynujące dla uczniów, niż się wcześniej wydawało. Takie sytuacje są typowe, a ich pojawianie się powinno stanowić powód do dalszych poszukiwań propozycji mogących uczniów zainteresować poznawczo. Traktujmy informację zwrotną od uczniów jako rodzaj rzetelnej recenzji naszych działań edukacyjnych. Zawsze przecież można zrobić coś lepiej.

Nauczycielu:

- ✓ Spróbuj organizować uczniom zajęcia, w których wykonują oni różne czynności, badając zależności (ważenie, budowanie z klocków, wycinanie, granie w gry logiczne, szukanie prawidłowości w zbiorach przedmiotów i wiele innych). Postaraj się znaleźć w tych czynnościach znaczenia matematyczne.
- ✓ Spróbuj ustalić, jakie są rzeczywista wiedza i umiejętności matematyczne każdego ucznia.
- ✓ Jeśli masz w klasie uczniów o ponadstandardowej wiedzy matematycznej, pozwól im jak najczęściej (najlepiej zawsze) rozwiązywać zadania o trudności adekwatnej do ich poziomu myślenia.
- ✓ Spróbuj pytać swoich uczniów, jak poradziliby sobie z nową dla nich sytuacją matematyczną. Słuchaj ich uważnie i pozwól im działać zgodnie z ich pomysłami. Nie ingeruj we wszystkie próby. Pozwól im samodzielnie przekonać się o nieprawdziwości postawionej hipotezy.
- ✓ Rozmawiaj z uczniami o ich pomysłach, ale ograniczaj się do pytań typu: „Dlaczego tak myślisz?“, „Dlaczego tak się dzieje?“, „A co by było, gdyby...?“. Autentyczny dialog z uczniem (który nie ma nic wspólnego z pogadanką) uczy szacunku dla jego wiedzy, pomysłowości i wysiłku poznawczego. Zostawiaj czas na odpowiedź.
- ✓ Nie zdradzaj, co chcesz usłyszeć. Bądź zaciekawiony tym, co uczniowie mówią, a nie – jakim językiem. Spróbuj pozwalać na samodzielność uczniom słabszym. Nie tłumacz wszystkiego od razu. Nie martw się, że ich próby są tak niedoskonałe. Daj im czas na rozwijanie myślenia. Lepiej, gdy będą konstruować pojęcia matematyczne wolniej, ale samodzielnie, niż gdy dostaną gotowy wzór postępowania, przez co będą coraz bardziej uzależniać się od pomocy nauczyciela.

- ✓ Podejmowane próby samodzielnych poszukiwań uczniowskich często mogą budzić twój niepokój o ich edukacyjną skuteczność. Jest on naturalny. Pamiętaj jednak, że uczeń, który nauczy się radzić sobie w sytuacjach nowych poznawczo (rozwiązywać problemy), lepiej będzie opanowywał algorytmy, jeżeli spróbuje je rozumieć, a nie – jedynie zapamiętać.

### Praktyczne rozwiązania w codziennych sytuacjach

#### **Mierzenie**

Warto dobrać zadania oraz metodę, poprzez które dzieci opanują umiejętność mierzenia długości, z zastosowaniem jednostek pomiaru długości w sytuacjach codziennych i w trakcie rozwiązywania szkolnych zadań z treścią. Jednocześnie rozszerzą rozumienie liczb naturalnych o aspekt miarowy.

O czym trzeba pamiętać, gdy kształtuje się umiejętność mierzenia długości?

Trzeba zacząć od tego, co dziecku jest najbliższe, a więc od doświadczeń w odmierzaniu krokami, stopą za stopą, łokciem, dłonią i palcami. Potem dzieci mogą mierzyć długość klockiem, sznurkiem itd. Ważne, aby każde dziecko osobiście mierzyło, ustalało wynik pomiaru i miało możliwość słownie określać, co mierzyło, jak to robiło i jaki wynik otrzymało.

Jednocześnie należy dzieci wspomagać w upewnianiu się, że długość to cecha stała, zwłaszcza przy obserwowanych zmianach sugerujących, że długość np. sznurka zmieniła się przez zawiązanie go w kokardę, zwinięcie w kłębek itp.

Gdy są już przekonane o stałości długości, można je zapoznać z najczęściej stosowanymi narzędziami do pomiaru. Każde dziecko powinno osobiście oglądać te narzędzia, ustalać ich wspólne cechy – niezależnie od materiałów, z których zrobiono te narzędzia, i od ich wyglądu, a także od zastosowanej podziałki i sposobów zaznaczenia na niej milimetrów, centymetrów oraz metrów.

#### **Pojęcia geometryczne**

Ponad pół wieku temu Ludmiła Jeleńska<sup>31</sup> stwierdziła: „Żaden [...] przedmiot nie uległ w nauczaniu takim zmianom metodycznym i programowym, jak geometria [...] podnoszono niejednokrotnie, że nauka geometrii jest czymś obcym dla dziecka, wiedzą naprawdę książkową. Dlatego zmniejszono jej zasięg w szkole podstawowej i usunięto ją z klas młodszych jako oddzielny przedmiot nauki. Ale »problem geometryczny« wciąż istnieje, bo kiedykolwiek

<sup>31</sup> Jeleńska L. (wsp. Rusiecki A.M.), (1957), *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*, Warszawa: Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, s. 72.

tę geometrię o najmniejszych chociażby wymaganiach programowych zaczniemy, zawsze stanie przed nami zagadnienie, jak ją zbliżyć do dziecka<sup>32</sup>.

Z myślą o wspomaganium dziecka w rozumieniu pojęć geometrycznych warto zwrócić uwagę na następujące obszary:

- Edukacyjne doświadczenia symetrii. Dzieci przykładają lusterko do kartoników, na których naklejono np. kolorowe kwadraty, prostokąty, trójkąty itp. Obserwują lustrzane odbicie i w rezultacie dostrzegają efekty symetrii osiowej. Sprzyjają temu także doświadczenia gromadzone podczas składania kształtów wyciętych z papieru – okaże się wtedy, że tylko niektóre można złożyć tak, że obie części się na siebie nałożą (są to figury symetryczne)<sup>33</sup>.  
Dzięki takiemu doświadczeniu dzieci widzą symetrię w skrzydłach motyla, w liściach klonu, w narysowanych płatkach śniegu itp. Jest to także dobre wprowadzenie do pojęć geometrycznych kształtowanych w następnych latach edukacji szkolnej.
- Komponowanie szlaczków, ogrodów, kafelkowej podłogi, parkietów wzorzystych tkanin z kartoników o specjalnie dobranych kształtach i wielkościach<sup>34</sup>. Chodzi o to, aby dzieci sensownie organizowały (komponowały) przestrzeń płaską: dobierały kształty kartoników, przesuwaly je, łączyły itp. Zadaniem nauczyciela jest kierowanie uwagi dzieci na to, co ważne w ułożonych motywach. Dostrzegą wówczas cechy podobieństwa układanych motywów, przesunięcia równoległe (powtarzanie motywu), układu szeregowo-kolumnowego, efekt złożenia np. dwóch trójkątów tak, aby tworzyły kwadrat itd.
- Wspomaganie dzieci w kształtowaniu intuicji geometrycznych. W trakcie tworzenia dzieci mają w działaniu (manipulowanie specjalnie dobranymi pomocami) rozwiązywać zadania i uogólniać to, czego doświadczają. Ważne jest, aby korzystały z opanowanych już umiejętności, np. z mierzenia. Zadanie nauczyciela polega na zorganizowaniu dzieciom takiej działalności, a także na kierowaniu ich uwagi na to, co ważne, i na skłanianiu ich do wypowiedzania się, do słownego ujmowania sensu tego, co robią i co dostrzegają.

---

<sup>32</sup> Jeleńska pokazuje, że jest to możliwe. Podaje przykłady geometrii dostępnej dziecku: a) pomoce do geometrii Montessori i uzyskiwane efekty edukacyjne, b) „rysunkowy” sposób ujmowania rzeczy według Louise Artus-Perrelet, c) zakres pojęć geometrycznych, z którymi dzieci stykają się po drodze, w ramach tzw. zajęć praktycznych, d) gry i zabawy, które w jej czasach nazywano ćwiczeniami cielesnymi. Wyjaśnia też, jak pomagać dzieciom tworzyć pojęcia: *linia prosta*, *odcinek*, *kąt prosty*, *prostokąt*, *trójkąt*, *koło*. Protestuje przeciw pamięciowemu opanowywaniu definicji i zaleca tworzenie uogólnień – dzieci mają opowiadać, co wiedzą o figurach geometrycznych.

<sup>33</sup> Propozycje takich zadań w: VanCleave J.P., (1993), *Matematyka dla każdego dziecka. 101 ciekawych pomysłów*, Warszawa: WSiP, s. 30 i n.

<sup>34</sup> Wartość kształtującą tego obszaru edukacji potwierdzają ustalenia badawcze E. Swobody – por. też, (2006), *Przestrzeń, regularności geometryczne i kształty w uczeniu i nauczaniu dzieci*, Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, rozdz. *Rytmiczne organizowanie przestrzeni a rozwój intelektualny dziecka* – wskazujące, że dzieci, które potrafiły w logicznie uporządkowany sposób organizować płaszczyznę z kafelków, osiągały znacząco lepsze wyniki edukacji szkolnej.

Ponadto można wprowadzić – zasugerować:

- Zabawy ruchowe – konstruowanie wielokątów. Tworzenie figur geometrycznych (np. poprzez rozciąganie gumy do skakania) i obserwowanie ich w różnym położeniu i rozmawianie o dostrzeganych efektach. Oprócz kwadratów, trójkątów i prostokątów, dzieci mogą też konstruować np. pięciokąty, trapezy (wystarczy, że w zespole pięcioosobowym rozciągną gumę, przytrzymując ją palcami).
- Porównywanie i segregowanie kartoników o poznanych kształtach, ale w różnych wielkościach i kolorach. Uzasadnianie, dlaczego razem mają być ułożone kartoniki o kształcie kwadratu, trójkąta, koła itd.
- Rytmiczne organizowanie przestrzeni płaskiej (kolorowa geometria) przez sensowne zestawianie kolorowych kartoników o kształtach poznanych wcześniej figur geometrycznych. Projektowanie kolorowych ornamentów (szlaczki, rozety), ogrodów, wzorzystych tkanin itp.
- Wycinanie z kartonu prostokątów różniących się wielkością, porównywanie długości ich boków. Dzieci mają linijki oraz kartki w kratkę, na których znajdują się dwie figury geometryczne: mały (np. 4 x 6 cm) i duży prostokąt (np. 8 x 10 cm). Zadaniem dzieci jest je wyciąć. Następnie uczniowie mają porównać boki prostokątów pod względem długości – z wykorzystaniem linijki. Potem wypowiadają się na temat podobieństwa tych figur – wskazują cechy im wspólne.
- Dostrzeganie piękna symetrii: motyle, kwiaty, płatki śniegowe itp. Dzieci otrzymują kartki, na których narysowano połowę motyla, połowę śniegowego płatka, połowę stokrotki. Przykładają lusterka tak, aby zobaczyć cały śniegowy płatek, całego motyla i całą stokrotkę. Potem uzupełniają rysunki zgodnie z tym, co zobaczyły w lusterku, a następnie całość kolorują. Wycinają różne kształty: symetryczne (wystarczy złożyć kartkę) i niesymetryczne.

Dla kształtowania wszystkich umiejętności matematycznych istotna okazuje się aktywność dziecka, ale dla kształtowania wyobraźni geometrycznej staje się ona wręcz nieodzowna. Nie można rozwijać właściwych intuicji geometrycznych bez ćwiczeń, w których uczeń może samodzielnie manipulować modelami figur geometrycznych.

Podczas takich manipulacji uczeń może porównywać ich własności, tj. długości boków, wielkości kątów. W ten sposób uwaga ucznia przesuwa się z globalnego (całościowego) rozpoznawania kształtu na własności figur. To z kolei pomaga w umiejętności opisywania figur, będącej podstawą do ich definiowania na dalszych etapach edukacyjnych. Aby rozwijać umiejętności uczniów związane z wyobraźnią geometryczną w codziennej pracy z uczniami, proponuję m.in.:

- ćwiczenia, w których uczniowie tną lub składają kartki papieru oraz rysują i wycinają figury o różnych kształtach;
- manipulowanie różnymi figurami, budowanie z kilku figur innej figury lub rozcinania złożonej figury na inne;

- zadania o charakterze zagadek geometrycznych, gry i układanki, w których wykorzystuje się własności figur.

### **Waga, czas**

Gdy dzieci mają jeszcze nikłe doświadczenia z ważeniem, warto dobrać zadania, które kształtują rozumienie sensu ważenia w sytuacjach, w których mogą osobiście ważyć. Gdy dzieci opanują umiejętność ważenia, zapoznaje się je z jednostkami pomiaru ciężaru. Powinno się to odbywać w powiązaniu z osobistymi doświadczeniami dzieci. Na koniec tak zorganizowanego procesu uczenia można zaproponować, aby dzieci układały i rozwiązywały zadania z treścią i wykorzystywały umiejętności ważenia w sytuacjach codziennych.

Warto, aby dzieci mogły mieć do dyspozycji wagę oraz odważniki i aby samodzielnie ważyły różne obiekty. Warto również pokazać zadanie instruktażowe – jak z udziałem dzieci skonstruować wagę.

Ze względu na zakres trudności, jakich dzieci doznają, gdy uczą się pomiaru czasu, warto poznać komplikacje z tym związane.

Istotną przeszkodą w rozumieniu upływu czasu i w jego pomiarze jest to, że czasu nie można zobaczyć ani dotknąć. Można jedynie o nim myśleć i rozmawiać, mierzyć go i zapisywać wynik pomiaru. Także z odczuwaniem upływu czasu są pewne kłopoty. Subiektywne odczuwanie upływu czasu jest często sprzeczne z jego pomiarem. W odczuciach godzina godzinie nierówna.

Nic więc dziwnego, że dzieci zaczynają rozumować operacyjnie odnośnie do czasu dopiero około dziesiątego roku życia<sup>35</sup>. Problem w tym, że kilka lat wcześniej wymaga się od nich, żeby radziły sobie z obliczeniami kalendarzowymi i zegarowymi. Ma to miejsce w okresie, gdy zaczynają one uczęszczać do szkoły, a zatem wtedy, gdy dzieci zaczynają rozumieć sens układu dziesiętkowego. Pomiar czasu jest realizowany w innych układach liczenia, ale dla wielu uczniów godzina może mieć 100 minut lub 45, jeżeli mają na myśli naukę w szkole. Jeszcze trudniej dzieciom osadzać wydarzenia w czasie i jeszcze w klasie drugiej mylnie używają zwrotów: wczoraj, przedwczoraj, jutro, pojutrze.

Ponieważ dzieciom potrzebne są orientacja w upływie czasu oraz sprawne posługiwanie się zegarkiem, warto skorzystać z metody znanej jako *rytmiczna organizacja czasu*, która od lat stosowana z powodzeniem w ramach *Dziecięcej matematyki*<sup>36</sup>. Jest to skuteczny sposób uczenia dzieci posługiwania się zegarem. Potrzebny jest zegar ścienny – koniecznie – na baterię (na takim zegarze łatwo jest zatrzymać i wprawić w ruch wskazówki: wystarczy nieco

---

<sup>35</sup> Por. Piaget J., Inhelder B., (1993), *Psychologia dziecka*, Wrocław: Wydawnictwo Siedmioróg, s. 104.

<sup>36</sup> Została ona opracowana przez E. Gruszczyk-Kolczyńską oraz E. Zielińską i opisana w cytowanych już wielokrotnie publikacjach: *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli* (1997 i następne wydania, Warszawa: WSiP, rozdział 4), *Wspomaganie rozwoju umysłowego czterolatków i pięciolatków. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycieli przedszkola* (2004, Warszawa: WSiP, rozdział 6), *Wspomaganie rozwoju umysłowego trzylatków i dzieci starszych wolniej rozwijających się. Książka dla rodziców, terapeutów i nauczycielek przedszkola* (2004 i wcześniejsze wydanie, Warszawa: WSiP, rozdział 7).

wysunąć baterię, a wskazówki znieruchomieją, natomiast gdy potem się ją dociśnie, wskazówki zostaną wprowadzone w ruch). Tarcza powinna być biała (bez ozdób), z godzinami oznaczonymi cyframi arabskimi. Na obwodzie tarczy ma być 60 wyraziście zaznaczonych minut (a zarazem – sekund: kropki lub kreski).

Ten zegar powinien mieć także trzy wskazówki, bez ozdób. Sprawdza się następujący sposób uczenia dzieci rozpoznawania czasu na zegarze w szkole i w domu:

- Trzeba zacząć od uświadomienia dziecku, że wskazówki zegara pokazują upływ czasu. Ustawić wskazówki na dwunastce, nieco wysunąć baterię (zatrzymać zegar) i wyjaśnić dziecku *Zobaczmy, jak długo będziesz układać klocki* (chodzi o czynność, którą ono akurat rozpoczyna). *Popatrz na wskazówki..., zapamiętaj ich położenie. Uruchamiam zegar* (wcisnąć baterię), *zaczynaj układać klocki*. Gdy dziecko skończy tę czynność, trzeba pokazać przesunięcie (po łuku) minutowej wskazówki i stwierdzić na przykład *Układałeś klocki 10 minut. Wskazówka przesunęła się odtąd, dotąd* (pokazać). *Tu są zaznaczone minuty* (pokazać kropki lub kreski na obwodzie tarczy zegarowej). *Policz je*. Po tych wyjaśnieniach należy dziecku pozwolić mierzyć czas (w minutach) trwania różnych czynności.
- Gdy dziecko oswoi się z odczytywaniem tego, co pokazuje wskazówka minutowa, trzeba ułatwić mu liczenie minut. Dorosły wyjaśnia np. tak: „Minuty są grupowane po 5 (pokazuje kropki lub kreski na obwodzie tarczy), a piątki są oznaczone kolejnymi liczbami: 1 – jedna piątka, 2 – dwie piątki, 3 – trzy piątki itd. Wystarczy policzyć owe piątki i dodać liczbę pozostałych minut”.
- Kiedy dziecko już sobie radzi z odczytywaniem tego, co pokazuje wskazówka minutowa, trzeba przejść do rozpoznawania godzin. Dziecko doświadczyło już, że jeden obrót wskazówki minutowej na tarczy zegara to 60 minut. Tyle trwa jedna godzina. Godziny pokazuje mała wskazówka. Są one oznaczone na tarczy zegarowej liczbami od 1 do 12. Na tym etapie edukacji przy odczytywaniu godzin na zegarze dzieci mają uwzględniać porę dnia. Na przykład *Jest ósma rano..., Jest ósma wieczorem* (żeby zbytnio nie komplikować odczytywania godzin, nie trzeba dziecku wyjaśniać pojęcia *doba* i umowy, że dla wygody np. obliczeń zegarowych zaczyna się ona zawsze po północy i trwa 24 godziny do następnej północy. Jest to zbyt skomplikowane nawet dla zdolnego sześciolatka i siedmiolatka. Z pojęciem *doba* dzieci zetkną się nieco później, gdy będą już biegle posługiwać się zegarkiem i obliczeniami zegarowymi i kalendarzowymi).
- Kolejny krok to składanie godzin i minut, np. *Jest godzina ósma i dwadzieścia minut*. Żeby nie komplikować – i tak trudnego dla dziecka – pomiaru czasu, nie trzeba śpieszyć się z wprowadzaniem pojęć kwadrans i trzy kwadranse. Wystarczy, że dziecko stwierdzi na przykład: *Jedenasta i piętnaście minut* lub *Jedenasta i czterdzieści pięć minut*. Nie ma większych problemów ze stosowaniem określenia *pół godziny*, zapewne dlatego, że stwierdzenie *połowa czegoś* nie wymaga rozumowania stosowanego przy ułamkach.

Wystarczy więc pokazać dziecku połowę tarczy zegarowej, odpowiednio przesunąć wskazówki i stwierdzić: „To jest pół godziny, czyli 30 minut”. Jeszcze raz przesunąć wskazówki na tarczy zegarowej, aby pokazać, że pół godziny to jest stąd – dotąd i stąd – dotąd. Takie wyjaśnienia wystarczają, wszakże jest to początek edukacji szkolnej.

- Jeżeli dziecko jest zainteresowane tym, co pokazuje sekundowa wskazówka, trzeba to wyjaśnić. Okazuje się to stosunkowo łatwe. Dzieci obserwujące szybki ruch wskazówki sekundowej widzą i odczuwają upływ czasu. Wiedzą też, że na obwodzie cyferblatu jest 60 kropek (lub kresek). Łatwo zapamiętają, że wskazania szybko poruszającej się wskazówki dotyczą sekund, że można je liczyć i że 60 sekund to jedna minuta.

### **Dodawanie, odejmowanie**

Sukcesy w nauce zależą w dużej mierze od motywacji. Warto wspierać u dzieci naturalną skłonność do liczenia, do radzenia sobie w sytuacjach zadaniowych i życiowych wymagających liczenia i rachowania. Chodzi o nie tylko o nawiązanie do tego, w czym dzieci się już orientują, lecz także o rozszerzanie zakresu wykonywanych czynności i o ich większą precyzję.

Warto przypomnieć ustalenia Ludwiki Jeleńskiej<sup>37</sup> (zalecenia metodyczne tej autorki są nadal cenione przez specjalistów z zakresu edukacji matematycznej dzieci za trafność merytoryczną i pedagogiczną). Pół wieku temu stwierdziła ona, że pojęcie systemu dziesiątkowego należy do tych, które trzeba kształtować. Zaleca też, aby w trakcie stopniowego rozszerzania zakresu liczenia (pierwsza dziesiątka, druga, trzecia itd.) stosować pomoce dydaktyczne – np. patyczki – w celu uświadomienia dzieciom, że w liczeniu „[...] każda jednostka wyższego rzędu zawiera 10 jednostek niższego rzędu, a więc 10 jednostek niższego rzędu jest równoważne z jedną jedyną jednostką wyższego rzędu”.

Kiedy uczy my dodawania i odejmowania w szerszym zakresie, trzeba uczyć dzieci, zgodnie z drogą prowadzącą od konkretności, poprzez słowne określenie sensu wykonywanych czynności, aż do zapisu symbolicznego. Dlatego w trakcie kształtowania umiejętności rachunkowych powyżej 30 dzieci muszą mieć do dyspozycji liczmany: patyczki luzem i powiązane w dziesiątki, ziarna grochu luzem i pakowane w pudełka po 10, liczydła różnego typu, taśmy krawieckie traktowane jak chodniczki liczbowe itp. Te pomoce mogą pełnić funkcję konkretów lub zbiorów zastępczych.

Nauczyciel organizujący takie sytuacje zadaniowe powinien pamiętać, aby dzieci mogły dodawać i odejmować, manipulując konkretnymi przedmiotami, i rozmawiać o tym, co robią i co z tego wynika. Uczniowie dodatkowo powinni zapisywać (kodować) czynności rachunkowe wykonane na przedmiotach i odwrotnie – gdy rozwiązują działania zapisane symbolicznie, korzystają

---

<sup>37</sup> Jeleńska L. (wsp. Rusiecki A.M.), (1957), *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*, Warszawa: Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, s. 21.



z liczmanów i innych pomocy dydaktycznych. Należy też skłaniać ich do precyzyjniejszych wypowiedzi, do formułowania uogólnień.

### **Mnożenie i dzielenie**

Obejmuje rozpatrywanie konkretnych sytuacji prowadzących do mnożenia jako dodawania jednakowych składników. Zapis i odczytywanie tych sum w postaci iloczynu z zastosowaniem znaku mnożenia (bez wprowadzania terminu *iloczyn*). Tak więc obliczanie iloczynów sprowadza się do dodawania tego samego składnika. Dzielenie jest wykonywane na konkretnych przykładach mieszczących i podziału z zastosowaniem znaku.

Wprowadzenie w tę problematykę powinno odbywać się poprzez rozwiązywanie zadań na konkretach, opisywane przez dziecko w jego naturalnym języku.

Uczenie się mnożenia i dzielenia należy zorganizować tak, aby konteksty zadań okazywały się emocjonalnie stymulujące, uczniowie mogli wykorzystać silne strony swoich mózgów, a ich naturalna ciekawość poznawcza pobudzała wewnętrzną motywację do nauki. Sprawi im to wtedy przyjemność, a uczenie okaże się skuteczne.

Ponadto opracowaniu iloczynu liczb powinno towarzyszyć ukazywanie związków między tym działaniem a działaniem do niego odwrotnym, czyli wzajemnych relacji między mnożeniem i dzieleniem. Dzielenie, jako działanie odwrotne do mnożenia, sprawia uczniom zazwyczaj kłopoty. Aby polepszyć rozumienie tego zagadnienia, powinno się często wyniki jednego działania sprawdzać za pomocą działania drugiego. Odnosi się to do każdego z ujęć metodycznych dotyczących procesu kształtowania wymienionych pojęć.

Pojęcie dzielenia jest trudne dla uczniów. Dlatego trzeba je szczególnie starannie opracowywać i zawsze wiązać z mnożeniem. Podkreślanie wzajemnych związków między tymi działaniami może przyczynić się do osiągnięcia prawdziwie operatywnej wiedzy przez uczniów.

### **Zadania z treścią**

Wiele ważnych funkcji, jakie niesie ze sobą rozwiązywanie zadań, szczegółowo określiła Wanda Hemmerling<sup>38</sup>.

Autorka podkreśla, że zadania:

- stanowią punkt wyjścia i środek wprowadzania, stosowania, a także utrwalania wiadomości i pojęć matematycznych;
- rozwijają logiczne, twórcze i krytyczne myślenie;
- kształcą dociekliwość, wytrwałość przy pokonywaniu trudności oraz koncentrację uwagi;
- wyposażają uczniów w umiejętność rozwiązywania nie tylko problemów matematycznych, lecz także różnorodnych zadań życiowych.

<sup>38</sup> Hemmerling W., (1977), *Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych*, Koszalin: Instytut Kształcenia Nauczycieli i Badań Oświatowych, s. 21.

Nauczanie zadań tekstowych powinno zaczynać się bardzo wcześnie, równoległe do wprowadzania samych działań arytmetycznych, i przechodzić przez kolejne etapy, takie jak:

- Etap sytuacji konkretnych – tych, które służą też jako punkt wyjścia do dodawania i odejmowania, np. sytuacja, w której uczeń widzi 5 jabłek i 3 jabłka, jako wprowadzenie do dodawania. Jest to wstępna forma zadania tekstowego. Niczego jeszcze uczeń nie czyta. Odpowiedzi są formułowane słownie, bez zapisywania.
- Etap zadań półtekstowych, tj. takich, w których jedna informacja liczbową jest podana werbalnie, a drugą uczeń ma znaleźć przez policzenie potrzebnych elementów na rysunku. To etap pośredni między w pełni ukazanym konkretem a zadaniami czysto tekstowymi. Okazuje się bardzo ważny dla dzieci znajdujących się jeszcze na poziomie dodawania przez przeliczenie wszystkich elementów.
- Etap zwykłych zadań przedstawionych w postaci tekstu bez ilustracji lub z ilustracją, na której nie da się znaleźć danych. Te zadania najpierw czyta i objaśnia sam nauczyciel, a później czytanie odbywa się wspólnie z uczniami lub przez nich samodzielnie.

Proces rozwiązywania zadań tekstowych nie jest wcale łatwy. Rozwiązywanie zadań matematycznych niejednokrotnie stwarza problemy zarówno uczniom, jak i nauczycielom. Uczeń ma problem, jak rozwiązać zadanie, a nauczyciel – jak nauczyć ucznia rozwiązywania zadań.

Zadania tekstowe stanowią podstawę pracy na zajęciach matematycznych, zarówno przy wprowadzaniu nowego materiału, jak i przy stosowaniu nabytej wiedzy. Aby rozwiązywanie zadań przyczyniło się do odniesienia sukcesu przez ucznia, nauczyciel powinien właściwie dobrać zadania i odpowiednio zorganizować ich rozwiązanie.

Zadanie tekstowe składa się z dwóch warstw: werbalnej i matematycznej.

- Warstwa werbalna:
  - ma określoną treść i kompozycję;
  - może mieć formę krótkiego opowiadania, opisu zdarzeń;
  - skonstruowana w ciągu zdań logicznych tworzących fabułę;
  - zdanie oznajmujące tworzy formułę początku;
  - zdanie pytające bądź rozkazujące pełniące formułę końca.
- Warstwa matematyczna zadania: dane i niewiadome, które tworzą problem matematyczny wymagający rozwiązania.

Wincenty Okoń wymienia cztery istotne cechy sytuacji problemowej. Polegają one na tym, że:

- zachodzi określona sytuacja życiowa, łatwo skupiająca uwagę dzieci i odnosząca się do ich zainteresowań i doświadczeń;
- ta sytuacja zawiera jedną lub kilka trudności;
- odczucie trudności prowadzi do formułowania hipotez i poszukiwania rozwiązań;
- sytuacje problemowe cechuje dynamiczność.

Wszystkie te warunki są spełnione przez zadania tekstowe. Podstawowe elementy struktury zadań (treść, kompozycja, problemy matematyczne) sprzyjają różnym przekształceniom, co można wykorzystać jako dodatkowy sposób ich problematyzacji.

Według Marii Cackowskiej rozwiązywanie zadań tekstowych spełnia wiele ważnych funkcji:

- ułatwia kształtowanie oraz wyprowadzanie podstawowych pojęć matematycznych z analizy;
- realnych sytuacji życiowych;
- pozwala na konkretyzację i pogłębianie rozumienia tych pojęć przez odnoszenie ich do różnych sytuacji praktycznych, zawierających aspekty matematyczne;
- wiąże matematykę z życiem i przygotowuje uczniów do rozwiązywania różnych problemów praktycznych;
- uczy analizy i rozumienia tekstów matematycznych;
- utrwała umiejętność wykonywania ustnych i pisemnych obliczeń;
- uczy twórczego posługiwania się poznanymi prawami i własnościami działań arytmetycznych;
- sprzyja rozwijaniu logicznego myślenia;
- aktywizuje ucznia i skłania uczniów do wykonywania wielu operacji myślowych.

Zdaniem Mirosława Dąbrowskiego uczniowie wcale nie muszą poznać metody rozwiązania zadania, zanim przystąpią do jego rozwiązania. W przeciwnym razie, gdy podajemy gotową metodę postępowania, ćwiczymy jedynie pamięć, a istotę matematyki wręcz wypaczamy. Zamiast rzeczywistej umiejętności, w ostatecznym rozrachunku udziałem dziecka stają się kilka schematów, znudzenie i zniechęcenie, brak wiary we własne siły i intelektualna bezradność. Czasami – także garść tzw. strategii obronnych, których celem jest ukrycie owej bezradności.

Najbardziej kształcące okazuje się szukanie rozwiązania zadania samodzielnie albo we współpracy z innymi: badanie związku między informacjami zawartymi w zadaniu, wybieranie tych, które są istotne z perspektywy pytania sformułowanego w zadaniu, weryfikowanie kolejnych pomysłów na rozwiązanie, wysnuwanie wniosków z nieudanych prób itp.

Zadania tekstowe można rozwiązywać różnymi metodami. Każda z metod obejmuje matematyzację zadań, czyli wyizolowanie i wyrażenie w języku matematycznym wszystkich istotnych związków między niewiadomymi a danymi. Niezależnie od zróżnicowania struktury i stopnia złożoności zadań tekstowych, można – z myślą o ich rozwiązywaniu – wyodrębnić pewne wspólne etapy postępowania.

- Zrozumienie zadania, a więc:
  - wzbudzenie motywacji do podjęcia rozwiązania zadania
  - zapoznanie się z treścią
  - analiza zadania.

- Z kolei proces rozwiązywania zadania obejmuje:
  - układanie planu rozwiązania
  - planowanie metody rozwiązania
  - poszukiwanie i ustalenie rozwiązań
  - wykonanie planu
  - wybór rozwiązań
  - sprawdzenie (weryfikację) – ocenę rozwiązania.

Zadania tekstowe powinny zawierać tematykę, która interesowałaby dzieci i zachęcała je do poszukiwania rozwiązań. Same w sobie, powinny budzić zainteresowania i pozytywne emocje, a proces ich rozwiązywania, organizowany przez nauczyciela, powinien dostarczać informacji o możliwościach dziecka w tym obszarze i przyczyniać się do budowania sytuacji, kiedy uczeń może przeżyć satysfakcję z osiągniętego wyniku. Wtedy na pewno uczniowie będą je chętniej rozwiązywali, a dzięki temu być może wzrośnie ich zainteresowanie matematyką.

Rozwiązywanie zadań matematycznych wymaga od uczniów sporo wysiłku, ale dostarcza im również wiele radości i satysfakcji z osiągniętych sukcesów.

## 6. Innowacyjne rozwiązania dydaktyczne umożliwiające skuteczne rozwijanie umiejętności matematycznych u uczniów w klasach I–III

Początkowe nauczanie matematyki stanowi podstawę do nauki w kolejnych etapach procesu edukacji. Dlatego tak ważne okazuje się zapewnienie uczniom edukacji wczesnoszkolnej dobrego startu w uczeniu się matematyki. Rozwój czynności umysłowych ważnych dla uczenia się matematyki należy wspomagać stosowaniem odpowiednich metod kształcenia, form organizacyjnych uczenia się, mediów i materiałów dydaktycznych. Warto również skorzystać z poniższych propozycji.

### Uczenie się nawzajem od siebie

Uczenie się nawzajem od siebie jest metodą ukierunkowaną na działanie. Opisał ją Jean-Pol Martin w 1982 roku. Dzieci uczą się treści nowych lub wskazanych przez nauczyciela – ale w taki sposób, że nauczają koleżanki i kolegów po odpowiedniej obróbce dydaktycznej materiału. Poprzez wysoki udział uczących się w metodach – jak prezentacja, moderacja lub praca zespołowa – zastosowanych przez nauczających ich kolegów, można łatwo przekazywać nie tylko wiedzę, lecz także określone umiejętności. Przy zastosowaniu uczenia się od siebie nawzajem znacznie wzrasta liczba wypowiedzi na lekcji uczących się w stosunku do wypowiedzi nauczyciela. Nauczyciel obserwujący samodzielną pracę uczniów może skoncentrować się na ewentualnym uzupełnianiu i podpowiedziach.

Metoda uczenia się od siebie nawzajem charakteryzuje się następującymi cechami:

- Uczący się przejmują stopniowo funkcje nauczyciela.
- Nauczyciel rozdziela zadania do wykonania, wspiera uczniów przy ich przygotowaniu, ewentualnie ich poprawia.

Zalety metody:

- Nauczyciel mówi na lekcji dużo mniej niż uczniowie, których wypowiedzi zajmują ok. 80%.
- Trudne sekwencje w materiale nauczania są przedstawiane z perspektywy uczniów, co umożliwia im lepsze jego zrozumienie.
- Ponieważ różne grupy uczniów mają za zadanie przekazywanie materiału, więc zajmują się nim dużo bardziej intensywnie, niż gdyby wysłuchiwali tylko wykładu nauczyciela.
- Dużo rzadziej występują zahamowania lub obawy związane z ewentualnym niezrozumieniem materiału, a uczniom łatwiej jest prosić o wyjaśnienia.
- Nauczyciel może szybciej rozpoznać potencjalne luki poszczególnych uczniów i w sposób indywidualny i bardziej celowy na nie reagować.
- Wspierane są pozytywne postawy społeczne poprzez współpracę w zespołach oraz poprzez fakt, że uczniowie wcielają się w różne role.

Jak stopniowo wprowadzać na lekcji uczenie się nawzajem od siebie?

Na początek można dać uczniom proste zadanie, np. polegające na korekcie pracy lub na pokierowaniu jakimś prostym ćwiczeniem. Nauczyciel powinien w tej początkowej fazie zwrócić uwagę na to, aby uczniowie zachowywali się w stosunku do siebie przyjaźnie, aby się nawzajem słuchali i aby mówili wyraźnie. Bardzo ważna jest troska o jakość ich wypowiedzi.

Po fazie przyzwyczajania się uczniów do innych form i metod pracy, trwającej ok. dwóch tygodni, można przejść do ambitniejszych zadań, takich jak przedstawienie jakiegoś krótkiego nowego tekstu lub zagadnienia związanego z gramatyką języka obcego. Przygotowanie do prezentacji następuje w szkole na lekcji (a nie – w domu), w czasie specjalnie do tego celu przewidzianym (ok. 20 minut). Podczas prezentacji uczniowskich nauczyciel nie angażuje się i interweniuje tylko wtedy, gdy zaburzona jest komunikacja między uczniami bądź występują błędy merytoryczne lub wymagane są uzupełnienia.

Stopniowo oddaje się uczniom coraz większe ilości materiału do prezentacji. Nauczyciel również zleca uczniom przygotowanie kart pracy.

Wraz z rosnącą kompetencją uczniowie otrzymują coraz bardziej kompleksowe zadania do wykonania. Równoległe do pracy nad tematem odbywają się również ewaluacja procesu nauczania oraz refleksja nad metodą pracy.

### **Strategia kształcenia wyprzedzającego**

Odwołujemy się także do koncepcji strategii kształcenia wyprzedzającego<sup>39</sup>. Uczniowie przygotowują się do lekcji przed lekcją. Jest to niezwykle ważne dla aktywowania posiadanej już wiedzy przez uczniów na dany temat. Zdarza się to coraz powszechniej, właśnie dzięki obecności uczniów w internecie, którzy wertują zawarte tam informacje czy wiadomości. Ta strategia jest realizowana w czterech fazach. Są nimi:

- aktywacja
- przetwarzanie
- systematyzacja
- ewaluacja.

Jak dotąd, realizujemy głównie pierwszą fazę, czyli aktywację. Jest ona bardzo atrakcyjna dla uczniów, gdyż pozwala im przede wszystkim na „popisanie się” posiadaną już wiedzą, bardzo bogatą niekiedy. Zebrane myśli, przekonania i wiadomości uczniowie lokują (czy powinni lokować – nie zawsze tak się zdarza z uwagi na brak dostępu do odpowiednich urządzeń cyfrowych przez wszystkich uczniów). Z kolei nauczyciel na lekcji właściwej, czyli w fazie **systematyzacji**, wraz z uczniami zajmuje się nie tyle tym, co on chce powiedzieć czy robić, ile tym, co powinien powiedzieć albo robić ze względu na posiadaną już wiedzę przez uczniów – a to bardzo często jest niezwykle trudne wyzwanie – i właśnie takie działanie wymaga profesjonalizmu nauczycielskiego.

---

<sup>39</sup> Dylak S., (2013), *Strategia kształcenia wyprzedzającego*, Poznań: Ogólnopolska Fundacja Edukacji Komputerowej.

Dużą rolę w tej strategii odgrywa technologia. Nauczyciele nagrywają swoje lekcje lub przygotowują prezentację multimedialną, a uczniowie zapoznają się z udostępnionym materiałem. W ten sposób to uczeń może decydować, kiedy i w jaki sposób zdobywa wiadomości i buduje swoją wiedzę.

Nie bez znaczenia jest także fakt, że uczniowie, którzy wiedzą więcej w zakresie danego tematu, mogą szybko zapoznać się z materiałem, natomiast inni mają możliwość odtwarzania lekcji dowolną liczbę razy i zatrzymywania w dowolnym momencie.

Zadaniem nauczyciela jest wspieranie uczniów, aby podczas zajęć mogli oni maksymalnie wykorzystywać i tym samym – lepiej zrozumieć to, co poznali wcześniej.

Czas spędzony w szkole jest wykorzystywany na praktyczną naukę. Dzięki takiemu podejściu nauczyciel może więcej czasu poświęcić na indywidualną pracę z uczniem. Jeżeli dziecko uważa, że opanowało dane zagadnienie, zgłasza się do nauczyciela, który sprawdza, czy rzeczywiście uczeń może przejść na kolejny etap.

Sprawdzenie umiejętności odbywa się na rozmaite sposoby: można wybrać formę projektu, prezentacji multimedialnej, komiksu itp. Jedynym ograniczeniem jest pomysłowość i wyobraźnia ucznia.

Bardzo ważna jest w tej strategii faza ewaluacji, czyli krytycznej analizy własnych działań, ale także działań nauczyciela w procesie dochodzenia do osiągnięcia założonych celów edukacyjnych. Uczniowie to lubią, ale też w wyniku tego działania stają się refleksyjni czy krytyczni wobec własnego uczenia się i jego efektów.

### **Tutoring rówieśniczy**

Jednym z najefektywniejszych sposobów nauczania jest tutoring rówieśniczy, który w dużym stopniu bazuje na indywidualnych umiejętnościach i zainteresowaniach dzieci. Metoda zakłada przeniesienie działań, które zazwyczaj wykonuje nauczyciel, na grupę uczniów.

Proponowane formy:

- Eksperci – spośród uczniów klas (od klasy III) wybierzemy uczniów, którzy będą mieli dyżury (raz w miesiącu) w jednej z sal (otwarta przestrzeń do nauki). Każdego dnia inna osoba. Taki uczeń będzie służyć pomocą każdemu, kto jej potrzebuje.
- Klasowi korepetytorzy – to uczniowie, którzy dobrze rozumieją dany temat i chcą pomagać innym lepiej go zrozumieć. Uczniowie sami decydują, w jakich tematach czują się znawcami, więc mogą wtedy zapisać się na klasową listę korepetytorów. Metoda ta zakłada przeszkolenie uczniów – korepetytorów przez nauczyciela. „Jest to znakomita okazja do ćwiczenia ważnych umiejętności życiowych, na przykład: unikania dominacji podczas rozmowy, starania o jej konstruktywny charakter, uważnego słuchania innych”<sup>40</sup>.

<sup>40</sup> Harmin M., (2008), *Duch klasy. Jak motywować uczniów do nauki?*, Warszawa: Wydawnictwo Civitas, s. 133.

- Praca w parach – wspólne rozwiązywanie problemów lub uzgadnianie stanowiska. Dzieci w parach nie boją się mówić, ich wypowiedzi są często dłuższe i zróżnicowane. Uczniowie uczą się bronić swojego stanowiska, a przez to ćwiczą postawę asertywną, z drugiej strony uczą się, jak dochodzić do porozumienia.
- Wiadomo, że interakcje między samymi dziećmi są bardziej wartościowe dla rozwoju poznawczego niż te między dziećmi a dorosłymi.
- Sprawdzanie pracy w grupach – uczniowie porównują swoje odpowiedzi i w razie niezgodności wspólnie ustalają poprawną odpowiedź, natomiast jeżeli para nie jest w stanie dojść do porozumienia, może poprosić o pomoc inną parę.
- Wspólne tworzenie i sprawdzanie wykonanych zadań – na podstawie podanego kryterium sukcesu dzieci tworzą zadania i quizy lub sprawdzają rozwiązane zadania z zastosowaniem samooceny oraz oceny koleżeńskiej.
- Wykorzystanie technologii informacyjno-komunikacyjnej – uczniowie samodzielnie poszukują źródeł informacji w zasobach internetu, selekcionują je, prezentują projekty, które wykonali, a także angażują się w quizy i gry interaktywne.

### Dobre praktyki ze szkoły Cogito w Poznaniu

Matematyka może uczyć takich metod postępowania i rozumowania, które przenoszą się z sukcesem na wiele innych dziedzin życia. Od prawidłowo skonstruowanych pojęć i ukształtowanych umiejętności matematycznych zależy powodzenie uczniów w ich dalszej edukacji matematycznej.

O rezultatach procesu kształcenia decyduje – zdaniem Zofii Krygowskiej<sup>41</sup> – aktywizowanie wyobraźni matematycznej i myślenia matematycznego ucznia. Zgodnie z konstruktywistycznym podejściem<sup>42</sup> dziecko powinno być aktywne i twórcze – to ono buduje swoją matematykę, a nauczyciel wspiera jego działania i rozwój.

- *Projekt „Firma”*

Projekt angażuje dziecko i jego najbliższe otoczenie, a obejmuje wiedzę z różnych dziedzin oraz kształtuje różnorodne umiejętności w tym matematyczne.

Ta wielostronna aktywność dziecka, którą może realizować zgodnie ze swoimi potrzebami i możliwościami, implikuje progresywne zmiany, którym podlegają wszystkie sfery jego rozwoju. Ma to istotne znaczenie dla holistycznego rozwoju dziecka oraz podniesienia efektywności i jakości jego edukacji. Natomiast samodzielność i indywidualność w zdobywaniu wiedzy, a zarazem praca w grupie może stanowić efektywną płaszczyznę włączenia dzieci ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi w przestrzeń życia szkolnego.

---

<sup>41</sup> Krygowska Z., (1977), *Zarys dydaktyki matematyki*, cz. 2, Warszawa: WSiP.

<sup>42</sup> Przyjęli je J.S. Bruner, J.S. Piaget oraz L.S. Wygotski.



Postanowiliśmy stworzyć Klasową Firmę Charytatywną. Najważniejszy był wybór wspólnego celu, tzn. podjęcie decyzji, komu nasza firma ma pomagać. Pomysłów było wiele – m.in. pomoc dzieciom z Afryki, dzieciom z Domu Dziecka, bezdomnym w Poznaniu. Po burzliwych dyskusjach i głosowaniu wygrało schronisko dla zwierząt.

Pracę rozpoczęliśmy od zaplanowania etatów i wyboru stanowisk pracy. Trzeba było znaleźć kandydatów na stanowiska: prezesa, zastępcy prezesa, prawnika, księgowego, specjalistów od marketingu oraz informatyków. Dzieci tworzyły *curriculum vitae*, w którym wymieniały dane osobowe oraz swoje mocne i słabe strony. Musiały również zadbać o szatę graficzną swojego CV. Kiedy byliśmy gotowi rozpoczęliśmy pierwsze spotkanie, nauczyciel przedstawił dzieciom charakterystykę poszczególnych stanowisk i ich obowiązki. Każdy uczeń musiał zdecydować, na jakie stanowisko chce złożyć CV. Należało więc przeprowadzić rozmowy kwalifikacyjne. Dzieci na forum klasy przedstawiały swoją kandydaturę na dane stanowisko – argumentowały, dlaczego są dobrymi kandydatami.

Skład naszej firmy oraz przydzielone zadania:

*Prezes* – Alex W., odpowiedzialny za koordynowanie całym zespołem, nazwę i logo firmy

*Zastępca Prezesa* – Leon A., obowiązki te same co prezesa

*Księgowy* – Jan M., Adam B., odpowiedzialni za księgowanie wpłat od uczniów

*Prawnik* – Hubert F., tworzył księgę pracowników: dane osobowe, stanowisko pracy

*Specjaliści od marketingu* – Zosia L., Maria R., Martyna T., Helena K., Tosia Sz., Basia D., Maja J., tworzenie ulotek, haseł reklamowych, programów artystycznych

*Informatycy* – Maks S., Filip Z., Zosia S., Oliwia O., Natalia K., wyszukiwanie informacji w internecie o schroniskach w Poznaniu, projekt strony internetowej.

Firma otrzymała nazwę „Łapka.pl”.

*Zadanie – sklepik szkolny*: dzieci ustaliły, że jednym z pomysłów na zdobycie pieniędzy dla schroniska dla zwierząt jest zorganizowanie szkolnego sklepiku. Każdy uczeń wpłacił księgowemu 5 zł. Zdarzyło się, że uczniowie postanowili wydać swoje oszczędności i ofiarowali większy wkład własny. Na początek mieliśmy 170 zł. Podzieliliśmy się na małe grupy i każda z nich tworzyła swoją listę zakupów. Kiedy byliśmy gotowi wybraliśmy się na zakupy do sklepu „Biedronka”. Lider grupy miał notatnik, w którym zapisywał ceny produktów, które znalazły się w koszyku. Było to potrzebne, ponieważ grupa miała do dyspozycji 35 zł. Dzieci poradziły sobie wspaniale. Wszyscy zmieścili się w budżecie. Dział marketingu stworzył plakaty informujące o naszym sklepiku oraz osobiście zaprosił wszystkie klasy do włączenia się w projekt.

W klasie zajęliśmy się podziałem i wyceną produktów. Dzieci uznały, że nikt nie kupi dużej paczki paluszków. Dlatego podzielono je na porcje mieszczące się w kubeczkach, a każdy kubeczek kosztował 1 zł. Tak samo zrobiono z ciasteczkami, żelkami i chrupkami.

Kiedy byliśmy gotowi z produktami, otworzyliśmy sklepik szkolny na pierwszym piętrze. Każdy uczeń szkoły Cogito mógł wybrać coś dla siebie. Były owoce, zdrowe przekąski, woda, soki, a nawet słodycze. Uczniowie wcielili się w rolę ekspedientów. Musieli poradzić sobie z wydawaniem pieniędzy. Nasz sklepik przyniósł dochód w wysokości 530 zł.

Nawiązaliśmy kontakt ze schroniskiem dla zwierząt w Poznaniu i ustaliliśmy formę pomocy. Poproszono nas o wysokiej jakości karmy dla kotów i psów oraz o zabawki dla podopiecznych. Schronisko zaprosiło całą grupę, w celu przeprowadzenia zajęć o pielęgnacji zwierząt.

Projekt „Firma” trwał cały semestr. Uczyliśmy się nie tylko pomagania, lecz także ekonomii, marketingu oraz współpracy, a przede wszystkim dobrze się bawiliśmy i mamy zamiar kontynuować ten pomysł w klasie IV.

Zajęcia zrealizowała nauczycielka Joanna Grześkowiak

- *Planowanie pracy*

Planowanie pracy to nauka nauki, gospodarowania czasem i przyjmowania odpowiedzialności za swój własny rozwój, nie tylko poznawczy, lecz także emocjonalny czy społeczny.

Uczniowie podczas planowania pracy sami decydują, jakie aktywności wykonują w danym czasie, dzięki czemu są bardziej zmotywowani do działania. Oznacza to, że w jednej chwili w klasie uczniowie wykonują nie te same zadania, lecz – wiele różnych.

Dzięki takiej organizacji nauczyciel ma większą szansę na indywidualną pracę z poszczególnymi osobami potrzebującymi wsparcia. Ponadto w sposób naturalny uaktywnia się rówieśnicza pomoc.

Pojęcie rocznego planowania pracy jest trochę na wyrost, jednak można tak to uogólnić, a ze względu na zapis umiejętności – osiągniętych przez dzieci w dużej tabeli – dzieci nazwały ten tryb „pracą z tabelą”.

Na samym początku dzieci otrzymały listę wszystkich umiejętności, które na podstawie obowiązującego programu przydzielono na okres nauki w klasie pierwszej. Podzielono je na matematykę i język polski oraz ponumerowano zgodnie z poziomem trudności.

W klasie zawisła również duża tabela z analogiczną zawartością oraz numerami dzieci z dziennika – dzięki czemu każdy uczeń ma swoją linię osiągnięć.

Podczas „pracy z tabelą” uczniowie z dostępnych fiszek autokorektywnych wybierali odpowiednio te, które umożliwiały im zaliczenie określonej umiejętności, np. jeśli Piotruś stwierdził, że potrafi już dodawać w zakresie 7, brał odpowiednią fiszkę i starał się ją jak najlepiej wykonać, aby zaliczyć tę umiejętność. Jeśli mu się powiodło, kolorował odpowiednią kratkę w tabeli, jeśli nie – stawiał krzyżyk.

Stworzony system pracy miał wiele walorów. Przede wszystkim – bardzo wysoki stopień indywidualizacji. Dzieci z wieloma opanowanymi umiejętnościami mogły iść naprzód, zaliczać kolejne umiejętności, jak również poznawać nowe zagadnienia.

Uczniowie, którym się nie powiodło, mogli albo na razie poszukać innych umiejętności, w których czują się lepiej, albo – po konsultacji z nauczycielem – samodzielnie poćwiczyć.

Ogromny atut polega na tym, że skoro tabela wykazywała np. 6 osób, które mają jeszcze problem z opanowaniem znaków rzymskich, można im zaproponować dodatkową pomoc. W tym czasie pozostali uczniowie dalej pracują swoim tempem w klasie.

Ten system sprawdził się doskonale, dzieci były bardzo zmotywowane do działania.

Zajęcia wykonała i opracowała Teresa Gruss, nauczycielka.

MATEMATYKA	
1	Orientacja przestrzenna
2	Prawo lewo
3	Wyższy, niższy, tej samej wielkości
4	Układanie zbiorów
5	Figury geometryczne
6	Rytm
7	Liczby 1-7
8	Dodawanie w zakresie 7
9	Odejmowanie w zakresie 7
10	Dodawanie kilku składników w zakresie 7
11	Działania z niewiadomą
12	Termometr
13	Liczba 8
14	Liczba 9
15	Liczba 10
16	Oś liczbowa
17	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 10
18	Pemiar linijką
19	Dni tygodnia
20	Liczby 11-15
21	Pojęcie jednostki i dziesiątek
22	Liczby 15-20
23	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 20
24	Pełne godziny na zegarze
25	Kolejność miesięcy
26	Znaki rzymskie
27	Liczenie dziesiątkami w zakresie 100
28	Przeliczenie w zakresie 100
29	Znaki <, >, = w zakresie 20
30	Znaki <, >, = w zakresie 100 dziesiątkami
31	Pojemność i litr
32	Waga i kilogram
33	Oblaczenia pieniężne na złotychkach
34	Dodawanie i odejmowanie z jednostkami
35	Dodawanie i odejmowanie dziesiątkami w zakresie 100
36	Sprawdzanie wyniku odejmowania za pomocą dodawania
37	Słowne zapisywanie liczebników
38	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100 bez przekraczania progu dziesiątkowego
39	Dodawanie i odejmowanie w zakresie 100 z przekroczeniem progu.

Zdjęcie 1. Klasowa tabela umiejętności

- *Kompleks zainteresowań*

Kompleks zainteresowań jest techniką pracy, która stwarza różnorodne i ciekawe sytuacje dydaktyczne służące rozwojowi indywidualnemu i interpersonalnemu.

Zasadniczą cechą kompleksu zainteresowań jest jego charakter badawczy, przy czym działania badawcze ukierunkowane są celowo tak, by znaleźć odpowiedzi na pytania dotyczące tematu, postawione przez dzieci.

To sposób na rozwijanie wiedzy, umiejętności i sprawności intelektualnych, polegający na tym, że dziecko samo stawia pytania, samo szuka odpowiedzi i samo podejmuje decyzje dotyczące rodzaju wykonywanych działań.

Dobrze opracowany kompleks zainteresowań angażuje intelekt oraz emocje dzieci, a przy tym powinien potwierdzać określone właściwości: dziecięcą inicjatywę, podejmowanie decyzji przez dzieci oraz ich zaangażowanie. Wtedy stanie się wspólną przygodą nauczyciela i uczniów.

Kompleks zainteresowań budują dzieci wspólnie z nauczycielem na podstawie demokratycznie wybranego swobodnego tekstu. Na podstawie tego wyboru dzieci formułują temat poszukiwań, a następnie decydują o przebiegu przedsięwzięcia i jego zakończeniu.

Zasady organizacyjne pracy nad kompleksem zainteresowań przedstawiają się następująco:

- Czas trwania zależy od tempa realizacji zagadnienia.
- Temat wybierają dzieci, cele kompleksu zainteresowań powinny okazać się spójne z treściami programu nauczyciela.
- Nauczyciel wspólnie z dziećmi przygotowuje mapę myśli, w celu ustalenia, co dzieci wiedzą. Następnie organizuje pracę tak, aby uczniowie poznali nowe treści zgodne z programem nauczania.
- Dzieci wybierają zadania, szukają odpowiedzi.
- Nauczyciel obserwuje aktywność badawczą dzieci.
- Uczniowie zdobywają wiedzę poprzez szukanie odpowiedzi na pytania i aktywność badawczą.
- Materiały są przygotowane przez nauczyciela i dostępne dla dzieci.
- Zajęcia w terenie prowadzone są tzw. techniką doświadczeń poszukujących i stanowią istotny element zajęć.
- Kompleks zainteresowań obejmuje kształtowanie wszystkich umiejętności.
- Zajęcia koncentrują się na aktywności badawczej, na szukaniu odpowiedzi na pytania z wykorzystaniem materiałów. Nauczyciel pomaga w przyswojeniu treści podczas omówienia lub dyskusji.
- Aktywności takie jak rysowanie, pisanie, konstruowanie są bodźcem do przyswajania przez dzieci coraz bardziej złożonych pojęć, jak również sprzyjają przyrostowi wiedzy i umiejętności.

### *Przykład 1 – Bank w klasie 2*

Przed rozpoczęciem pracy nad kompleksem zainteresowań nauczyciel powinien się orientować, jaka jest bieżąca wiedza dzieci na dany temat, np. o banku.

W trakcie rozmowy pojawiły się takie odpowiedzi, które zapisano w postaci mapy myśli:

- Bank to miejsce, w którym znajduje się dużo pieniędzy.
- Ma swoją nazwę i logo.
- Kiedy pożyczamy pieniądze, trzeba je zwrócić.
- Można zwracać pożyczone pieniądze w częściach – raty.
- Pieniądze można wypłacać z bankomatu.
- Bank udziela pożyczek i kredytów.
- Zwracamy do banku więcej niż pożyczaliśmy – oprocentowanie.

Następnie dzieci przeszły do wyznaczania zadań, które będą podejmowały w ramach kompleksu zainteresowań. Uczniowie zapragnęli, aby na jeden dzień sala lekcyjna zamieniła się w bank. Ustalili, że stanie się to w piątek.

W środę i czwartek mieliśmy czas na wykonanie zadań:

- Wykonanie projektu logo, karty płatniczej.
- Zbudowanie bankomatów.
- Wyprodukowanie banknotów.
- Stworzenie formularza – indywidualnej karty klienta banku.

- Stworzenie druczków z listą opłat, które poprzedziła dyskusja nad tym, za jakie usługi czy zakupy można płacić.
- Wykonanie kartonowych komputerów.
- Przygotowanie listy potrzebnych rzeczy, np. kalkulatorów.

Propozycje zadań do wyboru oraz treści, którymi uczniowie mieli się zajmować, znalazły się w karcie do planowania pracy, tak aby każdy mógł zaplanować, czym będzie się zajmował, oraz przemyśleć, jakie materiały okażą się do tego potrzebne (np. do wykonania komputerów były potrzebne kartony).

Dzieci zdecydowały w głosowaniu, że ich bank będzie nosił nazwę „ŻpB – Życie poza Bankiem”. W piątek rano salę lekcyjną przemeblowano, aby przygotować stanowiska, w których klienci mogli pobrać formularze, służące do uzupełnienia danych osobowych potrzebnych do założenia konta. Dzięki temu dzieci ćwiczyły zapisywanie nazw własnych. Była to okazja do powtórzenia swoich adresów zamieszkania.

Przy kolejnym stanowisku wyrabiano się kartę płatniczą. Tam uczniowie rozwijali motorykę małą poprzez wycinanie, sklejanie ze sobą kartoników (karty płatnicze musiały być odpowiednio sztywne). Wygląd graficzny karty zależał od indywidualnych predyspozycji każdego dziecka. Numery na karcie zastąpiono działaniami – dodawaniem, które należało wykonać, aby karta mogła zostać aktywowana. Od tego momentu każdy klient mógł wypłacać pieniądze z bankomatów, w których ukryli się uczniowie.

Bankomaty były wykonane z kartonów, a klienci poprzez wsunięcie karty do wnętrza dawali znać, że chcą wypłacić pieniądze. Zaznaczali kwotę poprzez manipulowanie paskiem w górę i w dół, na którym zapisano kwoty w kolejności rosnącej. Osoba siedząca w środku widziała zaznaczoną kwotę i mogła ją wysunąć na zewnątrz. To była dla dzieci wspaniała zabawa, dzięki której ćwiczyły one rozróżnianie polskich banknotów i liczenie pieniędzy. Przy kolejnym stanowisku klienci pobierali rachunki do zapłaty.

Pracownicy banku wydawali odpowiednie druczki i wykonywali obliczenia pieniężne. Mieli za zadanie obliczyć, jaką sumę mają do zapłacenia klienci. A zadaniem klientów było sprawdzenie, czy wszystko się zgadza.

Praca nad tym kompleksem była również naturalną okazją do rozmowy o odpowiedzialności za swoją pracę, która spoczywa na dorosłych, także o zasadach kulturalnego zachowania się w miejscach publicznych, w tym – właśnie w banku, oraz o tym, że wykonywanie niektórych zawodów wymaga odpowiedniego stroju.

Zajęcia zrealizowała Izabela Groborz, nauczycielka

### *Przykład 2 – Londyn*

Prezentowany przykład wpisuje się w konstruktywistyczny model nauczania, oparty głównie na aktywności dziecka w procesie zdobywania wiedzy, a nie – na przekazywaniu jej przez nauczyciela.

Tak zorganizowana praca pozwala na wybór aktywności dzieciom o różnym poziomie rozwoju, pobudza je do myślenia, uczy zastosowania nowo nabytej wiedzy w praktyce i dzielenia się informacjami z innymi, dzięki czemu kształtuje kompetencje komunikacyjne i społeczne.

Największe znaczenie przypisuje się intencjonalności uczenia się oraz rozwijania umiejętności uczenia się – jako kapitału do przyszłego rozwoju.

Umożliwia uczenie poprzez działanie, bezpośrednie polisensoryczne doświadczanie – a zwłaszcza taka metoda podnosi poziom efektywności nauczania dzieci.

Dzieci zaproponowały, aby stworzyć klasowe biuro podróży lub pojechać na prawdziwą wycieczkę, albo chociaż „na niby” odwiedzić jakieś miejsce – ta propozycja okazała się najbardziej kusząca i możliwa do zrealizowania. Następnie odbyła się debata o tym, jaki kierunek wybierzemy – klasa była rozdarta między Londynem, o którym opowiadał jeden z kolegów, a Wenecją, o której uczniowie rozmawiali na lekcjach języka angielskiego.

Ostatecznie zdecydowano się na Londyn – jednym z argumentów przemawiających za stolicą Anglii był język, bliższy uczniom niż włoski, o którym niewiele słyszeli. Zapał, z jakim uczniowie zabrali się do planowania działań i do generowania kolejnych pomysłów, przełożył się na postanowienie o tym, że od tej pory wszystkie aktywności miały być związane z Anglią.

Dzieci zaproponowały wiele ciekawych aktywności:

- zamiana sali lekcyjnej w makietę Londynu – powstały kartonowe zabytki, ozdoby, dzięki pomocy rodziców dzieci zgromadziły w „angielskim kąciku” rozmaite przedmioty i książki związane z Londynem;
- opracowanie planu wycieczek na podstawie dostępnych materiałów (książek, przewodników, internetu) – uczniowie działali w małych zespołach i każdy z zespołów zupełnie inaczej podszedł do tego zadania: niektórzy stworzyli całkiem realne plany wycieczek, inni przedstawili pomysły zupełnie bajkowe;
- propozycja ze strony uczniów, aby w czasie trwania kompleksu książką czytaną co dzień rano w klasie były przygody londyńskiego misia – Paddingtona;
- zorganizowanie małego przyjęcia na cześć gości, które za sugestią nauczycielek połączono z obchodami Dnia Babci i Dziadka.

Tak przedstawiają się wybrane aktywności integrujące treści nauczania z tematem kompleksu zainteresowań, a zaproponowane przez nauczycielki:

- codzienne powitanie piosenką w języku angielskim, przeplatanie angielskich słów i wyrazów podczas wszystkich zajęć (także wychowania fizycznego);
- aktywności matematyczne związane z Londynem: przeliczanie i dodawanie londyńskich pojazdów, mierzenie wysokości zabytków, dodawanie i odejmowanie brytyjskich herbatników (nauka o znakach mniejszości i większości);
- wprowadzenie kolejnych liter alfabetu na podstawie słowa Londyn;
- tworzenie zdrowych jadłospisów na angielskie przyjęcie.

Oprócz tych aktywności, uczniowie włączali się także w wiele mniejszych zadań, które wynikały z ich naturalnego zainteresowania i z toku trwania kompleksu. Wielkim momentem kulminacyjnym kompleksu było przedstawienie połączone z poczęstunkiem, zorganizowane dla gości z Anglii oraz dla dziadków. Uczniowie mieli okazję pochwalić się piosenkami i wierszami w języku angielskim, które do tej pory poznali. Podczas realizacji kompleksu uczniowie wykazali się ogromnym zaangażowaniem oraz pracowitością, mieli okazję współdziałać i wpływać na bieg procesu edukacyjnego.

Do współpracy nauczycielki zaprosiły rodziców, którzy wykazali się ogromnym zaangażowaniem – po pierwszych dwóch dniach trwania kompleksu sala wypełniła się flagami Wielkiej Brytanii i Anglii, pałatkami, gadżetami, pocztówkami i książkami związanymi z Londynem.

Realizacja kompleksu zainteresowań o Londynie pozwoliła na całościowe zintegrowanie wszystkich edukacji. W pierwszej fazie trwania kompleksu nauczycielki obawiały się o to, czy tematyka londyńska, wyraźnie wybijająca się na pierwszy plan, nie pochłonie zbyt wiele tak cennego czasu w szkole – zwłaszcza że pomysły dzieci na aktywności związane z Londynem miały charakter głównie plastyczny. Pamiętałyśmy jednak o podstawie programowej i o treściach, które w tamtym okresie chcieliśmy przekazać dzieciom. Jednak szybko się okazało, że temat, który tak pochłonął uczniów, jest doskonałym polem do tego, aby realizować treści z podstawy programowej.

Liczenie w zakresie 30 dzieci trenowały, licząc angielskie pojazdy. Porównywanie liczebności zbiorów odbywało się poprzez szacowanie tego, z którego talerza chętniej jedlibyśmy angielskie herbatniki (zapewne z tego, na którym jest ich więcej). Analizowanie londyńskich zabytków było natomiast świetną okazją do tego, żeby porozmawiać o symetrii i nauczyć się mierzenia odcinków i porównywania długości (wysokości zabytków). W wyrazie *Londyn* znalazły się też dwie nieznane dotąd litery – „d” oraz „n”, a ćwiczenia praktyczne pojawiły się naturalnie – uczniowie we wszystkich aktywnościach zapisywali, czytali i odmieniali przez przypadki wyraz *Londyn* nieskończoną ilość razy. Była to także świetna okazja, aby porozmawiać o tym, kiedy i dlaczego piszemy wyrazy dużą literą.

Angielski klimat dodatkowo podkreślały codzienne rytuały zaproponowane przez uczniów, które towarzyszyły klasie do końca roku.

Poranne powitanie odbywało się po angielsku, a czas sprzątnięcia umilała angielska piosenka. W porozumieniu z anglistką poznawane wówczas słownictwo dzieci wykorzystywały do codziennych aktywności, przez co klasa stała się niemalże dwujęzyczna. W podróży po Londynie towarzyszył też lubiany przez dzieci niedźwiadek – Paddington.

Jednak najcenniejsze wspomnienia są związane z aktywnościami zaproponowanymi przez uczniów, pokazującymi, jak dojrzałe i twórcze potrafią być sześcio- i siedmiolatki. To dzięki ich pomysłowości sala zamieniła się w Londyn i wypełniła kartonowymi modelami zabytków. Ciekawość tego, co warto byłoby zwiedzić, gdyby faktycznie udało nam się odwiedzić stolicę Anglii, zaowocowała stworzeniem programów wycieczek po Londynie. Uczniowie tworzyli mapy i plany według własnego pomysłu, a także planowali trasę zwiedzania i kolejne atrakcje (mniej lub bardziej realistyczne) warte zobaczenia.

Uczniowie z własnej inicjatywy tworzyli pocztówki z Londynu, jadłospisy swoich londyńskich restauracji serwujących tradycyjne potrawy i mówili tylko po angielsku codziennie o umówionej porze. Uczniowie wpadli na pomysł, że nasz londyński projekt warto wykorzystać w przygotowaniu święta Babci i Dziadka. Zaproponowali wiele ciekawych rozwiązań – ostatecznie przygotowały wydarzenie o nazwie „Angielska herbatka dla Babci i Dziadka”. Przedstawienie stało się jednocześnie punktem kulminacyjnym – podsumowaniem kilkutygodniowej pracy.

Dla nauczycielek był to także rodzaj ewaluacji – za sprawą konkursu mogłyśmy upewnić się, że wiedza zdobyta przez uczniów jest trwała. Dla nich (mimo wysiłku, jaki musieli włożyć w jego przygotowanie) przedstawienie było natomiast pewnego rodzaju nagrodą – mieli szansę pochwalić się swoją wiedzą i zaprezentować efekty pracy.

Realizacja kompleksu zainteresowań o Londynie uzmysłowiła nauczycielkom, jak ważne jest to, że to uczniowie decydują o tematyce, która będzie im towarzyszyć w czasie nauki. Londyn tak pochłonął całą klasę, że realizacja kompleksu zajęła aż cztery tygodnie. Z perspektywy czasu widać, jak cenne okazało się poświęcenie się jednemu tematowi i jak bardzo trwała jest wiedza zdobyta w tym czasie. Uczniowie bez problemu przywołują nazwy najważniejszych londyńskich zabytków, wymieniają znane postaci związane z miastem i odpowiadają, w jakim kraju leży Londyn.

Po prawie roku od realizacji kompleksu uczniowie zapytani o to, czy jeszcze pamiętają „zabawę w Londyn”, potwierdzili, że pamiętają świetnie. Zgodnie z przewidywaniami, najbardziej utkwiała w pamięci londyńska aranżacja klasy: olbrzymi kartonowy Big Ben albo budka telefoniczna przygotowana przez Karola i rodziców, do której można się było schować, tak często były wykorzystywane do zadań i w zabawach swobodnych, że prawdopodobnie zostaną zapamiętane na bardzo długi czas.

Dla nauczycielek bardzo cenne było to, że mogły potwierdzić w praktyce wszystkie pozytywne strony realizacji kompleksu zainteresowań, który z zewnątrz często wygląda na zabawę pozbawioną aspektu poznawczego. Kompleks zainteresowań „Londyn” oraz wszystkie inne mniejsze i większe kompleksy realizowane przez klasę utwierdziły nauczycielki w przekonaniu, że:

- pozostawienie uczniom dużej swobody, zaufanie im i realizacja uczniowskich pomysłów sprawia, że zaangażowanie w prace jest ogromne, co z kolei skutkuje lepszym przyswajaniem wiedzy;

- realizacja każdego tematu umożliwia „przemycenie” ogromu treści programowych,
- rodzice uczniów są niesamowitymi partnerami: ich zaangażowanie w życie klasy jest bezcenne,
- najwięcej uczymy się wtedy, kiedy dobrze się bawimy.

Projekt zrealizowały nauczycielki: Maria Nowaczyk i Małgorzata Kayser.

- *Matematyka w działaniu*

Escape room w dosłownym tłumaczeniu oznacza ‘pokój ucieczki’ i jest formą rozrywki. Uczestnicy zabawy zostają zaproszeni do rozwikłania pewnej zagadki, a ich celem jest wydostanie się z pokoju lub odnalezienie zaginionego przedmiotu.

Jedyną drogą do sukcesu jest rozwiązanie szeregu łamigłówek następujących po sobie. Podczas sesji uczestnicy muszą zatem wykazać się spostrzegawczością, logicznym myśleniem, kojarzeniem faktów oraz współpracą. Formuła escape roomu jest wręcz idealnym zarysem lekcji matematycznej rozwijającej wymienione cechy.

Wykorzystano tutaj: edukację matematyczną (obliczenia pieniężne, myślenie logiczne), polonistyczną (czytanie ze zrozumieniem, pisanie), informatyczną (korzystanie z komputera, tabletów, kody QR, szyfrowanie, kodowanie) oraz społeczną (współpraca w grupie, wspólne rozwiązywanie pojawiających się trudności).

Pokój zagadek – doskonalenie umiejętności wykonywania obliczeń pieniężnych

- Tajemnicze zaginięcie w Cogito

Na początku zabawy uczniowie zostali wprowadzeni w tematykę zadania, która wpisywała się w bieżące życie klasy. W tamtym czasie najważniejszym i najgorętszym tematem była pierwsza w historii klasowa wycieczka z noclegiem. Wszyscy byli bardzo podekscytowani i z niecierpliwością oczekiwali dnia wyjazdu.

Na wstępie dzieci zostały poinformowane, że wydarzyło się coś przykrego i nauczycielkom trudno o tym mówić, za to pojawił się artykuł w gazecie. Uczniowie dowiedzieli się także, że mogą bardzo pomóc nauczycielkom, ale ważne jest, aby ze sobą współpracowali.

W razie potrzeby mogą skorzystać z pomocy nauczycielek: użyć dzwoneczka, który jest sygnałem, że potrzebują wsparcia.

W zadaniu wykorzystano znany dzieciom szyfr MALINOWE BUTY. Rozwiązanie szyfru doprowadziło uczestników do kolejnego zadania ukrytego pod klasowym dywanem.

- Łamacze szyfrów

Pod dywanem ukryto trzy zadania tekstowe. Wyniki zadań tekstowych stanowiły trzycyfrowy kod do kłódki, znajdującej się w zasięgu wzroku uczniów: otwarcie kłódki pozwalało wydostać telefon komórkowy z zamkniętego pudełka.



Ponadto wyniki zadań wskazywały pola, które należy zamalować w pustym kodzie QR. Tylko prawidłowe rozwiązanie zadań tekstowych pozwoliło na przejście do następnego kroku: odczytanie polecenia, które wyświetliło się na telefonie po zeskanowaniu kodu QR.

Polecenie brzmiało: „Rozwiąż test online”.

- **Poszukiwacze pieniędzy**

Po odczytaniu komunikatu z telefonu dzieci natychmiast wpadły na to, że należy teraz skorzystać z komputera. Przy komputerze znajdowała się karteczka z danymi do logowania się na platformę z zadaniami online. Podczas rozwiązywania testu pt. „Poszukiwacze pieniędzy” uczniowie m.in. obliczali sumy, reszty, wskazywali odpowiednie nominały monet oraz banknotów. Po rozwiązaniu wszystkich zadań w sali rozbrzmiał dźwięk z komputera: „Brawo! Podeszliście do wszystkich zadań. Dzięki współpracy i wyteżonym umysłom jesteście coraz bliżej rozwiązania. Sięgnijcie po kartkę, na której umieszczono kolejne zadanie. I pamiętajcie... najważniejsze jest niewidoczne dla oczu!”.

- **Niewidzialna wiadomość**

Na kartce znajdującej się nieopodal komputera zaznaczono czarną ramkę. Obok leżało pudełko z różnymi przedmiotami, niezwiązanymi ze sobą. Zagadka wypowiedziana przez translator naprowadziła uczniów na kolejny punkt – odnalezienie latarki ze światłem UV, która po podświetleniu kartki odkrywała niewidzialną wcześniej wiadomość o treści: „Ktoś narobił niezłego bałaganu w książkach na stoliku. Ułóżcie książki w kolejności od najdroższej do najtańszej”.

- **Bałagan w książkach**

Kolejnym etapem było ułożenie porozrzucanych książek w kolejności wskazanej w poprzedniej podpowiedzi. Każda z książek miała cenę naklejoną na okładce, natomiast na grzbiecie znajdowała się litera albo cyfra. Po ułożeniu książek we właściwej kolejności ich grzbiety oznajmiły dzieciom kolejną podpowiedź: „WALIZKA 966”.

- **Tajemnicza walizka**

W tej części uczniowie odnaleźli walizkę znajdującą się w sali. Za pomocą kodu odczytanego z książek otworzyli zamek szyfrowy. We wnętrzu walizki znaleźli: kartkę z instrukcją, cztery paragony podpisane imionami oraz koperty z tymi samymi imionami. Ponadto w kolejnej kieszeni znajdowały się tablety zabezpieczone hasłami. Instrukcja w walizce głosiła: „Oto paragony 4 osób. Każda z nich zapłaciła w sklepie banknotem stułotowym. Kto otrzymał najwięcej reszty? Otwórz kopertę z imieniem tej osoby”.

- **Karta kredytowa**

Po wybraniu prawidłowej koperty uczniowie znaleźli kartę kredytową oraz kartkę z szyfrem. Aby rozwiązać szyfr, musieli posłużyć się cyframi z awersu karty kredytowej. Każdej cyfrze z karty kredytowej przypisano literę, więc po odszyfrowaniu powstały cztery słowa będące hasłami do czterech tabletek umieszczonych w walizce.

- **Rozsypanka tabletkowa**

Po odblokowaniu tabletek na ekranie pojawiło się zadanie tekstowe – na każdym urządzeniu inne. Należało je obliczyć oraz wpisać rozwiązanie. Po wpisaniu prawidłowego wyniku na tablecie wyświetlał się jeden wyraz. Połączenie wszystkich słów dawało wskazówkę: „Szuflada w kąciku plastycznym”.

- Banknot-mapa

W kąciку plastycznym dzieci odnalazły banknoty oraz karteczkę z poleceniem. Na rewersie każdego banknotu wypisano różne miejsca w sali, np. biblioteczka, szafka z kluczami, tablica itp. Na karteczce widniało pytanie „Ile musisz wziąć pieniędzy, aby wystarczyło Ci na zrobienie zakupów? Wybierz banknot o możliwie najmniejszej wartości”. Poniżej znajdowały się liściki, w którym mama prosi o zrobienie zakupów, oraz lista zakupów wraz z cenami.

- Wigilijny stół

Po wybraniu odpowiedniego banknotu uczniowie natychmiast skierowali się do wskazanego miejsca. Napis na właściwym banknocie głosił „Wigilijny stół”, który to wówczas był tematem ściennej gazetki w sali. Uczniowie przez dłuższą chwilę rozglądali się po gazetce, w poszukiwaniu kolejnych wskazówek. Ostatecznie udało im się dojrzeć kluczyk, swobodnie zawieszony na tablicy.

- Skarbiec

Po odkryciu kluczyka uczniowie natychmiast otworzyli dobrze znaną im szafkę, a w jej wnętrzu odnaleźli sejf, zamknięty na kod, oraz kolejną instrukcję.

- Kod do sejfu

Odnaleziona instrukcja brzmiała następująco: „Kod do sejfu to liczba i litera. Liczba + litera. Liczba to suma kwot umieszczonych na paragonach tablicy korkowej. Litera: książka *Śmieciogród*, strona 33, wers 5, wyraz 7, litera 6”.

Na tablicy korkowej w widocznym miejscu sali przyczepiono paragony sklepowe. Zadanie uczniów polegało na obliczeniu sumy kwot, która stanowiła początek kodu do sejfu. Kolejnym elementem kodu była litera – należało ją odnaleźć w książce, znajdującej się w klasowej biblioteczce.

- *Mission complete*

Po wykonaniu ostatniego zadania uczniowie wpisali kod do sejfu. Kod był prawidłowy! W środku uczestnicy zabawy odnaleźli zaginione pieniądze oraz słodką niespodziankę. W klasie rozległ się okrzyk triumfu: klasowa wycieczka została uratowana!

- Refleksje

Ostatnim elementem lekcji stało się wspólne podsumowanie przebiegu wydarzeń. Uczniowie opowiadali o swoich odczuciach towarzyszących im podczas rozwiązywania zagadek. Komentowali przede wszystkim zaistniałe sytuacje społeczne oraz dzielili się swoimi spostrzeżeniami na temat współpracy. Mówili o tym, czego się nauczyli, ale także o tym, czego oczekiwali od swoich rówieśników oraz które zachowania wymagałyby zmiany.

Zajęcia zostały przeprowadzone przez dwie nauczycielki: Marię Hnatejko i Justynę Peret.

- *Planowanie zakupów – dodawanie i odejmowanie w zakresie 100*

Zakupy to temat, który towarzyszy nam na każdym kroku naszego życia. Dlatego możemy przedstawić go uczniom w bardzo przyziemny sposób, np. przy użyciu gazetek sklepowych. Podczas edukacji matematycznej uczniowie mieli za zadanie zaplanować zakupy tak, aby wydana kwota była jak najbliższa 100 zł, a zakupionych produktów było jak najwięcej. Rezultatem miał być kolaż zdjęć wyciętych z gazetek, a przedstawiających towary. Uczniowie dodawali, odejmowali, mnożyli, a czasem dzielili.

Gdy obserwowałam ich pracę, zauważyłam nie tylko zaangażowanie w wykonywanie działań, lecz także pomysłowość i dbałość o estetykę. Bardzo ważną rolę odegrało to, że projekt był ich autorstwa: niektórzy nawet poczuli się jak dorośli z prawdziwymi potrzebami ekonomicznymi.

Uczniowie chętnie dzielili się swoimi planami i przedstawiali cząstkowe poczynania. Fazą końcową była prezentacja kolażu przed klasą. Wielu grupom udało się osiągnąć cel, zdarzały się także prace wyjątkowe, gdzie liczba produktów była zaskakująco duża. Pokazało to ogromny wysiłek włożony w zadanie.

Na lekcjach uczniowie często prezentują własne prace, które następnie są oceniane przez chętne osoby. Mówimy o plusach, ale też o tym, czego nam zabrakło, co byłoby dla nas istotne. Znajdujemy argumenty przemawiające za tym, co uważamy za pozytywne, ale i zastanawiamy się, nad czym musimy popracować. Ocena i samoocena działań przekładają się na coraz lepsze efekty.

Wykorzystywanie elementów plastycznych do zrozumienia zagadnień matematyki przekłada się na swobodę uczniów w pracy. Omawiane zajęcia pozwoliły na pracę zespołową, ale również na planowanie pracy we własnym tempie. Uczniowie ustalili podział, a następnie – zamianę zadań w każdej z grup, dzięki czemu wszyscy zostali zaangażowani w wykonywanie kolażu. Uczniowie radzili sobie doskonale, nie potrzebowali pomocy w sumowaniu wydanych pieniędzy. Projekt okazał się dla nich na tyle atrakcyjny, że liczenie stało się dodatkiem do całej pracy, a dzięki temu uczyli się samodzielnie.

### **Doświadczenia poszukujące**

Podstawy techniki doświadczeń poszukujących Célestina Freineta odnajdujemy w koncepcji psychologicznej tzw. psychologii wrażliwości na świat<sup>43</sup>, której kluczowym pojęciem jest doświadczenie zdobywane po omacku. W interpretacji Haliny Semenowicz oznacza ono przypadkowe natrafienie przez dziecko, w trakcie samodzielnych doświadczeń i samodzielnego działania, na różne przedmioty i zjawiska, a także na odkrycia cech ludzi, zwierząt, roślin i przedmiotów za pomocą zmysłów wspieranych intuicją i przeżyciami emocjonalnymi (chodzi zwłaszcza o zainteresowanie i motywację). Wyższą formą okazuje się tzw. doświadczenie poszukujące, w którym po wielokrotnym powtórzeniu prób uwieńczonych sukcesem pojawiają się – jako element wtórny – świadomość doznanych wrażeń zmysłowych i postępowanie się nimi w sposób celowy i zamierzony, zamiast działania spontanicznego<sup>44</sup>.

Technika doświadczeń poszukujących wyzwala w uczniach aktywność celową (w przeciwieństwie do aktywności adaptacyjnej, nastawionej przede wszystkim „na możliwość uzyskania jakiegoś określonego stanu rzeczy”<sup>45</sup>).

<sup>43</sup> Lewin A., (1986), *Wychowanie. Tryptyk pedagogiczny – Korczak, Makarenko, Freinet*, Warszawa: Nasza Księgarnia, s. 112.

<sup>44</sup> Semenowicz H., (1980), *Freinet w Polsce*, WSiP, Warszawa: WSiP, s. 97.

<sup>45</sup> Więckowski R., (1993), *Pedagogika wczesnoszkolna*, Warszawa: WSiP, s. 269.

Efektom jej jest wychodzenie poza dostarczone informacje. Ta aktywność wymaga działań twórczych czy transgresyjnych, sprzyja uczeniu się zachowań niekonwencjonalnych, nie-standardowych. Dlatego przebieg zajęć prowadzonych techniką doświadczeń poszukujących odbiega od lekcji opartych na metodach konwencjonalnych.

Zajęcia prowadzone techniką doświadczeń poszukujących mogą przebiegać w następujący sposób:

- Pobudzanie i ukierunkowanie aktywności własnej dzieci:
  - zainteresowanie przedmiotem, osobą, tematem, zdarzeniem itp.;
  - „nurkowanie” we własnym obszarze wiedzy (Co wiem? Czego chcę się dowiedzieć? W jaki sposób i gdzie mogę poszukać informacji? Kto może mi w tym pomóc? itp.).
- Zwerbalizowanie potrzeby poznawczej i form aktywności w postaci tzw. karty pracy (fiszki poszukującej) oraz środowiska informacyjnego. Organizowanie środowiska informacyjnego (miejsce indywidualnych lub zespołowych poszukiwań) przez nauczyciela i dzieci:
  - klasa (laboratorium) – wyposażona w różnorodne materiały dydaktyczne, np.: wydawnictwa popularnonaukowe, podręczniki, encyklopedie, albumy, atlasy, słowniki, tzw. teczki problemowe (z wycinkami z czasopism), fotografie, pocztówki, płyty;
  - najbliższe otoczenie dziecka: społeczne, przyrodnicze, kulturowe itp. (dom, szkoła, osiedle, ulica, „moja” miejscowość, „moja” mała ojczyzna).
- Działalność poznawcza (odkrywcza) uczniów ukierunkowana kartą pracy (indywidualna lub zespołowa).

Dzieci w razie potrzeby powinny mieć okazję do uczenia się i do ewentualnego ćwiczenia określonych umiejętności badawczych, takich jak zadawanie pytań, posługiwanie się przyborami w pracy konstrukcyjnej oraz sporządzanie rysunków z obserwacji.
- Działanie i aktywność praktyczną (indywidualne lub zespołowe porządkowanie, segregowanie, wyrażanie zebranych informacji np. w formie obliczeń, notatek, sprawozdań, opisów, gazetek, ilustracji, fotografii, kolekcji).
- Przeżywanie i aktywność emocjonalna
  - przedstawianie (prezentowanie przed całą klasą/zespołem dzieci samodzielnie zebranych i uporządkowanych informacji/materiałów/)
- Aktywność poznawcza, emocjonalna i praktyczna (dzieci wspólnie z nauczycielem przeprowadzają syntezę opracowanych materiałów). Składają się na nią:
  - analiza materiałów zebranych przez poszczególne zespoły i w wyniku indywidualnych poszukiwań;
  - porządkowanie wg przyjętego kryterium;
  - zastanawianie się i wybór form wyrażenia materiałów;
  - wyrażenie (gazetka, album, książeczka tematyczna, folder, poster, scenka rodzajowa, makieta, inscenizacja itp.).

Uczenie się tzw. techniką doświadczeń poszukujących wymaga odpowiedniej bazy, odpowiednio zorganizowanego środowiska edukacyjnego. Elementem szczególnie charakterystycznym w uczeniu się tą techniką (odróżniającym od innych sposobów uczenia się) jest kartoteka fiszek problemowych (zwanymi również poszukującymi, przewodnimi albo kartami pracy ucznia), zawierających pewną liczbę poleceń do wykonania w związku z określonym tematem, a także podających źródło informacji (por. niżej). Fiszki problemowe zwykle przygotowuje nauczyciel.

Oprócz fiszek problemowych, nieodzownym elementem „techniki doświadczeń poszukujących” są materiały dokumentacji źródłowej.

### *Przykład 1 – „Osiedle krasnali”*

Doświadczenie – badania mają ogromne znaczenie dla przebiegu procesu kształcenia matematycznego (i nie tylko). Ta forma nauczania wpływa na wyniki oraz na poziom kształtowania umiejętności matematycznych. Dzięki czynnemu badaniu wzbudza się w umyśle dziecka chęć podjęcia pewnych działań, które prowadzą do sukcesu. Wiedza, którą muszą pojąć, nie może być przez nauczyciela „wykładana”, tylko powinna być przez dzieci zdobywana – dzięki ich własnej kreatywności i aktywności.

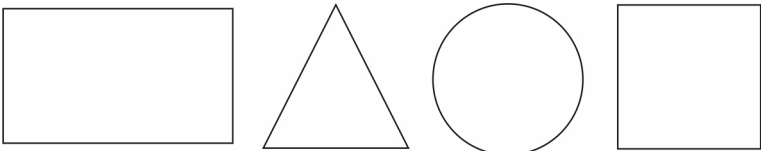
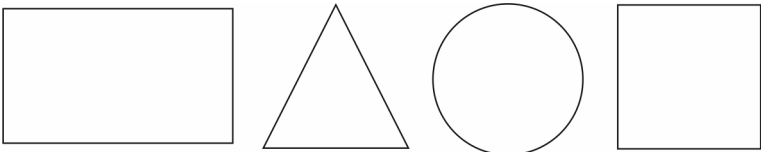
Poprzez takie metody pracy uczniowie odkrywają „nową” matematykę, odkrywają w sobie chęć podjęcia działania. Ta forma nauczania jest bardzo atrakcyjna dla dzieci, ponieważ motywuje i pobudza je do podejmowania zadań. Każdy nauczyciel powinien zaufać tej formie, bo dzięki niej rozwój dziecka ukierunkowany jest na zmiany ilościowe i jakościowe na każdym szczeblu edukacji. W ten sposób dziecko:

- rozszerza krąg swoich doświadczeń – w badaniu korzysta ze swoich pomysłów i pomysłów innych osób;
- odczuwa przyjemność związaną z nowymi doświadczeniami zmysłowymi i nowymi doświadczeniami emocjonalnymi – zaspokaja potrzebę doznawania wrażeń;
- uczy się nawiązywania i podtrzymywania kontaktów społecznych w różnych sytuacjach, uczy się wyrażać swoje myśli i uczucia, coraz lepiej poznaje samego siebie.

Poniżej przykładowa fiszka problemowa – praca w grupie:

Osiedle dla krasnali	Materiały																								
<ol style="list-style-type: none"> <li>Wykonajcie projekt osiedla dla krasnali. Powinno być ono funkcjonalne, tzn. mieszkańcom musi się w nim żyć wygodnie i miło. Powinny znaleźć się tam domki, przedszkole, sklepy, szkoła, miejsca zieleni itp.</li> <li>Wykorzystajcie różne materiały, ale same domki zbudujcie z tzw. białych klocków – ich liczba nie może przekroczyć 18.</li> <li>Domki mogą być dowolnej wielkości i składać się z różnej liczby segmentów, ale segmenty muszą się stykać pełnymi ścianami.</li> <li>Po zakończeniu uporządkujcie miejsce swojej pracy i napiszcie tekst, który zachęci krasnale do zamieszkania w Waszym osiedlu. Zaprezentujcie go koleżankom i kolegom.</li> </ol>	tzw. liczby w kolorach																								
<p>Nowina: król krasnali chce zapłacić za każdy dom na Waszym osiedlu. Jest tylko jeden warunek – cena: ściana domu kosztuje 2 talary, podłoga 3 talary, a dach 4 talary.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Przygotujcie wycenę swojego osiedla. Możecie skorzystać z tabeli.</li> </ol> <table border="1" data-bbox="199 994 1077 1243"> <thead> <tr> <th>Domek</th> <th>Ściana</th> <th>Podłoga</th> <th>Dach</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Razem</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Koszt całkowity: .....</p> <p>Możecie stosować różnorodne metody liczenia. Poprawność obliczeń sprawdźcie z wykorzystaniem kalkulatora.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Zastanówcie się, co jeszcze można obliczyć. Zapiszcie pytania i obliczcie.</li> <li>Zaprezentujcie efekty swojej pracy.</li> </ol>	Domek	Ściana	Podłoga	Dach	1				2				3				4				Razem				tabela, kalkulator
Domek	Ściana	Podłoga	Dach																						
1																									
2																									
3																									
4																									
Razem																									

## Przykład 2 – Pojazd kosmiczny

Pojazd kosmiczny	Materiały
<p>1. Ze wszystkich znanych figur geometrycznych zbuduj pojazd kosmiczny. Liczba elementów nie może przekroczyć 10. Wymyśl nazwę dla swojego pojazdu.</p> <p>2. Napisz historię z udziałem twojego bohatera.</p> <p>3. Twój pojazd będzie poruszał się po mostach. Dlatego aby mieć pewność, że most się nie zawali, sprawdź ciężar pojazdu. Zważ poszczególne elementy:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>3 kg, 4 kg, 7 kg, 6 kg</p> <p>4. Aby obliczyć wagę pojazdu, możesz stosować różne metody. Wyniki przedstaw koleżankom i kolegom.</p>	<p>figury: koło, kwadrat, trójkąt, prostokąt</p>
<p><u>Wersja trudniejsza</u></p> <p>Uczniowie budują pojazd, ale do łączenia figur używają plasteliny.</p> <p>1. Twój pojazd będzie poruszał się po mostach. Dlatego aby mieć pewność, że most się nie zawali, sprawdź ciężar pojazdu. Ciężar elementów konstrukcyjnych przedstawia się tak:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>3 kg, 4 kg, 7 kg, 6 kg</p> <p>Ile wynosi różnica ciężaru całego pojazdu i ciężaru elementów konstrukcyjnych?</p> <p>Zaproponuj, jakie czynności należy wykonać.</p> <p>Sięgnij do fiszki autokorektywnej i sprawdź poprawność swojego rozumowania.</p> <p>Teraz wykonaj obliczenia.</p> <p>2. Aby obliczyć wagę pojazdu, możesz stosować różne metody. Wyniki przedstaw koleżankom i kolegom.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• figury: koło, kwadrat, trójkąt, prostokąt</li> <li>• plastelina</li> <li>• pudełko z fiszkami autokorektywnymi</li> </ul> <p>Zważyć cały pojazd.</p> <p>Zważyć poszczególne elementy konstrukcyjne.</p> <p>Otrzymane wyniki od siebie odjąć.</p>

### Przykład 3 – Wesoła plastelina

#### Fiszka poszukująca

To twoja kulka plasteliny. A ty jesteś piekarzem.

1. Rozwałkuj ją i zrób długą bułkę.

Jaka długa! Ile jest teraz plasteliny? Wybierz odpowiedź i ją pokoloruj.

- więcej
- mniej
- tyle samo

2. Ulep ze swojej plasteliny okrągły chlebek.

Jaki okrągłutki! Ile jest teraz plasteliny? Wybierz odpowiedź i ją pokoloruj.

- więcej
- mniej
- tyle samo

3. A teraz ulep rogalika.

Jaki ładny! Ile jest teraz plasteliny? Wybierz odpowiedź i ją pokoloruj.

- więcej
- mniej
- tyle samo

4. A teraz zrób 5 bułeczek.

Udało się! Ile jest teraz plasteliny? Wybierz odpowiedź i ją pokoloruj.

- więcej
- mniej
- tyle samo

To twoje plastelinowe pieczywo.

Długa bułka. Okrągły chlebek. Rogalik. 5 bułeczek.

Na które z nich trzeba było zużyć:

- najwięcej plasteliny – pokoloruj na zielono
- najmniej plasteliny – pokoloruj na niebiesko
- tyle samo plasteliny – pokoloruj na czerwono

5. A teraz wykonaj Plastelinka i napisz o swoim bohaterze.



*Przykład 4 – zadanie z wyobraźnią*

Proponuję zabawę w projektantów, którym to nadarzyła się wyjątkowa okazja do wykazania się kreatywnością. Jest to zadanie ciekawe i rozwijające wyobraźnię, myślenie, umiejętność projektowania, czytania ze zrozumieniem, szacowania, obrony stanowiska.

Tworzymy mozaikę

Uwaga, szanowni projektanci!

W naszym mieście wyburzono stare budynki pod nowe ciągi komunikacyjne. Przy jednym ze skrzyżowań utworzyło się puste miejsce, którego nie można zazielenić. Postanowiono je pokryć mozaiką z płytek ceramicznych. Stanie się wizytówką miasta, bo będzie je można oglądać z wiaduktów drogowych, wysokich budynków i lecąc samolotem. Trafia się więc niebywała okazja, aby pokazać swój talent projektanta. Są jednak do spełnienia pewne warunki:

- mozaika może być zbudowana tylko z płytek w kształcie trójkątów, kwadratów, prostokątów;
- fundusz przeznaczony na realizację projektu jest ograniczony (nie wiemy, ile wynosi!). Weźcie pod uwagę fakt, że zbyt wysoki koszt Waszego projektu może być przyczyną jego odrzucenia.

Każdy element ma swoją wartość:

- trójkąt – 4 zł
- kwadrat – 2 zł
- prostokąt – 1 zł

Wykonajcie kosztorys Waszego projektu. Pamiętajcie jednak, że nie pieniądze decyduje o wszystkim – czasami inne argumenty są cenniejsze. Bądźcie przygotowani do „obrony” Waszych projektów.

Życzymy sukcesów i miłej zabawy!

## Kosztorys projektu mozaiki

Lp.	Rodzaj figury – elementu	Liczba sztuk	Wartość
1.	Trójkąt		
2.	Kwadrat		
3.	Prostokąt		

## Przykład 5

## Poczęstunek na balu karnawałowym – fiszka problemowa

- Stwórzcie listę potrzebnych rzeczy do przygotowania poczęstunku na bal karnawałowy dla Waszej klasy.
- Wybierz się do okolicznych sklepów (na rynek) i dowiedz się oraz zanotuj, ile kosztują poszczególne produkty. Sprawdź i porównaj ceny tego samego produktu w różnych miejscach.
- Zanotuj nazwę miejsc odwiedzonych przez ciebie (np. nazwy sklepów i ulic, na których te sklepy się znajdują).
- Oblicz, jakiej ilości danych produktów potrzebujesz dla swojej klasy oraz ile będzie kosztowało kupienie tych rzeczy.
- Przedstaw klasie trasę Waszego przejścia wraz z zaznaczonymi miejscami oraz kosztorys.

**Ja decyduję o samodzielnym wymyśleniu zadań tekstowych**

Nauczycielki poprosiły dzieci, aby same ułożyły zadania z treścią, a następnie z domownikami je sprawdzali. Po wykonaniu tej pracy nauczycielki zapisały wszystkie zadania i przekazały uczniom, więc każde dziecko w klasie mogło wybrać zadanie do rozwiązania. Poziomy trudności ułożyły się same.

**Rozwiąż dowolne 4 zadania tekstowe. Używaj mnożenia.**  
**Pamiętaj o zapisaniu informacji, działania i odpowiedzi.**  
*UWAGA! Nie możesz wybrać zadania wymyślonego przez siebie.*

STOPNIE TRUDNOŚCI:

LATWE	SREDNIE	TRUDNE
-------	---------	--------

	TREŚĆ ZADANIA	TRUDNOŚĆ
Bruno	Bruno czyta w tydzień 4 książki. Ile książek przeczyta Bruno w 3 tygodnie?	
Oliwier	Oliwier dostał 5 Zingsów. Iga dostała 3 Zingsy. Jeden Zings kosztował 3 zł. Ile razem kosztowały Zingsy Igi i Oliwiera?	
Zoja	Szły drogą 2 jeże. Pierwszy niósł 2 jabłka, drugi niósł 2 razy więcej jabłek niż pierwszy. Ile jabłek zaniósł drugi jeż?	
Anthony	Kury w każdym miesiącu znoszą 4 jajka. Tylko 2 jajka są zabierane przez człowieka, reszta zostaje w kurniku. Ile jajek zostanie w kurniku po 7 miesiącach?	
Ryszard	Siedmiu chłopaków strzeliło podczas meczu po trzy bramki. Ile bramek strzelili razem?	
Adam	Janek grał w Minecrafta. Przyszło do niego 10 kolegów, żeby zobaczyć jak gra. Każdy dał mu 2 diamenty. Ile diamentów ma Janek?	
Antonina K.	Mama i tata oraz trójka dzieci pojechali na plażę. Każdy znalazł po 15 bursztynów. Ile razem znaleźli bursztynów?	
Ignacy	Smok miał 83 łuski, na każdej miał 3 zadrapania. Ile smok miał zadrapań?	

Zdjęcie 2. Zadania tekstowe ułożone przez uczniów

W kształtowaniu kompetencji matematycznych bardzo ważne jest, aby uczeń podejmował próby samodzielnego odnajdywania sposobów rozwiązywania zadań i kształcił pozostałe umiejętności matematyczne. Dlatego za istotne należy uznać (i uwzględnić):

- zachęcanie uczniów do samodzielnego zdobywania wiedzy i unikanie podawania im gotowych definicji, wzorów i formuł;
- stwarzanie sytuacji do rozwiązywania zadania wieloma sposobami, do umożliwienia prezentowania różnych rozwiązań tego samego zadania na forum klasy;
- wykorzystywanie zadań nietypowych, które wymagają rozumowania matematycznego, a przy tym zachęcają uczniów do samodzielnego ich rozwiązywania;
- zachęcania uczniów do stosowania rysunków np. w celu przedstawiania informacji zawartych w zadaniu i związków między nimi;
- kształcenia – u uczniów nawyku – sprawdzania uzyskanego wyniku z informacjami podanymi w zadaniu;
- dobierania takich form i metod nauczania, aby skutecznie rozwijać u dzieci śmiałość myślenia i działania oraz nawyk rozmawiania o poszukiwanym rozwiązaniu problemu;
- pobudzania i rozwijania wyobraźni oraz logicznego myślenia dzieci, np. przez zabawy matematyczne oraz korzystanie z gier dydaktycznych, komputerowych czy planszowych;
- sięgania po zadania wymagające stosowania praktycznych umiejętności, np. ważenia, odmierzania czasu, odmierzania odległości, cięcia na kawałki, przesuwania czy obracania<sup>46</sup>.

### **Dlaczego powyższe rozwiązania mogą być stosowane w pracy z uczniem z trudnościami w uczeniu się<sup>47</sup>?**

- Wymagają współdziałania, tzn. zachęcają dzieci i nauczycieli do wspólnej pracy, a wszystkie dzieci – do współuczestnictwa według własnych możliwości.
- Przebieg pracy zależy od zainteresowań dzieci.
- Praca podąża tropem uczniowskich zainteresowań, a doświadczenia edukacyjne formowane są tak, aby zaspokoić potrzeby wszystkich uczestników.
- Podczas realizacji zadań nie wszystkie dzieci robią to samo. W zadania wpisano różnorodne doświadczenia i działania. Nie jest konieczne, aby każde dziecko brało udział we wszystkich działaniach. To z kolei oznacza, że można uwzględnić zdolności indywidualne oraz indywidualny tok nauczania.
- Praca nad rozwiązaniem problemu zazwyczaj przebiega w niewielkich grupach, co sprawia, że łatwiej jest zapewnić realizację celów indywidualnych i do działania włączyć dzieci z trudnościami w uczeniu się.

<sup>46</sup> *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badania OBUT 2013*, (2013), s. 50–51.

<sup>47</sup> Kędra M., (2013), *Ścieżki edukacyjne opracowane metodą projektów dla klas I–VI SP do kształtowania umiejętności uczniów*, Opole: Wydawnictwo Regionalne Centrum Rozwoju Edukacji w Opolu.

- Obserwacja oraz nacisk na dokumentowanie aktywności i doświadczeń dzieci, w różnorodny sposób odpowiadający ich stylowi uczenia się i ekspresji, ułatwia koncentrację na ich osiągnięciach.
- W miarę wzrostu umiejętności uczniów nauczyciel może zachęcać do wykonania zadania trudniejszego, bardziej złożonego czy ambitniejszego.

## 7. Metody i techniki pracy wspierające rozwijanie myślenia matematycznego u uczniów

Celem matematycznej edukacji jest to, aby uczeń samodzielnie tworzył strategie rozwiązywania problemów. Należy tak zaplanować i przeprowadzić proces edukacyjny, aby dziecko odczuło potrzebę realizacji swoich zainteresowań.

Każde dziecko ma swoją poznawczą biografię matematyczną, więc dobranie odpowiednich metod wychodzi naprzeciw tym biografiom, integruje dziecięcą wiedzę i czyni łatwą do wykorzystania w klasie szkolnej oraz poza nią. Mogą temu służyć poniższe metody i techniki.

- **Fiszki autokorektywne do ćwiczenia sprawności w liczeniu**

Fiszki autokorektywne są freinetowską techniką kształcenia – ujęte w uporządkowany zestaw ćwiczeń, ukierunkowanych na umożliwienie uczniom nabycia umiejętności i sprawności z matematyki zgodnie z ich indywidualnym rytmem pracy i na przyzwyczajanie uczniów do samooceny i do zdawania sobie sprawy z własnych osiągnięć, trudności i braków.

Zadania, zaprogramowane na poszczególnej fiszce, są usystematyzowane zgodnie z zasadą stopniowania trudności i uporządkowane według działów programu nauczania.

Żeby utrwalić zdobyte umiejętności, uczeń musi wykonać określoną liczbę ćwiczeń. Jest to znakomita pomoc dydaktyczna, tym cenniejsza, że – z jednej strony – pozwala uzupełniać indywidualne braki i trudności dziecka oraz przyzwyczaić je do samokontroli i samooceny. Ponadto praca za pomocą fiszek autokorektywnych odciąża nauczyciela od poprawiania nieskończonej ilości ćwiczeń, a to znaczy, że zostaje mu więcej czasu na bardziej pożyteczne czynności.

Katalog fiszek autokorektywnych składa się z dwóch kartotek, czyli zestawów kartoników. Pierwszy zestaw zawiera polecenia (na fiszkach oznaczonych „Polecenie”), a kartoniki ponumerowano. Drugi składa się z kartoników oznaczonych „Wykonanie”, ponumerowanych analogicznie, na których są poprawnie wykonane zadania z fiszek pierwszego zestawu o tym samym numerze. Uwzględniono tu również sprawdziany, które poprawia i ocenia nauczyciel. Kartoteki znajdują się w zasięgu uczniów, powierzone któremuś z nich pod opiekę.

Posługiwanie się fiszkami autokorektywnymi odbywa się w sposób następujący:

Uczeń wyjmuje z kartoteki „Polecenia” fiszkę wyznaczoną przez jego plan pracy lub wskazaną mu przez nauczyciela i w swoim zeszycie ćwiczeń wykonuje polecenia w niej zawarte. Następnie odkłada tę fiszkę na właściwe miejsce, zgodnie z numeracją, i szuka w kartotece „Wykonanie” fiszki o tym samym numerze – przy jej pomocy sprawdza swoją pracę, poprawia zauważone błędy.

*Przykład – fiszka z kartoteki „Polecenie”*

P 12	Dodawanie i odejmowanie – rozwiązywanie zadań z treścią
Rozwiąż zadania. W zeszyte napisz obliczenia i odpowiedź.	
Zadanie 1 Leon ma 10 lat. Kamil jest od niego o 7 lat starszy, z kolei Ania jest o 3 lata młodsza od Kamila. Ile lat ma Ania?	
Zadanie 2 Wojtek ma 21 lat. Zuzia ma 18 lat. Ile lat ma Ola, jeśli ma 10 lat mniej, niż Wojtek i Zuzia mają razem?	

Po odłożeniu fiszki z kartoteki „Wykonanie” uczeń zaznacza w swoim planie pracy, że wypełnił zamierzone zadanie.

*Przykład – fiszka z kategorii „Wykonanie”*

W 12	Dodawanie i odejmowanie – rozwiązywanie zadań z treścią
Zadanie 1 $10+7=17$ $17-3=14$ Odp. Ania ma 14 lat.	
Zadanie 2 $21+18=39$ $39-10=29$ Odp. Ola ma 29 lat.	

Fiszki do edukacji matematycznej dla klas I–III ułożono poziomami, przy czym każdy poziom to inny kolor i każdemu przyporządkowano serię fiszek. Uczeń wykonuje zadania zgodnie z własnym tempem pracy. To dziecko decyduje, czy jest już gotowe, aby realizować zadania z kolejnej serii. W tym celu musi zmierzyć się ze szczególną fiszką – tzw. sprawdzianem. Zadania sprawdza pod względem poprawności wykonania nauczyciel.

Zalety takiej formy pracy są oczywiste. Chodzi przede wszystkim o to, że:

- rozwiązywanie zadań przez uczniów w tempie właściwym dla każdego ucznia pozwala na maksymalne wykorzystanie czasu zajęć;
- kontrola indywidualnych postępów uczniów jest mierzona nie semestrami, ale liczbą ćwiczeń wykonanych w ramach danego przedmiotu. Dzięki samokontroli i samoocenie postępów, wnikliwie analizowanej przez nauczyciela, możliwe staje się wczesne usuwanie braków u dzieci mających trudności w uczeniu się, a uczniowie szczególnie uzdolnieni otrzymują szansę na dalszy rozwój;
- uczniowie przyzwyczajają się do świadomego udziału w zdobywaniu umiejętności.

- **Gry i zabawy dydaktyczne** – to forma pracy bardzo lubiana przez dzieci. Wspomaga wysiłek intelektualny, rozwój myślenia i działania oraz uatrakcyjnienia zajęcia. Dzieci nie są znudzone, a poprzez własne działanie szybciej opanowują treści, pokonują trudności i wyrównują braki. Można ją stosować w czasie realizowania nowego materiału, a także przy powtarzaniu wcześniej poznanych pojęć<sup>48</sup>.
- **Gry planszowe typu „ściganki”**<sup>49</sup> – w czasie zajęć można korzystać z gotowych plansz, ale atrakcyjniejsze dla dzieci będą plansze „własne” – wspólnie skonstruowane, z ułożonymi „własnymi” przepisami (np. o rozwiniętej fabule). Zastosowanie w grach np. kilku kostek doskonale ćwiczy i utrwala sprawność rachunkową, a dziecko, żeby wygrać, musi sprawnie liczyć (dodawać, odejmować, mnożyć, dzielić).
- **Karty matematyczne**<sup>50</sup> – gry z wykorzystaniem kart matematycznych mogą być dobrym sposobem kształtowania umiejętności matematycznych uczniów. Wykorzystuje się zwykłą talię kart<sup>51</sup> w czasie ćwiczeń doskonalenia pojęć liczbowych oraz sprawności rachunkowych (np. dodawania i odejmowania w klasie I oraz mnożenia i dzielenia w klasie II i III).
- **Karty matematyczne „Tabliczka mnożenia”**

Zabawy i gry z tymi kartami dzielą się na dwie grupy: zabawy, w trakcie których dzieci zapoznają się z kartami, oraz gry, których celem jest opanowanie tabliczki mnożenia. Kart jest 110: 55 czarnych i 55 czerwonych. Na czarnych przedstawiono mnożenie dwóch liczb, a na czerwonych – wynik mnożenia. Na każdej karcie znajdują się kafelki, ułożone w rzędach i kolumnach. Kafelki umieszczone na środku kart stanowią konkretyzację symbolicznych zapisów. Jeżeli dziecko nie potrafi jeszcze podać wyniku mnożenia, może po prostu policzyć kafelki i uczestniczyć w zabawie lub grze. Tak jest na początku – przy zapoznawaniu dzieci z kartami oraz podczas pierwszych gier i zabaw. Potem dzieci starają się podawać wyniki z pamięci, dzięki motywacji: „chcę wygrać i dlatego muszę zapamiętać”.

W trakcie gier i zabaw kartami odbywają się tak intensywne ćwiczenia, że nawet dzieci o słabej pamięci i te ze specyficznymi zaburzeniami zdolności matematycznych są w stanie opanować tabliczkę mnożenia.

Karty można z powodzeniem wprowadzić na zajęciach wyrównawczych i w pracy indywidualnej. To również sposób efektywnej pomocy dzieciom z dyskalkulią. Taka forma zajęć dba o kojarzenie matematyki z przyjemnymi emocjami<sup>52</sup>.

<sup>48</sup> Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: ORE, s. 78.

<sup>49</sup> Gruszczyk-Kolczyńska E., (1994), *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa: WSiP, s. 228–232.

<sup>50</sup> Grabowski A., (1999), *Gry karciane rozwijające u dzieci umiejętność dodawania i odejmowania liczb*, Szczecinek: WKM Rachmistrz.

<sup>51</sup> <http://zabawzmatematyka.blogspot.com/2012/05/karty-matematyczne.html>

<sup>52</sup> Grabowski A., (1996), *Gry, zabawy i ćwiczenia z tabliczką mnożenia*, cz. I, Szczecinek: WKM Rachmistrz, s. 1.

- **Metoda „kruszenia”**

To znana metoda rozwiązywania zadań tekstowych. Jej podstawy opracowali A. Kaufmann, M. Fustier i A. Drevet. Zakładali oni, że tworzenie nowych obiektów jest możliwe dzięki „kruszeniu” już istniejących<sup>53</sup>. Dla uczniów ta metoda jest bardzo atrakcyjna i ciekawa. Polega na modyfikowaniu zadania, czyli zmniejszaniu lub zwiększaniu liczby danych i ich wartości, na zastępowaniu danych innymi, na rezygnacji z niektórych danych, a także – na przekształcaniu zadania, jego odwracaniu, wprowadzaniu nowych związków i zależności. Można ją stosować zarówno przy wprowadzaniu nowego materiału, jak i przy sprawdzaniu nabytych wiadomości. Proces „kruszenia” rozpoczyna się zawsze od tzw. zadania bazowego, które jest najczęściej złożone, otwarte, niestandardowe i nigdy nie zawiera pytania. Jadwiga Hanisz proponuje następujące wersje metody „kruszenia”:

- wersja I – uczniowie układają jak największą liczbę pytań szczegółowych, a później podają działania do tych pytań na podstawie zadania bazowego;
- wersja II (odwrotność wersji I) – na podstawie zadania bazowego uczniowie układają jak największą liczbę działań, a potem formułują pytania do tych działań;
- wersja III – uczniowie na podstawie zadania bazowego wymyślają nowe zadania tekstowe szczegółowe i przedstawiają je w formie zakodowanej (graf, oś liczbową, drzewka itp.), a później słownie je określają.

- **Metoda matematycznych stacji badawczych**

Jest jedną z metod aktywizujących, pozwalającą uczniom na samodzielne podejmowanie decyzji: czego, w jakiej kolejności, w jaki sposób i w jakim tempie chcą się uczyć. Praca oparta na MSB uwzględnia poziom rozwoju dzieci, pozwala im na samodzielne konstruowanie wiedzy poprzez zadawanie pytań, konstruowanie hipotez i wyciąganie wniosków. Uczniowie pracują w grupach i dyskutują o problemach, wymieniają się pomysłami na ich rozwiązywanie, szukają różnych dróg dochodzenia do wiedzy. Uczą się na błędach, sprawdzają swoje pomysły w praktycznym działaniu. Zastosowanie tej metody wymaga od nauczyciela następujących przygotowań:

- Wyodrębnienie poszczególnych stacji i zapewnienie w każdej z nich środków dydaktycznych do dziecięcych działań oraz przygotowanie problemów do rozwiązania.
- Zaproszenie dzieci do nadania stacjom nazw (nauczyciel wcześniej może nazwać stacje roboczo, z wykorzystaniem ogólnych odniesień do problemów, które będą badane).
- Zaproponowanie ram czasowych do pracy w każdej stacji mogą do tego służyć klepsydry i minutniki).

---

<sup>53</sup> Hanisz J., (1990), *Układanie i rozwiązywanie zadań metodą „kruszenia”*, „Życie Szkoły” 8, 1990, s. 387–391.



*Przykład:*

- W klasie powstanie pięć matematycznych stacji badawczych:
  - matematyczne biuro detektywistyczne
  - matematyczny zakład pomiarowy
  - matematyczna komnata czasu
  - matematyczna pracownia łamigłówek
  - matematyczna akademicka geometryczna.
- W ciągu jednych zajęć każda osoba pracuje przy wybranej stacji badawczej.
- Każdy otrzyma specjalny zeszyt matematycznych stacji badawczych. Można w nim zapisywać swoje obliczenia.
- Na środku każdej stacji znajdują się zadania do wykonania oraz baza materiałów, które przydadzą się do wykonania poszczególnych zadań. Na koniec pracy odkładamy wszystko na swoje miejsce.
- Wykonujesz zadania w dowolnej kolejności lub kiedy są one dostępne.
- Na każdym stanowisku znajdują się odpowiedzi do zadań. Można po nie sięgnąć dopiero po wykonaniu swoich obliczeń lub wtedy, kiedy poproszono cię o to w zadaniu.
- Przy każdej stacji znajduje się liczydło, po które możesz zawsze sięgnąć.
- Jeśli skończysz rozwiązywać zadania, to po cichu odkładasz zeszyt, idziesz na dywanik, możesz odpocząć w ciszy, poczytać książkę lub rozwiązać dodatkowe zadanie.

Jak pisze Iwona Fechner-Sędzicka: „Praca oparta na stacjach badawczych daje nauczycielowi dużą dowolność w obszarze planowania zajęć, ponieważ można je wykorzystać w bardzo różny sposób w zależności od potrzeb”<sup>54</sup>. Autorka zachęca do wykorzystywania tej metody w co najmniej trzech wariantach.

W wariantcie pierwszym w stacjach pracują cyklicznie wszyscy uczniowie, w czasie określonym wspólnie z nauczycielem. Można zaproponować uczniom pracę tą metodą systematycznie w czasie jednej godziny zajęć w z góry wyznaczonym dniu tygodnia. Można także przewidzieć pracę w czasie więcej niż jednej godziny zajęć w wyznaczonym jednym dniu miesiąca. Nauczyciel może, wspólnie z uczniami, także inny harmonogram pracy, zgodnie z własnym pomysłem.

Drugi z wariantów proponowanych przez wymienioną autorkę polega na tym, że w stacjach pracują tylko chętni uczniowie, którzy wykonali już zadania wynikające z organizacji pracy na lekcji, a stacje umożliwiają podjęcie dodatkowych działań rozwijających ich zainteresowania i zdolności matematyczne.

Wariant trzeci zakłada, że w stacjach określonych przez nauczyciela pracują wspólnie: uczniowie wykazujący trudności w opanowaniu konkretnych umiejętności matematycznych oraz uczniowie przejawiający zainteresowania i zdolności matematyczne. Zaletą tego ostatniego

<sup>54</sup> Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej*, Warszawa: ORE, s. 24.

wariantu jest – zdaniem autorki – stwarzanie okazji do wspólnej nauki i zabawy oraz proponowanie uczniom zdolnym i zainteresowanym matematyką, aby zechcieli wcielić się w rolę ekspertów<sup>55</sup>.

Twórczy nauczyciel, który ma świadomość, że uczniowie młodszy (zwłaszcza – sześciolatek), uczą się głównie poprzez zabawę, na pewno będzie często wykorzystywał tę metodę, aby zajęcia matematyczne kojarzyły się dzieciom z ciekawą przygodą.

- **„635”** – technika twórczego rozwiązywania problemów to modyfikacja burzy mózgów, różniąc się sposobem organizacji i przeprowadzenia sesji twórczej;

**6** – oznacza liczbę osób lub grup,

**3** – odpowiada liczbie rozwiązań (pomysłów),

**5** – to liczba tzw. rundek: zespoły siadają na obwodzie koła, każda grupa zapisuje na specjalnym formularzu po trzy rozwiązania problemu, po czym przechodzi na kolejne stanowisko i dopisuje trzy kolejne pomysły<sup>56</sup>.

- **Kula śniegowa** (tzw. dyskusja piramidowa) – technika polegająca na rozwiązywaniu określonego problemu najpierw samodzielnie, następnie w parach, w czwórkach, w ósemkach itd. Umożliwia sprecyzowanie swojego zdania na podany temat, umożliwia nabywanie doświadczenia i śledzenie procesu uzgadniania stanowisk oraz zaprezentowania wspólnie wypracowanych ustaleń<sup>57</sup>.

- **Burza mózgów** (nazywana również fabryką pomysłów, giełdą pomysłów, jarmarkiem pomysłów, sesją odroczonego wartościowania) – metoda polegająca na podawaniu różnych skojarzeń, rozwiązań dotyczących jakiegoś zagadnienia. Zwykle przeprowadza się ją w trzech etapach. Są nimi:

- wytworzenie pomysłów (ważna ilość, a nie – jakość, ważne myślenie nawet najbardziej szalone i niedorzeczne);
- ocena, analiza zgłoszonych pomysłów (ustalone kryteria posłużą do oceny różnych propozycji);
- zastosowanie pomysłów i rozwiązań w praktyce<sup>58</sup>.

- **Kahoot**

Do utrwalania tabliczki mnożenia w klasie trzeciej można wykorzystać stronę internetową: [kahoot.com](https://kahoot.com).

Nauczyciel przygotowuje przed lekcją quiz, w którym podane są działania (mnożenie) oraz cztery odpowiedzi, w tym jedna właściwa.

---

<sup>55</sup> Tamże, s. 24.

<sup>56</sup> Krzyżewska J., (1998), *Aktywizujące metody i techniki w edukacji wczesnoszkolnej*, Suwałki: Agencja Usługowa „Omega”, s. 74–76.

<sup>57</sup> Tamże, s. 56–58.

<sup>58</sup> Tamże, s. 59.

Na lekcji dzieci otrzymują tablety oraz kod do quizu. Działania kolejno wyświetlają się na tablicy multimedialnej.

Dzieci wykonują działanie w głowie i zaznaczają na swoim tablecie odpowiedź, którą uważają za prawidłową. Po kilkudziesięciu sekundach prawidłowa odpowiedź wyświetla się na tablicy. W ten sposób każde dziecko może sprawdzić, na jakim poziomie jest jego znajomość tabliczki mnożenia.

- **Matematyczna podróż**

To propozycja prostego zadania z wykorzystaniem tabletów. Tym razem dzieci będą doskonalić swoje umiejętności w zakresie zapisu cyfr i liczb oraz ich dodawania i porównywania.

Dzieci podczas lekcji matematyki planują swoją podróż. Z wykorzystaniem internetu i map dostępnych na tablecie planują, które miasta chcą odwiedzić i co w nich zwiedzić. Zapisują odległości, które dzielą np. Poznań i Kopenhagę. Ilu mieszkańców jest w Kopenhadze? Na koniec dodają wszystkie odległości tak, aby się dowiedzieć, ile kilometrów łącznie przejadą. Która trasa była najdłuższa, a która – najkrótsza? W którym miejscu jest największa liczba mieszkańców itp.

- **Figurowy ogród**

Nauczyciel prosi, aby każde dziecko na tablecie narysowało za pomocą programu Paint swój wymarzony ogród, ale zbudowany z figur geometrycznych. Dzieci na koniec omawiają swoje prace – opowiadają, jakich figur użyły i ile ich było. Gotowe prace można wydrukować i stworzyć z nich galerię.

- **Matematyczne eksperymenty**<sup>59</sup>

Matematyka (geometria) rozwija wyobraźnię przestrzenną.

Przydadzą się:

- kartka w kratkę – wyznacza geometryczny rytm
- lusterko – umożliwia zdobywanie intuicji dotyczącej jednego z najważniejszych pojęć geometrycznych: odbicia lustrzanego (symetrii)
- patyczki (jednakowej długości) – pozwalają na układanie różnorodnych figur.

Geometria rozumiana jako nauka eksperymentalna i empiryczna stwarza uczniom okazje do prób i doświadczeń, do samodzielnego poszukiwania i budowania, do wyciągania wniosków, do formułowania hipotez i do ich świadomego weryfikowania – czyli do myślenia.

<sup>59</sup> [Młody Einstein](#) [dostęp: 26.10.2020].

- **Strategia prób i poprawek**<sup>60</sup>

Gwarantuje podejmowanie kolejnych prób i uczy wyciągania wniosków – wzmacnia u dziecka odwagę do podejmowania dalszych prób: jeśli nie udało się tym sposobem, to spróbuje ono inaczej...

Dziecko uczy się wyciągać wnioski: co z tej próby wynika? Nie zraża się, nie trzyma się schematu. Poszukuje i próbuje...

Strategia prób i poprawek ma wiele zalet, przede wszystkim:

- daje się z sukcesem zastosować do zadań różnych typów;
- najczęściej wymaga zastosowania bardzo prostych narzędzi matematycznych;
- doskonali sprawność rachunkową dzieci i pozwala im lepiej poznawać własności działań;
- nawet gdy nie prowadzi do sukcesu, to pozwala lepiej zrozumieć treść rozwiązywanego zadania, a to z kolei umożliwia dziecku sięgnięcie po inną metodę;
- uczy sprawdzać poprawność rozwiązania zadania.

Uwaga! Do rozwiązania zadania czasem wystarczy rysunek. Dlatego dziecko powinno rysować podczas rozwiązywania zadań tekstowych. Takie „rysowanie zadania” okazuje się jedną z najpotężniejszych strategii służących rozwiązywaniu zadań na każdym szczeblu edukacji, nie tylko w klasach I–III.

- **Zabawy dydaktyczne**

Są lubianą przez dzieci formą pracy i czynią zajęcia atrakcyjnymi, ale również wpływają na zwiększenie wysiłku intelektualnego u ich uczestników. Zabawy mogą być stosowane z myślą o powtórzeniu pojęć już znanych, jak również przy realizacji nowego materiału.

#### Matematyczne wycinanki

Potrzebne materiały: pięć wyrazów kluczowych wyciętych z gazety (posłużą one do ułożenia treści zadania tekstowego), klej, kartki A4.

Przebieg zabawy:

Uczniowie pracują w grupach. Na podstawie przygotowanych wyrazów układają treść zadania tekstowego. Rozwiązaniem zadania ma być liczba naturalna. Treść zadania i jego rozwiązanie zapisują na kartce formatu A4.

- Ułożenie zadania. Zapisanie zadania i jego rozwiązania na kartce formatu A4.
- Przekazanie karty zadań sąsiedniej grupie (grupa pierwsza – drugiej, druga – trzeciej, itd.).
- Rozwiązanie zadania przez sąsiednie grupy i sprawdzenie zgodności zadania z poleceniem i poprawności rozwiązania. Przydzielenie punktów wg schematu:  
1 p. za zgodność z poleceniem – wyrazy z tekstu

---

<sup>60</sup> Tamże.

1 p. za zgodność z poleceniem – rozwiązaniem jest liczba naturalna

1 p. za poprawność rozwiązania zadania.

- „Powrót zadań do grupy”. Zapisanie na tabliczkach otrzymanej liczby punktów.
- Zadania zapisane na kartkach (te, które były poprawne) są czytane na forum klasy i przyklejane na dużą kartkę papieru – powstaje plakat.

### „Literomaniak” matematyczny

Potrzebne materiały: samogłoski zapisane na kartonikach, kartki A4.

Przebieg zabawy:

Każda grupa losuje literę.

Uczniowie układają zadanie matematyczne, którego tekst będzie liczył maksymalnie 20 wyrazów, przy czym jak najwięcej wyrazów musi rozpoczynać się od wylosowanej litery.

Treść zadania uczniowie zapisują na kartkach A4.

- Rozwiązanie zadania przez sąsiednie grupy i sprawdzenie zgodności zadania z poleceniem oraz poprawności samego rozwiązania. Przydzielenie punktów wg schematu:
  - 1 p. za zgodność z poleceniem – wyrazy z tekstu
  - 1 p. za zgodność z poleceniem – rozwiązaniem jest liczba naturalna
  - 1 p. za poprawne rozwiązanie zadania.
- „Powrót zadań do grupy”. Zapisanie na tabliczkach otrzymanej liczby punktów. Jeśli zadanie było źle rozwiązane – jego rozwiązanie. Przekazanie karty zadań sąsiedniej grupie (grupa pierwsza – drugiej, druga – trzeciej itd.).
- Zapisane na kartkach zadania (te które były poprawne) są czytane na forum klasy i przyklejane na dużą kartkę papieru – powstaje plakat.

Poniższe przykłady zabaw matematycznych zostały przygotowane i sprawdzone w praktyce przez Marię Hnatejko i Justynę Pert – nauczycielki ze szkoły Cogito w Poznaniu.

### A może KABOOM?

Uczniowie kolejno losują patyczki i podają wyniki działań.

- Jeśli odpowiedź jest prawidłowa, uczeń zostawia patyczek przy sobie.
- Jeśli wylosuje patyczek z napisem KABOOM!, musi oddać wszystkie swoje patyczki do puszki.

Po 5 minutach uczniowie sprawdzają, kto ma najwięcej patyczków. Ta osoba wygrywa.

### Łap muchę!

Jeden uczeń losuje kolejno dwie karty i podaje działanie, np.  $2 \times 5$ .

Pozostali uczniowie dzielą się na dwie drużyny i stają po dwóch stronach planszy. Po usłyszeniu działania, obliczają je i uderzają łapką w wynik znajdujący się na planszy.

Jedna osoba z drużyny może uderzać tylko w liczby czerwone, a druga – w liczby niebieskie.

W każdej kolejce jedna osoba z przegranej drużyny zamienia się miejscem z osobą, która odczytywała przykład z kart.

### Kwadraty – mnożenie kości

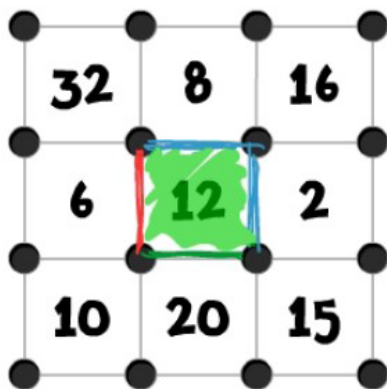
#### *Wersja 1*

Każdy gracz wybiera swój kolor kredki.

Następnie uczniowie kolejno rzucają kostką. Wyniki kolejnych dwóch rzutów mnożymy, np.  $6 \times 2$ .

Po rzucie gracz wyszukuje wynik na planszy i rysuje linię na jednym z boków kratki, która go zawiera.

Gracz, który zamknie kratkę linią, zamalowuje ją swoim kolorem i otrzymuje punkt.



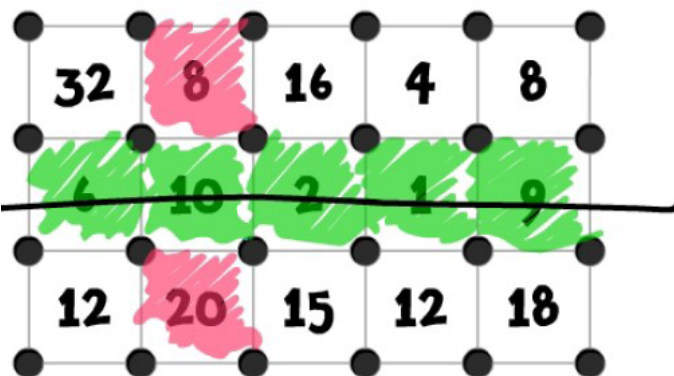
#### *Wersja 2*

Każdy gracz wybiera swój kolor kredki.

Następnie uczniowie kolejno rzucają kostką. Wyniki kolejnych dwóch rzutów mnożymy, np.  $6 \times 2$ .

Po rzucie gracz wyszukuje wynik na planszy i zamalowuje całą kratkę z wynikiem.

Wygrywa osoba, która zakoloruje 4 kratki w jednej linii (tak jak w grze kółko i krzyżyk).



### Bingo!

Każdy gracz zapisuje na swojej kartce dowolne liczby. Następnie uczniowie kolejno rzucają kostkami.

Wyniki kolejnych dwóch rzutów mnożymy, np.  $7 \times 3$ .

Po każdym działaniu wszyscy gracze sprawdzają, czy wynik działania znajduje się na ich planszy.

Jeśli tak – zamalowują kratkę z wynikiem.

Wygrywa osoba, która pierwsza zamaluje 4 kratki w jednej linii.

### Math Duel (pojedynek matematyczny)

Uczniowie dobierają się w pary. Jeśli ktoś pozostaje bez pary, grupa ustala, po jakim czasie następuje zmiana gracza. Każda para bierze jeden tablet, na którym gra w *Math Duel* (*multiplication* – mnożenie).

W grze można wybrać poziomy trudności (*easy* – łatwy, *medium* – średni, *hard* – trudny, *expert* – ekspercki).

## 8. Zintegrowana Platforma Edukacyjna

Nauczyciel w planowaniu swojej pracy może skorzystać z ZPE epodreczniki.pl, którą przygotowało Ministerstwo Edukacji i Nauki. Jest to profesjonalne, przyjazne i bezpieczne dla użytkowników narzędzie do wykorzystania przez nauczyciela w nauczaniu na odległość.

Platforma epodreczniki.pl pozwala na planowanie procesu nauki i monitorowanie postępów uczniów. Jest narzędziem do pracy z uczniami podczas nauki zdalnej. Dzięki wbudowanym modułom komunikacyjnym umożliwia komunikację między nauczycielami a uczniami. Korzysta z danych pochodzących z Systemu Informacji Oświatowej. Na podstawie tych danych każdy nauczyciel jest przypisany do szkoły (albo do kilku szkół).

Każdej szkole przyporządkowano też informacje na temat jej oddziałów. Uczniowie zostali do nich przypisani bezpośrednio do danych oddziałów, tak aby odwzorować istniejące podziały na klasy. W ten sposób każdy nauczyciel ma dostęp do klas, w których uczy.

Jak czytamy na stronie internetowej Ministerstwa Edukacji i Nauki, na platformie znajduje się obecnie ponad 15 tys. materiałów, w tym – ok. 8 500 interaktywnych e-materiałów, ponad 3 200 scenariuszy lekcji oraz 107 programów nauczania. Zalogowani nauczyciele mogą odbywać spotkania online z wykorzystaniem zewnętrznych narzędzi do wideokonferencji. Można również z materiałów na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej tworzyć ścieżki nauki, dzięki którym nauczyciele mogą ułożyć plan kształcenia.

Na platformie nauczyciele i uczniowie mają do dyspozycji:

- e-podręczniki i e-materiały do większości przedmiotów ogólnokształcących na wszystkich etapach kształcenia;
- dodatkowe zasoby dydaktyczne do poszczególnych przedmiotów (w tym – filmy edukacyjne czy audiobooki);
- przykładowe programy nauczania i scenariusze zajęć.

Treści edukacyjne są całkowicie bezpłatne dla wszystkich i dostępne z dowolnego miejsca o dowolnej porze, a ponadto można je wydrukować w wersji PDF. Ułatwiają kształcenie umiejętności i budowania wiedzy uczniów poprzez różnorodne formy aktywności i przekazu, ćwiczenia interaktywne i materiały multimedialne.

ZPE umożliwia tworzenia lekcji interdyscyplinarnych, autorskich, nauczycielskich wersji podręcznika, pracy grupowej, kształcenia indywidualnego. Materiały, które są umieszczane na ZPE, powstają z uwzględnieniem standardów dostępności WCAG, dzięki czemu mogą z tych materiałów korzystać uczniowie ze zróżnicowanymi potrzebami edukacyjnymi<sup>61</sup>.

---

<sup>61</sup> [Zintegrowana Platforma Edukacyjna](#) [dostęp: 26.10.2020].



Na platformie zamieszczono krótkie filmy instruktażowe, informujące, jak można z niej korzystać. Oprócz możliwości korzystania z gotowych e-materiałów, platforma oferuje nauczycielom narzędzia do tworzenia własnych materiałów edukacyjnych i do dzielenia się nimi.

W zakładce *Programy nauczania i scenariusze zajęć do kształcenia ogólnego* możemy znaleźć programy nauczania edukacji wczesnoszkolnej. Opracowano je w ramach projektu „Tworzenie programów nauczania oraz scenariuszy lekcji i zajęć wchodzących w skład zestawów narzędzi edukacyjnych wspierających proces kształcenia ogólnego w zakresie kompetencji kluczowych uczniów niezbędnych do poruszania się na rynku pracy”, dofinansowanego ze środków Funduszy Europejskich w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój, 2.10 Wysoka jakość systemu oświaty.

- Program nauczania edukacji wczesnoszkolnej w szkole podstawowej „ODKRYWAM – DOŚWIADCZAM – TWORZĘ”<sup>62</sup>.

Autorka powołuje się na koncepcję wielokierunkowej aktywizacji dziecka, sformułowaną przez Ryszarda Więckowskiego, wraz z szeroko ujętym konstruktywizmem – respektowanie indywidualnych strategii uczenia się w procesie nauczania.

Przedstawia również tezy dydaktyki konstruktywistycznej:

- Dydaktyka, zorientowana na rozwój kompetencji dialogowych i dostarczenie uczniom okazji do konstruowania znaczeń złożonych, dialogicznie otwartych, elastycznych, poszukuje okazji sprzyjających zderzeniu perspektyw, strategii działania, stanowisk, punktów widzenia.
- Uczenie się polega nie na przyswajaniu cudzych pojęć, ale na społecznym konstruowaniu znaczeń. Ta teza przekłada się na myślenie zarówno o zasobach wiedzy, jak i o kompetencjach dialogowych, które służą temu negocjowaniu znaczeń.

W konstruktywistycznym modelu kształcenia przywołuje zadania stojące przed nauczycielem:

- zamiast przekazywać wiedzę, pomaga ją dziecku odkryć;
- zamiast prowadzić dziecko, mu towarzyszy;
- zamiast wydawać polecenia, jest opiekunem;
- zamiast ukazywać fakty, wskazuje procesy;
- zamiast zadawać pytania, zachęca dzieci do poszukiwania pytań i odpowiedzi na nie.

Dopełnieniem tego programu są również freinetowskie techniki pracy, promowane jako poszukiwanie optymalnych rozwiązań edukacyjnych.

Na podstawie przyjętych założeń teoretyczno-naukowych autorka przedstawiła pięć strategii nauczycielskiego działania, inspirowanych pedagogiką Célestina Freineta (podmiotowość, motywacja, współpraca, dialog, kreatywność), które również czerpią

<sup>62</sup> [Epodreczniki.pl](http://Epodreczniki.pl) [dostęp: 26.10.2020].

z kompetencji kluczowych oraz z obszarów rozwoju dziecka: fizycznego, emocjonalnego, społecznego i poznawczego, a przy tym opierają się na obserwowalnych, empirycznie dowiedzionych prawidłowościach tego rozwoju. Każdą z zaproponowanych strategii opisano również w kontekście edukacji włączającej.

- Program nauczania edukacji wczesnoszkolnej w szkole podstawowej „W Literkowie, Cyferkowie i Nutkowie – świat i teatr w mojej głowie”.

Koncepcja programu zakotwicza się w umiejętnościach kluczowych opisanych w podstawie programowej. Obrazowo zdradza kształt sceny i małego aktora, czyli skupionego ucznia zanurzonego w roli takiego, z którym pragniemy pracować ze względu na jego indywidualność. Program opiera się na teorii wielostronnego nauczania – uczenia się Wincentego Okonia.

Wyróżnia się w niej cztery drogi do uczniowskiego sukcesu, z czego przeżywanie i działanie okazują się dla autorki najistotniejsze. Proponuje je ona realizować przez zastosowanie małych form teatralnych, które skutecznie przyczyniają się do wyeksponowania wartości powodujących przeżycia emocjonalne, analizy i oceny tychże wartości, a także do wyrażania własnego stosunku do nich.

Z uwagi na uczniów ze zróżnicowanymi potrzebami edukacyjnymi autorka połączyła metody terapeutyczne umożliwiające techniczne uczenie się z małymi formami teatralnymi, dzięki którym uczenie odbywa się niejako przy okazji, i wpisała je w zintegrowany proces kształcenia. Proponuje również aplikowanie treści z wykorzystaniem wszystkich zmysłów przy włączeniu emocji, aby dzieci odczuły w sobie moc sprawczą. W konstruowaniu programu towarzyszyły autorce zasady terapii pedagogicznej, zgodnie z którymi każdy mały sukces zmotywuje uczniów do wysiłku intelektualnego. W swojej koncepcji nawiązuje także do podejścia konstruktywistycznego: podkreśla osobisty charakter wiedzy i samodzielne jej budowanie. Głównym założeniem programu jest „doskonalenie umiejętności na scenie codzienności”, czyli aranżowanie i reżyserowanie sytuacji dydaktycznych jak w teatrze, aby umożliwić uczniowi nabywanie kompetencji niezbędnych do funkcjonowania w nieustannie zmieniającej się rzeczywistości. Autorka przygotowała również scenariusze zajęć do edukacji wczesnoszkolnej wraz z komentarzem metodycznym, wskazującym, jak pracować z uczniem z indywidualnymi potrzebami edukacyjnymi<sup>63</sup>.

- E-podręczniki

Na platformie znajdują się również e-podręczniki do edukacji wczesnoszkolnej do klas I–III<sup>64</sup>. Wspierają sposób nauczania, edukację, która nie nuży, jest atrakcyjna dla ucznia.

---

<sup>63</sup> [Epodreczniki.pl](http://Epodreczniki.pl) [dostęp: 26.10.2020].

<sup>64</sup> [Epodreczniki.pl](http://Epodreczniki.pl) [dostęp: 26.10.2020].

Zalety e-podręczników to:

- bogactwo multimediów oraz wielki zbiór zadań interaktywnych;
- korzystanie bezpłatnie z materiałów edukacyjnych w dowolnym miejscu przez całą dobę;
- formuła zbioru otwartych zasobów edukacyjnych zgodnych z podstawą programową przeznaczonych dla uczniów i nauczycieli od klasy I szkoły podstawowej do ostatniej klasy szkoły ponadpodstawowej;
- gwarancja budowania wiedzy oraz rozwoju umiejętności uczniów poprzez zastosowanie przekazu treści opartego na różnorodnych, multimedialnych formach przekazu;
- udostępnione materiały są dostępne na otwartej licencji Creative Commons, zapewniającej bezpieczne korzystanie przez nauczycieli i uczniów, bez naruszenia własności intelektualnej, jak również pozwalającej na przetwarzanie treści zawartych w e-materiałach, np. do tworzenia własnych autorskich;
- dostępność z poziomu różnych typów urządzeń: komputera, laptopa, tabletu, smartfona, tablicy interaktywnej;
- dostosowanie materiałów do standardu WCAG 2.0 na poziomie podstawowym, co pozwala uczniom z dysfunkcjami na korzystanie z e-materiałów.

E-podręczniki nie tylko przekazują wiedzę, lecz także kształtują kompetencje cyfrowe, czytelnicze i medialne.

Na platformie epodręczniki.pl wprowadzono niedawno komunikator. Dzięki niemu zalogowani użytkownicy mogą bezpośrednio się w czasie rzeczywistym. Wśród dostępnych funkcjonalności tego narzędzia wyróżnia się:

- komunikację za pomocą kanałów publicznych (służy do otwartych rozmów dla całej klasy);
- komunikację za pomocą grup prywatnych (zamknięte kanały, używane do rozmów prywatnych);
- komunikację bezpośrednią (pozwalającą na tworzenie prywatnych oraz publicznych pokojów rozmów).

Komunikator pozwala także na przesyłanie załączników do wiadomości: plików audio, filmów, linków itp. Można również dodawać emotikony, reakcje, oznaczać użytkowników, podobnie jak w innych komunikatorach dostępnych publicznie. Zintegrowana Platforma Edukacyjna ma łatwy w obsłudze system dzielenia się materiałami. Dodatkowo umożliwia redagowanie i tworzenie własnych materiałów (z wykorzystaniem materiałów z biblioteki ZPE oraz z zasobów zewnętrznych), co okazuje się przydatne do przygotowywania własnych lekcji. Nauczyciel może przypisywać materiały edukacyjne do utworzonej wcześniej grupy uczniów lub do pojedynczego ucznia. Na platformie można również ustalić termin zapoznania się z udostępnionymi materiałami.

Na Zintegrowanej Platformie Edukacyjnej możliwe okazuje się także tworzenie wideokonferencji z użyciem zewnętrznych narzędzi oraz umieszczanie linków do spotkań w kalendarzu. Po stworzeniu wideokonferencji z wykorzystaniem odpowiedniego narzędzia uczniowie uzyskują do niej dostęp za pośrednictwem kalendarza na swoim profilu. Widok kalendarza jest taki sam – zarówno na koncie nauczyciela, jak i na koncie ucznia, jednak tworzenie wideokonferencji zarezerwowano dla nauczyciela.

E-materiały to dynamicznie zmieniające się zasoby, tworzące całe środowisko uczenia się i nauczania. Umożliwiają one pracę w zespołach i dopasowują się do indywidualnego stylu nauk, dzięki zastosowaniu filmów edukacyjnych, animacji i prezentacji 3D, gier edukacyjnych, map myśli, audiobooków oraz zestawów ćwiczeń interaktywnych, które uczniowie mogą wykorzystać podczas samodzielnej pracy w domu lub na lekcji pod kierunkiem nauczyciela.

## 9. Sposoby ewaluacji postępów uczniów w zakresie umiejętności matematycznych

Ewaluacja jest procesem zbierania istotnych informacji, refleksją nad jakością prowadzonych działań zgodnie z przyjętymi wartościami, poszukiwaniem sposobów doskonalenia prowadzonych działań.

Z myślą o ewaluacji postępów uczniów proponuję uczynić z niej:

- przydatne, praktyczne i proste narzędzie pracy ucznia i nauczycieli, wolne od niepotrzebnej pracy i biurokracji;
- odzwierciedlenie tego, co jest istotą pracy, czyli nauczania i uczenia się uczniów;
- element codziennej pracy;
- drogę do konkretnych decyzji dotyczących tego, jak organizować proces kształcenia dla edukacji matematycznej.

Richard Sagor proponuje tzw. badanie poprzez działanie – dążenie do poznania czegoś. Jako składniki wyróżnia:

1. Określanie problemu, który będzie diagnozowany, lub działania, które ma być poddane ewaluacji. Richard Sagor<sup>65</sup> mówi o trzech głównych „drzwiach” do badania:
  - Pierwsze drzwi, czyli diagnoza – badanie problemu (sytuacji), które prowadzi do podjęcia decyzji o tym, jak działać, aby rozwiązać zdiagnozowane problemy.
  - Drugie drzwi, czyli ewaluacja okresowa lub ewaluacja bieżąca – badanie przebiegu danego działania w praktyce, prowadzące do podjęcia decyzji o tym, jak podnieść (utrzymać) jakość realizowanego działania.
  - Trzecie drzwi, czyli ewaluacja konkluzyjna – badanie działania po jego zakończeniu, prowadzące do podsumowania jego przebiegu i rezultatów oraz do podjęcia decyzji, co dalej.
2. Zebranie informacji potrzebnych do lepszego poznania i zrozumienia problemu (działania).
3. Analizę danych prowadzącą do wyciągnięcia wniosków pomocnych przy podejmowaniu decyzji, co dalej.
4. Wdrożenie działań, które są wynikiem podjętych decyzji.
5. Poddanie wdrożonych działań ewaluacji.

Poszczególne drzwi do badania otwierają się na innym etapie realizacji działania i przynoszą inne informacje osobom odpowiedzialnym za działanie.

Każdy nauczyciel może wykorzystać informacje zebrane przez siebie do poprawy jakości swojej pracy. Nie istnieje gotowy zestawu metod sprawdzających się niezależnie od sytuacji.

---

<sup>65</sup> Sagor R., (2008), *Badanie przez działanie*, Warszawa: Centrum Edukacji Obywatelskiej, s. 17.

Aby wybrać metodę, należy zatem rozważyć:

- jakie dane chcemy zebrać;
- w jaki sposób możemy pozyskać te dane.

Ewaluacja może nie tylko prowadzić do zmiany, lecz także sama w sobie być taką zmianą. Bez pisania wielkich planów, bez pisania harmonogramów, na bieżąco możemy ewaluować postępy naszych uczniów.

Na ich przygotowanie nie traci się wiele czasu, a ich przeprowadzenie trwa kilka minut. Nawet jeśli się okaże, że uczniowie oceniają negatywnie jakieś elementy lekcyjne, to trzeba tu widzieć szansę na wprowadzenie zmiany i na niepowtarzanie w dalszym ciągu czegoś, co niekoniecznie wpływa na postępy uczniów.

- **Termometr**

Potrzebne materiały: arkusz papieru z narysowanym termometrem, flamastry lub kartki samoprzylepne do zaznaczania ocen przez dzieci.

Uczniowie zaznaczają na termometrze „temperaturę” swoich odczuć co do wybranego aspektu ewaluowanego działania, np.:

- Wiem, czego się nauczyłam/nauczyłem.
- Wiem, czego nauczyciel będzie ode mnie wymagał, aby sprawdzić moją wiedzę.

Oceny dziecko zaznacza flamastrem lub kartką samoprzylepną. Im wyżej na skali, tym „cieplej” – i tym wyższa ocena.

- **Kwiatek**

Potrzebne materiały: kartki (dla każdego dziecka) z narysowanym kwiatkiem i zdaniami zapisanymi na jego płatkach, kredki lub flamastry.

Jest to metoda zbierania danych, której atrakcyjna forma ma za zadanie zachęcić uczniów klas młodszych do udziału w badaniu. Uczniowie otrzymują kartkę z narysowanym kwiatkiem, na którego płatkach nauczyciel zapisuje różne zdania, do których powinni się odnieść – jeśli zgadzają się ze zdaniami, zamalowują odpowiedni płatek.

- Uczymy się, bawiąc.
- Pracujemy z tablicą interaktywną.
- W grupie rozwiązujemy problem.
- Nauczyciel podchodzi do każdego ucznia i objaśnia, wskazuje błędy.
- Rozmawiamy, dyskutujemy.
- Uczeń rozwiązuje zadania (ćwiczenia) przy tablicy.

- **Balon**

Potrzebne materiały: plakat z rysunkiem balonu, kartki samoprzylepne (najlepiej – w trzech różnych kolorach), flamastry, długopisy.

Balon możemy wykorzystać do zgromadzenia kilku rodzajów informacji dotyczących jednego działania (procesu) lub jednej sytuacji (np. mocnych stron, trudności, rezultatów). Dzieci przyklejają kolorowe kartki na poziomie:

- kosza balonu: informacje dotyczące celu danego działania lub oczekiwanego rezultatu;
- czaszy balonu: informacje np. o tym, co pomagało dzieciom w realizacji działania, jaki był (jest) ich potencjał, jakie są ich możliwości lub mocne strony;
- balastu: informacje o tym, co dzieciom utrudniało realizację danego działania czy procesu, co im nie odpowiada, co jest dla nich słabością, co im się nie udało.

*Przykład 1*

Czasza: Łatwo mi określić, co już umiem, a czego nie umiem, gdy...

Kosz: Na ostatnich lekcjach nauczyłam się/nauczyłem się...

Balast: Trudno mi określić, co już wiem, a czego nie wiem, gdy.

*Przykład 2*

Czasza: Jakimi metodami chcesz pracować częściej na lekcjach?

Kosz: Jakie metody pracy na lekcji lubisz najbardziej?

Balast: Jakie metody pracy lubisz najmniej?

Balon można uzupełnić miniwywiadem. Dyspozycje:

- Czy dzisiaj czuliście, że wam pomagałam? Kiedy? W czym wam pomogłam?
- Jakie były dzisiejsze zadania (ćwiczenia, zajęcia)? Łatwe czy trudne?
- Dlaczego tak myślicie? Kto wam dziś pomógł w wykonaniu tych zadań (ćwiczeń)?
- Co dziś było dla was trudne? Nudne? Kiedy czuliście się źle?
- Co chcielibyście zmienić w dzisiejszych zadaniach (ćwiczeniach, zajęciach)?

Jeżeli prowadzi się miniwywiad lub opracowuje informacje uzyskane w wywiadzie, można notować odpowiedzi dzieci na plakacie ze schematem balonu (czasza – odpowiedzi na pytania pierwsze i drugie, balast – odpowiedzi na pytania trzecie i czwarte, kosz – odpowiedzi na pytanie czwarte).

- **Tarcza strzelnicza**

Potrzebne materiały: arkusz papieru z narysowaną tarczą strzelniczą, flamastry lub kartki samoprzylepne do zaznaczania ocen przez dzieci.

Dzieci zaznaczają na narysowanym na plakacie schemacie tarczy strzelniczej swoje oceny – im bliżej środka tarczy oddadzą swój „strzał”, tym wyższa jest ich ocena badanego aspektu działania.

### *Przykład 1*

Tarcza może być podzielona na kilka wycinków – każdy z nich będzie dotyczył innej metody pracy z dziećmi. Przykładowe, najczęstsze metody zebrano w poniższych pytaniach.

Czy dzieci w grupie:

- Biorą udział w zajęciach dydaktycznych?
- Biorą udział w formach teatralnych, konkursach?
- Samodzielnie organizują sobie pracę?
- Zadają pytania?
- Współdziałają z nauczycielem?
- Samodzielnie wykonują zadania?
- Pomagają sobie nawzajem?

### *Przykład 2*

Oceń siebie na przedstawionej tarczy strzelniczej (im bliżej środka, tym częściej).

- Potrafię na początku każdego zadania określić z dużym prawdopodobieństwem, czy sobie z nim poradzę.
- Wiem, co już potrafię, a czego jeszcze muszę się nauczyć.
- Chętnie uczę się matematyki.

Tarcza oddaje stanowisko grupy. Jeżeli zastosujemy tę metodę, nie będziemy znali ani przyczyn, ani uzasadnień wystawienia konkretnej oceny przez dzieci. Dlatego tarczę można uzupełniać innymi metodami, które dostarczą danych jakościowych i pozwolą lepiej zrozumieć rozkład „strzałów” (przykładowo: niedokończone zdania lub gadającą ścianę).

### • **Schody**

Potrzebne materiały: arkusz papieru lub kartki dla każdego dziecka, karty ze stwierdzeniami, długopisy. Dzieci otrzymują karty z wypisanymi stwierdzeniami i mają nadać im kolejność – ustalić priorytety.

W tym celu kładą kartę lub wpisują jej numer na odpowiednim stopniu schodów (schody mogą być narysowane na arkuszu papieru lub na tablicy, można również przygotować kartkę z wydrukowanymi schodami dla każdego dziecka). Każdy ma prawo uzasadnić kolejność, jaką zaproponował.

Warto również ewaluować postępy uczniów w zakresie umiejętności matematycznych poprzez systematyczne gromadzenie, z użyciem różnorodnych metod i narzędzi, informacji o warunkach, przebiegu i efektach działań dydaktyczno-wychowawczych, o nieustannym obserwowaniu i badaniu rezultatów realizacji planu działania (programu nauczania) oraz o jego ewaluacji (modyfikacji) – w celu doskonalenia i usprawnienia procesu edukacyjnego.



Istotnym elementem jest:

- gromadzenie i analizowanie informacji o osiągnięciach poznawczych, psychomotorycznych, zachowaniach emocjonalnych dzieci;
- określanie indywidualnych potrzeb uczniów, ich zainteresowań i uzdolnień oraz napotykanych trudności w uczeniu się i ich przyczyn;
- opisywanie rozwoju i postępów edukacyjnych każdego dziecka – ucznia;
- obserwowanie i wspieranie szkolnej kariery dziecka, wzmacnianie jego naturalnej motywacji poznawania – uczenia się;
- diagnozowanie osiągnięć edukacyjnych ucznia i porównywanie ich z określonymi standardami;
- uczenie umiejętności przyjmowania oceny jako elementu rzeczywistości, korzystania z niej w kształtowaniu obrazu samego siebie;
- wdrażanie do przestrzegania norm i zasad funkcjonowania w życiu, w różnych organizacjach i określonych społecznościach;
- sprawdzanie wiadomości, osiągniętych umiejętności i sprawności.

Dziecko, podobnie jak człowiek dorosły, poszukuje możliwie sprawiedliwej oceny swego wkładu pracy i swych postępów. Dlatego warto, aby uczniowie uczestniczyli w ocenie swojej pracy i swojego postępowania. Poniżej omówiono kilka przykładów z praktyki szkolnej.

- *Planowanie pracy*

To konkretne projekty prac będące wytycznymi dla nauczyciela i uczniów. Z uwzględnieniem tygodniowego planu nauczyciela uczniowie wytyczają własne plany, wybierają swobodne tematy i zadania. Samodzielne decyzje podnoszą ich poczucie odpowiedzialności, co przekłada się na rzetelne wykonanie podjętego zadania. W pierwszej klasie planowanie odbywa się codziennie, a na koniec zajęć omawia się z uczniami wykonane zadania.

Na koniec tygodnia uczniowie klas drugiej i trzeciej rozkładają na stolikach wszystkie wykonane prace, teksty, zdobyte informacje, wyniki przeprowadzonych doświadczeń, referaty, prace ręczne, rysunki itd., prezentują je, omawiają i formułują samooceeny swojej pracy.

Pod każdym planem pracy znajduje się tabelka, która po naniesieniu oceny przez dziecko przekształca się w grafik przypominający wykres temperatury. W ten sposób dziecko widzi syntezę oceny całotygodniowej pracy. Krzywa tego grafiku jest regularna (co oznacza poziom wyrównany) bądź wznosi się w niektórych przedmiotach (sygnalizuje poziom wyższy od przeciętnego) albo opada (co pokazuje uczniowi naocznie jego braki).

Poza tym uczeń może porównać swój obecny grafik z poprzednimi, może też porównać go z grafikami kolegów i wtedy bez trudności wyciąga odpowiednie wnioski dotyczące pracy z myślą o następnym tygodniu.

Grafik, podpisany przez nauczyciela, uczeń zabiera do domu, żeby pokazać rodzicom, a następnie wkleja go do karnetu ucznia. Dzięki uczestnictwu w ocenie własnej pracy, postępów i zachowania wykształca się w uczniach umiejętność krytycznego podejścia do własnych poczynań i do osiągniętych wyników.

- *Sprawności i arcydzieła*

Mają na celu zmobilizowanie dzieci do maksymalnego, zgodnie z ich możliwościami, opanowania sprawności w jakiejś dziedzinie. Zdobywanie sprawności może być indywidualne lub zespołowe. Uczeń zdobywający daną sprawność musi wykonać cały szereg prób praktycznych, zdań określonych w regulaminie w czasie zgodnym z jego tempem pracy.

Zdobycie danej sprawności kończy się prezentacją arcydzieła. W nagrodę dziecko otrzymuje symbol danej sprawności, który zostaje wklejony do „karnetu ucznia”. Sprawności zdobyte przez uczniów pomagają zorientować się nauczycielowi w szczególnych uzdolnieniach i zamięłowaniach dziecka, oraz trafniej określić sposoby pokierowania dalszym kształceniem.

- *Klasowy Dzień Segregatora*

Narzędzie wspierające obserwacje nauczyciela i źródło informacji o uczniu. Jest to segregator, który przechowuje się w klasie. Każdy uczeń samodzielnie gromadzi swoje prace w segregatorze. Dziecko samo wybiera te prace podczas tzw. Klasowego Dnia Segregatora – wówczas nauczyciel rozmawia z dziećmi o ich segregatorach, wspólnie analizują ich zawartość. Dzieci w tym dniu przeprowadzają przegląd swoich prac, prezentują najlepsze z nich koleżankom i kolegom.

Wartością tej formy pracy jest możliwość oceniania własnych postępów przez dzieci, analizowania osiągnięć. Segregatory są prezentowane rodzicom podczas spotkań.

- *Karty pracy samodzielnej*

To także jeden z elementów ewaluacji. Gromadzone w teczkach i opatrzone komentarzem nauczyciela, stanowią źródło informacji na temat umiejętności w zakresie określonych aktywności matematycznych.

Prace uczniów, gromadzone i analizowane przez cały czas procesu kształcenia, pozwolą nauczycielowi ocenić, co wie i umie każdy z uczniów oraz jakie dalsze materiały i działania będą dla niego najkorzystniejsze.

Nauczyciele prowadzący staranną obserwację uczniowskich doświadczeń podejmują – często już na etapie planowania – trafniejsze decyzje, m.in. dotyczące kwestii organizacyjnych, harmonogramu, kolejnych kroków, zadawanych pytań, materiałów pomocniczych oraz sposobów zapewnienia każdemu dziecku najkorzystniejszych warunków rozwoju w trakcie realizacji zadań.

**Pamiętajmy:**

„Dzieci od najmłodszych lat wzmacniają i doskonalą umiejętności matematyczne oraz kształtują pozytywne myślenie o matematyce, która jest częścią naszego życia. Nauczyciele powinni uzmysławiać małym uczniom, że matematyka jest wokół nich i ma zastosowanie w licznych dziedzinach życia”<sup>66</sup>.

---

<sup>66</sup> Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa: ORE, s. 5.

## Bibliografia

- Adamek I., (1997), *Podmiotowe traktowanie ucznia w procesie rozwiązywania problemów*, [w:] Puślecki W. (red.), (1997), *Doświadczenie podmiotowości ucznia w edukacji wczesnoszkolnej*, Opole: Wydawnictwo Uniwersytetu Opolskiego.
- Bruner J., (2010), *Kultura edukacji*, Kraków: Wydawnictwo Universitas.
- Dąbrowski M., (2008), *Pozwólmy dzieciom myśleć. O umiejętnościach matematycznych polskich trzecioklasistów*, Warszawa: CKE.
- Dylak S., (2013), *Strategia kształcenia wyprzedzającego*, Poznań: Ogólnopolska Fundacja Edukacji Komputerowej.
- Fechner-Sędzicka I., Ochmańska B., Odrobina W., (2012), *Rozwijanie zainteresowań i zdolności matematycznych uczniów klas I–III szkoły podstawowej. Poradnik dla nauczyciela*, Warszawa ORE.
- Filipiak E., (2012), *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*, Sopot: GWP.
- Freinet C., (1976), *O szkołę ludową – pisma wybrane*, Wrocław – Warszawa – Kraków – Gdańsk: Zakład Narodowy Imienia Ossolińskich, Wydawnictwo Polskiej Akademii Nauk.
- Grabowski A., (1999), *Gry karciane rozwijające u dzieci umiejętność dodawania i odejmowania liczb*, Szczecinek: WKM Rachmistrz.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., (1997), *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Warszawa: WSiP.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., (1994), *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, Warszawa: WSiP.
- Hanisz J., (1990), *Układanie i rozwiązywanie zadań metodą „kruszenia”*, „Życie Szkoły”, 1990, nr 8.
- Harmin M., (2008), *Duch klasy. Jak motywować uczniów do nauki?*, Warszawa: Wydawnictwo Civitas.
- Hemmerling W., (1977), *Kierowanie rozwiązywaniem zadań matematycznych w klasach początkowych*, Koszalin: Instytut Kształcenia Nauczycieli i Badań Oświatowych.
- Jeleńska L. (wsp. Rusiecki A.M.), (1957), *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*, Warszawa: Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych.
- Kędra M., (2011), *Smakowanie świata. Program nauczania*, Warszawa: ORE.
- Kędra M., (2013), *Ścieżki edukacyjne opracowane metodą projektów dla klas I–VI SP do kształtowania umiejętności uczniów*, Opole: Wydawnictwo Regionalne Centrum Rozwoju Edukacji w Opolu.
- Kędra M., Kopik A. (red.), (2013), *Umysły przyszłości. Edukacja wczesnoszkolna. Program nauczania dla I etapu edukacyjnego*, Kielce: Europejska Agencja Rozwoju.
- Kędra M., Zatorska M., (2014), *Razem z dzieckiem*, Warszawa: ORE.
- Klus-Stańska D., (2002), *Konstruowanie wiedzy w szkole*, Olsztyn: Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego.
- Klus-Stańska D., Kalinowska A., (2004), *Rozwijanie myślenia matematycznego młodszych uczniów*, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.

- Krygowska Z., (1997), *Zarys dydaktyki matematyki*, t. 1, Warszawa: WSiP.
- Krzyżewska J., (1998), *Aktywizujące metody i techniki w edukacji wczesnoszkolnej*, Suwałki: Agencja Usługowa „Omega”.
- Lewin A., (1986), *Wychowanie. Tryptyk pedagogiczny – Korczak, Makarenko, Freinet*, Warszawa: Nasza Księgarnia.
- Maas V.F., (1998), *Uczenie się przez zmysły. Wprowadzenie do teorii sensorycznej*, Warszawa: WSiP.
- Marek E., (2010), *Analiza programów edukacji wczesnoszkolnej w kontekście diagnozowania i wspomagania rozwoju dzieci*, (w:) Marek E., Łuczak J. (red.), (2010), *Diagnoza i terapia psychopedagogiczna w edukacji dziecka*, Piotrków Trybunalski: Naukowe Wydawnictwo Piotrkowskie.
- Mason J., Burton L., Stacey K., (2005), *Matematyczne myślenie*, Warszawa: WSiP.
- Moroz H., (1985), *Liczby w kolorach*, [w:] Semadeni Z. (red.), (1985), *Nauczanie początkowe matematyki*, t. 3, Warszawa: WSiP.
- Okoń W., (1998), *Wprowadzenie do dydaktyki ogólnej*, Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak.
- Piaget J., Inhelder B., (1993), *Psychologia dziecka*, Wrocław: Wydawnictwo Siedmioróg.
- Sagor R., (2008), *Badanie przez działanie*, Warszawa: Centrum Edukacji Obywatelskiej.
- Semenowicz H., (1980), *Freinet w Polsce*, Warszawa: WSiP.
- Skura M., Lisicki M., (2012), *Na progu. Ile w dziecku ucznia, a w nauczycielu mistrza? O co chodzi w pierwszej klasie?*, Warszawa: ORE.
- Sowińska H., (1994), *Edukacja przez aktywne uczestnictwo*, „Edukacja i Dialog”, 1994.
- VanCleave J.P., (1993), *Matematyka dla każdego dziecka. 101 ciekawych pomysłów*, Warszawa: WSiP.
- Więckowski R., (1993), *Pedagogika wczesnoszkolna*, Warszawa: WSiP.
- Żylińska M., (2013), *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Toruń: Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.

## Inne

- Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badania OBUT 2013*, (2013), Warszawa.
- Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 14 lutego 2017 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej* (Dz.U. z dn. 24 lutego 2017 r., poz. 356).

## Zasoby internetowe

Anioł M., Kołodziejczyk H., Majer A., Lesińska-Gazicka A., [Od dziecięcej ciekawości do dojrzałości poznawczej](#) [dostęp: 26.10.2020].

Gruszczyk-Kolczyńska E., [Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze](#) [dostęp: 26.10.2020].

[Epodręczniki.pl](#) [dostęp: 26.10.2020].

[Epodręczniki.pl](#) [dostęp: 26.10.2020].

[Karty matematyczne](#) [dostęp: 26.10.2020].

[Młody Einstein](#) [dostęp: 26.10.2020].

Sikorski W., [Proksemika klasy szkolnej – ukryty wymiar edukacji](#) [dostęp: 26.10.2020].

[Zintegrowana Platforma Edukacyjna](#) [dostęp: 26.10.2020].

---

Ośrodek Rozwoju Edukacji  
Aleje Ujazdowskie 28; 00-478 Warszawa  
tel. 22 345 37 00; fax 22 345 37 70

**[www.ore.edu.pl](http://www.ore.edu.pl)**